Per una nuova didattica della matematica

di Tiziana Bindo, Mauro Cerasoli, Carlo Costabile

Perché gli esaminatori pongono le domande ai candidati in maniera così complessa?

Sembra che abbiano paura di farsi comprendere dagli interrogati. Da dove trae origine questa deplorevole abitudine di complicare i problemi con difficoltà inventate?

Evariste Galois, 21 gennaio 1831

Premessa

Sempre più frequentemente gli studenti manifestano un grave disagio nei confronti della matematica; alcune indagini recenti hanno evidenziato che è considerata una scienza astratta, lontana dalle loro esperienze e dai loro interessi, di scarsa o nessuna utilità per la vita di tutti i giorni. "Una montagna fredda e temibile", troppo difficile da scalare, un'impresa a cui spesso si rinuncia in partenza.

Questo disagio è peraltro confermato dai docenti, che lamentano una crescente difficoltà ad avviare il processo educativo e instaurare un dialogo costruttivo. Gli educatori trovano sempre più difficile ed estenuante interessare e coinvolgere gli allievi in un percorso di apprendimento, tenuto conto dei brevi e rari momenti che i giovani sono disposti a dedicare allo studio "codificato".

L'esigenza di un rinnovamento nella didattica della matematica è ormai ampiamente condiviso da tutte le componenti della scuola e dell'università. Alle "tradizionali motivazioni" interne alla dinamica didattica, principalmente legate alle difficoltà di apprendimento, si stanno aggiungendo e sovrapponendo nuove e pressanti esigenze provenienti dal mondo esterno.

L'attuale "società della conoscenza" richiede, a ogni livello, un continuo aggiornamento delle conoscenze e delle competenze individuali. Per affrontare e risolvere problemi e compiti del quotidiano e svolgere un ruolo consapevole e attivo nella società, non solo è indispensabile saper utilizzare conoscenze ed abilità tradizionali, ma occorre anche usare tecnologie e informazioni moderne.

1. Introduzione

L'esistenza di software di calcolo simbolico e di grafica digitale o di calcolatrici dotate di *Computer Algebra System* (CAS) modifica ormai radicalmente i contenuti dei corsi di matematica e le modalità d'insegnamento.

Così come più nessuno calcola radici quadrate, o logaritmi o seni a mano o con le tavole, ma con le calcolatrici, analogamente bisogna individuare quegli argomenti di matematica che sono destinati a fare la stessa fine.

Un tempo, la stessa calcolatrice scientifica era vietata all'esame di stato con la motivazione che non tutti gli studenti la possedevano. Oggi, questo divieto vige per quelle dotate di CAS, con la stessa motivazione, sebbene i costi siano scesi al livello della portata di tutti e una calcolatrice costi meno di uno zainetto firmato o di un telefonino. Per non parlare dei computer portatili che ormai quasi ogni studente possiede. Ad esempio (Sessione Suppletiva esame di stato LS 2004/2005 PNI) si chiede di calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x\to 0} (1-x)^{1/x}$$

Basta scriverlo su una tastiera di computer attrezzato con *TI InterActive!* (e fra poco anche su TI Nspire) per avere subito la risposta nella forma

$$\lim_{x \to 0} \left(\sqrt[x]{1 - x}\right) = e^{-1}$$

o su una calcolatrice CAS, ad esempio la TI 89, per sapere che vale 1/e. (Risposta 5 nel quiz).

2. Argomenti da eliminare

Per un politico, i tagli, per la sanità o per la spesa pubblica, sono la cosa più difficile da effettuare. Questa dolorosa operazione è necessaria anche per la matematica. Già è ormai troppo tardi per sedersi a un tavolo e mettere in chiaro cosa bisogna eliminare. Prima si fa e meglio è.

L'odio per la nostra materia è arrivato a livelli mai visti prima. Il cittadino medio si vanta addirittura di non capire nulla di matematica e afferma orgoglioso di disprezzarla. E pensare che è il miglior prodotto della mente umana. Qualcuno ha scritto infatti: *se Dio esiste, allora deve essere un puro matematico*. Vogliamo provare a smettere di fare, a titolo puramente indicativo:

a) i radicali, nel senso di calcoli inutili con i radicali che non sono serviti mai a niente;

b) i quattro metodi di risoluzione dei sistemi lineari due per due, visto che li risolve il computer in modo automatico anche quando i coefficienti sono numeri del tipo, 3,14159 o 2,7182818 o 1,7321 e 1936,27 ecc. cioè numeri veri con la virgola e con tante cifre e non quelli inventati come 1, 2, 3, 4, -1, -2, -3 ecc. che quasi sempre stanno nei sistemi proposti;

c) le formule di trigonometria che venivano usate per applicarvi i logaritmi;

d) il calcolo di limiti, derivate, integrali di espressioni artificiose e complicate e quindi inutili;

e)…………..

3. Il nuovo da mettere

Alcuni argomenti di matematica discreta (come: alberi, grafi, funzioni aritmetiche, geometrie finite ecc. oppure frattali, variabili aleatorie, simulazioni Monte-Carlo, teoria dei giochi, tanto per fare dei nomi) possono essere inseriti nei programmi. D'altra parte non ci sembra che tali argomenti siano stati trattati e proposti in modo adeguato dagli estensori di *Matematica 2003 - La matematica per il cittadino*, di recente pubblicazione con enfasi inneggiante alla novità.

A titolo esemplificativo la seguente tabella riporta le analisi effettuate da un paziente negli ultimi anni:

Anni	**Col**	**LDL**	**GGT**	**T**	**G**	**A**
1985	201	135		92	90	
1991			56			
1992	273		61	125	113	
1997	263		70	153	82	24
2000	261		148	252	94	
2001	274		122	168		58
2002	244		143	180	86	
2004	252			121	98	55
2005	244	175	105	151	88	45

Eliminati la prima riga e la prima colonna si ottiene la nuova tabella:

201	135		92	90	
		56			
273		61	125	113	
263		70	153	82	24
261		148	252	94	
274		122	168		58
244		143	180	86	
252			121	98	55
244	175	105	151	88	45

Questa tabella è una matrice? No, perché ci sono delle caselle prive di numeri: sono i casi in cui non sono stati rilevati dati al paziente. Allora che cosa è da un punto vista matematico tale tabella? Gli autori di questa nota non lo sanno. A cosa servono le matrici se si hanno tabelle come questa prive di significato matematico?

Visto che negli ultimi tempi sta furoreggiando il gioco del Sudoku, qual è la matematica necessaria per vincere? In quale programma ministeriale è svolta?

La disciplina che doveva essere una delle maggiori novità nella nuova didattica della Matematica, sia per le sue innumerevoli applicazioni che per l'importanza che riveste nell'educazione civica del cittadino, educandolo al dubbio e tenendolo fuori dai fondamentalismi e dalle certezze assolute, cioè la Probabilità, è poco insegnata. E ciò rattrista l'animo sapendo inoltre che il metodo Monte Carlo è stato una delle prime applicazioni delle *nuove tecnologie* e sia oggi uno dei maggiori motivi per cui si usa il computer, nei dipartimenti scientifici e non, delle università di tutto il mondo.

Steven Strogatz, docente di Matematica Applicata alla Cornell University, nel 2004 ha scritto per il New York Times un articolo dedicato alle grandi scoperte scientifiche di cinquanta anni fa. Si legge tra l'altro: "Il vero eroe scientifico del 1953 fu Enrico Fermi. Quella del DNA non fu la sola a cambiare il corso della storia: un'altra, quella degli esperimenti col computer, o simulazioni al computer come si dice oggi, fu altrettanto importante. […] Fermi non va ricordato solo come lo scopritore dell'atomo, ma anche come l'uomo che trasformò il computer *nel telescopio della mente*". Nell'ultimo mezzo secolo, scrive ancora Strogatz, la via da lui aperta ci ha aiutato a vedere l'invisibile e a immaginare l'inimmaginabile.

Ma da noi è ancora poco noto il metodo Monte Carlo, quando esso è un modo di pensare che sta facendo fuori buona parte della matematica classica nel senso di renderla obsoleta o semplicemente inutile. Questo però è un discorso che va approfondito e chiarito in altra sede.

4. A proposito di Storia della Matematica

Per qualcuno la novità potrebbe consistere nell'inserimento di argomenti di *Storia della Matematica*. Ben venga la storia purchè si tratti di storia pertinente, cioè, quegli episodi che contribuiscono alla comprensione e all'approfondimento di concetti di matematica. Vanno bandite, invece, le notizie che si riferiscono e riguardano fatti personali o secondari e privi di contenuto matematico. Ad esempio bisogna evitare di parlare di Pitagora che non gradiva le fave, tralasciando il suo teorema e le applicazioni. Ugualmente si dica pure di Galois, accanito repubblicano, che morì in duello a 21 anni a patto che prima si sia spiegato bene che cosa è un gruppo e che Galois sia stato il primo a introdurre tale concetto, precedendo Ruffini e Abel. Ugualmente ci interessa poco sapere della famiglia di Hilbert, se aveva figli maschi o femmine e quanti, o che morì cadendo dal tram: a noi interessa sapere se David ha risolto o no definitivamente il problema fondamentale degli invarianti nella teoria delle forme quadratiche binarie.

Così lasciamo pure pubblicare a Novella 2000 e a programmi televisivi dello stesso genere fatti ed aneddoti di matematici che non hanno attinenza con enti e concetti di matematica.

Siamo, ovviamente, favorevoli ad aneddoti e storielle come i problemi di Delo e di Didone o i ponti di Konisberg di Eulero o il primo problema risolto da Gauss bambino, perché possono servire a dare un volto più umano alla Matematica.

Come scriveva il Manzoni: *adelante Pedro i con judicio*. Altrimenti facciamo come i letterati che parlano di Giulio Cesare, di quando è nato e quando è morto, che una delle quattro mogli si chiamava Calpurnia e la figlia Giulia, ma nessuno ha mai letto una riga del *De Bello Gallico*.

Per un maggiore approfondimento sui pericoli insiti in un cattivo insegnamento della Storia della Matematica, spesso confusa con la storia della matematica greca, si rimanda al capitolo *Una cattiva lettura della storia della matematica* che appare a pag. 93 del volume *Pensieri Discreti* di Gian Carlo Rota, edito da Garzanti nel 1993.

5. Il dramma della pedagogia invasiva

Negli ultimi anni si è spostato un po' troppo l'accento sul piano delle cosiddette *scienze dell'educazione* a scapito dei contenuti. Non c'è alcun dubbio sul fatto che l'insegnante nella scuola di oggi abbia bisogno, e in misura molto maggiore dell'insegnante nella scuola di un tempo, di conoscenze che vanno al di là della materia che insegna, e in particolare di fondamenti di psicologia e pedagogia, ma questo non deve voler dire abdicare al piano dei contenuti o peggio infiocchettarlo con qualche nozione pedagogica. Piuttosto, si dovrebbe cercare, nelle sedi opportune, un rapporto proficuo con gli studiosi di Scienze dell'Educazione, in modo che ognuno porti le competenze che gli sono proprie nel processo di formazione degli insegnanti, senza indebite deleghe dall'una e dall'altra parte.

Tornando ai contenuti, e cercando di esplicitare cosa possa voler dire "spostare l'accento sui contenuti", sono tre i punti su cui articolare un intervento su questi problemi.

Il primo è uno sforzo teorico, che vada nella direzione di identificare i nuclei fondanti irrinunciabili nell'insegnamento preuniversitario, non con lo scopo di *diminuire* il sapere matematico che si chiede alla scuola di trasmettere ai ragazzi, ma con lo scopo di lasciare il massimo spazio *alla libertà individuale dell'insegnante* per quel che riguarda le possibili, diverse, aggiunte rispetto a un sapere minimale.

È inutile ossessionare gli insegnanti con l'idea che sia assolutamente necessario trattare trecento argomenti, quando tutti sappiamo che di questi trecento ce ne saranno sì e no tre o quattro che si possono dare per effettivamente acquisiti al termine della scuola, e che per quelli che continuano gli studi nei corsi di laurea delle Facoltà Scientifiche già la vita sarebbe più facile se quelli acquisiti fossero una decina, magari insieme a un po' di idee chiare sullo spirito di cosa vuol dire fare matematica.

Cerchiamo quindi di trovare la maniera per lasciare agli insegnanti sufficiente tranquillità per operare dei tagli, e anche sufficiente spazio per viceversa approfondire degli argomenti sulla base della semplice motivazione che a loro piacciono di più di altri, o per cogliere e sfruttare eventuali occasioni che volta a volta si presentano, e che, per essere sviluppate, richiedono però del tempo e quindi dei tagli su altri fronti.

Dopotutto tutti noi sappiamo, più dalla nostra esperienza di studenti che da quella di insegnanti, che è facilissimo distinguere quando un insegnante tratta un argomento che gli piace e quando no: se un insegnante non si sente sicuro di ciò che insegna, o non ama quello che insegna, continuerà a non essere sicuro e a trasmettere insicurezza e a non divertirsi e a trasmettere indifferenza o repulsione.

Il primo *comandamento* del *decalogo* di Polya per l'insegnante è proprio "*abbi interesse per la tua materia*" e purtroppo, non è affatto facile per un insegnante tenere fede a questo "comandamento" nel dilagare di impegni e coinvolgimenti su mille fronti che la scuola di oggi richiede.

Venendo al secondo punto, c'è bisogno anche di idee, di spunti, di problemi. Di problemi intelligenti, cioè, riprendendo una definizione di Vittorio Checcucci "ricchi di interrelazioni con idee significative"; problemi che generino altri problemi, e che stimolino la fantasia, di chi impara, e anche di chi insegna; che forzino la persona a pensare, a discutere, a fare dei collegamenti.

Problemi e situazioni ricchi di spunti che diano la possibilità di fare matematica in modo attivo: fare degli esperimenti, intravedere un filo comune nei risultati di questi esperimenti, formulare delle congetture, cercare di giustificare queste congetture, provare l'entusiasmo della "scoperta". E fare anche degli errori**,** perché l'errore è uno stadio e una tappa naturale nell'impadronirsi di un concetto: ma avendo un retroterra nell'ambiente circostante, e una sicurezza di fondo da parte dell'insegnante che permetta di non esorcizzare e nascondere l'errore, ma di farne uno strumento di crescita collettiva, analizzandone l'origine e le cause.

Insomma una sorta di laboratorio, non necessariamente identificato come un luogo fisico, ma piuttosto come un modo di porsi di fronte al processo di apprendimento/insegnamento.

Non è certo una scoperta di oggi il fatto che l'apprendimento, per essere reale, debba essere attivo: basta ricordare i bellissimi libri di Polya, gli scritti di Freudenthal e, per chi l'ha vissuta, l'esperienza della *palazzina*, a Pisa nei primi anni '70: un luogo, voluto da Checcucci, con l'idea che potesse essere un punto di raccolta per persone diverse (studenti, insegnanti di diversi livelli scolastici) accomunate dal desiderio di imparare e insegnare la matematica.

Una delle convinzioni sottostanti a quel tentativo era proprio il fatto che qualunque discussione o ripensamento sull'insegnamento non dovesse essere confinato nel "segmento" scolastico a cui si riferiva, ma non potesse che avvantaggiarsi dalla comunicazione con altri contesti. L'idea era quella di coagulare in un luogo una raccolta di testi, di modelli, di oggetti ricchi di contenuti matematici ed efficacemente utilizzabili, possibilmente a livelli diversi e da interlocutori diversi, senza nulla togliere alle potenzialità di fantasia e di "riscoperta" e anche, insieme, che fosse un luogo dove fosse piacevole andare.

Infine l'ultimo punto è quello dell'uso intelligente delle tecnologie che consente di privilegiare_i contenuti e le idee portanti rispetto ad un insegnamento volto all'apprendimento di formule e regole di calcolo lasciando l'esecuzione dei calcoli alle macchine. I mondi artificiali, capaci di simulare la realtà con le sue leggi e le sue regole, rappresentano piacevoli opportunità per coinvolgere gli studenti riportando l'apprendimento nella sua dimensione naturale: quella dell'esplorazione ludica.

La conoscenza scientifica è un grande gioco con la realtà, tra quella parte di essa che si pensa di conoscere e quella parte che invece sfugge alla comprensione, nel tentativo di rappresentarla entro schemi e modelli rappresentativi creati dalla mente.

In tutti i campi della scienza il gioco gode ormai di una considerazione assai elevata, ben superiore a quella riconosciutagli dalla scuola, dove rimane tollerato come momento episodico di scarico delle tensioni, senza possibilità di confondersi con le attività "serie". Nel campo delle tecnologie informatiche il gioco diviene vero e proprio laboratorio di ricerca, in quanto il calcolatore offre enormi possibilità di sviluppo della dimensione ludico-virtuale.

"Creatività è sinonimo di *pensiero divergente,* cioè capace di rompere continuamente gli schemi dell'esperienza. E' creativa una mente sempre al lavoro, sempre a far domande, a scoprire problemi dove gli altri trovano risposte soddisfacenti, a suo agio nelle situazioni fluide nelle quali gli altri fiutano solo pericoli, capace di giudizi autonomi e indipendenti (anche dal padre, dal professore, dalla società), che rifiuta il codificato, che rimanipola oggetti e concetti senza lasciarsi inibire dai conformismi.

Tutte queste qualità si manifestano nel processo creativo. E questo processo ha un carattere giocoso: sempre, anche se sono in ballo le "matematiche severe"...

6. Procedere per problemi concreti

Uno dei rompicapi spesso utilizzati per mettere in difficoltà qualche amico è il seguente:

un mattone pesa un chilo più mezzo mattone. Quanto pesa il mattone?

La maggior parte delle persone intelligenti ha risposto: un chilo e mezzo. Dopo anni di liceo, pochi sanno scrivere l'equazione

$$x = 1 + x/2$$

che è il *modello matematico* adatto a risolvere il problema. La soluzione $x = 2$ è immediata. Si può fare a mano. Purtroppo nella realtà, un mattone non pesa esattamente 2 chili, ovvero le equazioni non hanno coefficienti come 1 e 2. Anche questo indovinello è inventato: artefatto. Quando l'equazione è:

$$234{,}5678x = 119{,}4957 + x/2294{,}1897$$

ricorrere a una calcolatrice è inevitabile. Resta però il fatto che è inutile insegnare matematica pura se non si danno sempre problemi concreti. Vogliamo dare un esempio di nuova didattica della matematica riportando l'intervento *Sui sistemi lineari 2 per 2* presentato da Cerasoli Mauro e Cerasoli Anna a Otranto nel 2° Incontro ADT-Mathesis del settembre 2005 sul tema *La Matematica è la più odiata dagli italiani! Come farla amare?*.

a. Considerazioni generali

Sfogliando uno dei testi di algebra più usati nel biennio del liceo scientifico (comprese le classi PNI), ci siamo imbattuti in una grande quantità di pagine che l'amabile docente, protagonista del film *L'attimo fuggent*e, non avrebbe esitato a strappare con gesto plateale, se al posto della letteratura, avesse dovuto insegnare la matematica su quel testo. Tra l'interminabile sfilza di formule e calcoli, assolutamente privi di riferimento a qualunque tipo di problema, spiccava, per astrattezza, ripetitività e autoreferenzialità, l'argomento riguardante *I sistemi lineari*.

Ad esso il testo dedica 35 pagine di teoria, 42 di esercizi e 6 di problemi; di questi ultimi, soltanto 7 sono problemi di tipo reale. Dunque, un'apoteosi di teoria e calcoli su cui lo studente è inchiodato per numerose lezioni! Più che in altri casi, su questo tema, è stridente il contrasto tra la *potenza* dello strumento matematico e la *noia* infinita che può ingenerare la ricerca della soluzione di un sistema con l'uso di tutti i metodi: sostituzione, riduzione, confronto e Cramer.

Il modo in cui vengono trattati i sistemi lineari è emblematico di come, nella scuola, *si sostituisce lo studio cavilloso dello strumento matematico al suo concreto utilizzo per risolvere problemi*. E' la stessa cosa che se a uno studente di chirurgia si insegnasse tutto sulla fabbricazione del bisturi, trascurando, però, di insegnargliene l'uso. Ma, il fine dell'insegnamento della matematica non dovrebbe essere proprio la risoluzione di problemi?

Il risolvere problemi è un'arte pratica, come il nuotare o lo sciare o il suonare il piano: potete impararlo solo con l'imitazione e la pratica [...] se desiderate imparare a nuotare, dovete gettarvi in acqua e se desiderate diventare un risolutore di problemi, dovete risolvere problemi.

(*La scoperta matematica,* George Polya, 1961, Feltrinelli).

Nella didattica tradizionale, i sistemi lineari vengono solitamente trattati seguendo questo schema:

- definizione di sistema
- esempio con numeri interi
- metodi di soluzione (sostituzione, confronto, riduzione, Cramer e determinanti)
- studio di sistemi possibili, impossibili e indeterminati
- risoluzione grafica
- verifica del sistema
- sistemi 3x3 (regola di Sarrus)
- esercizi.

Riteniamo che il tempo impiegato e le energie impegnate da parte dello studente sono sproporzionate rispetto alla effettiva competenza che lo stesso può acquisire, con tale approccio. Sempre che non si sia perso, strada facendo! Bisogna tenere presente, infatti, che i problemi reali, quelli che incontrerà nel proprio lavoro un futuro matematico o economista o fisico, solo molto raramente presentano numeri interi come negli esercizi del libro. I numeri che si incontrano nella realtà sono

1936,27 ... 9,8 ... 3,14 ...

1,4142... 2,718 ... 0,618 ...1,732...

ed inoltre il numero di equazioni di un sistema è quasi sempre superiore a tre. E' impensabile, quindi, far a meno del computer.

Per questi motivi, proponiamo un diverso approccio all'argomento:

- *analisi di un problema concreto*
- *traduzione del problema in sistema*
- *risoluzione con il computer*
- *discussione del risultato*
- *visualizzazione grafica*
- *generalizzazione*
- *esercizi su risoluzione di problemi.*

b. Un problema per esempio

Dovendo preparare una cena tra amici, acquisto sei bottiglie di birra e quattro di vino, pagando 40,1 euro. Alla stessa cena arriva il mio amico Carlo, con due bottiglie di birra e sette di vino, della stessa marca e acquistate nello stesso supermercato, pagando 46,8 euro.

Poco dopo arriva anche Luigi con cinque bottiglie dello stesso vino acquistato in superofferta presso una enoteca, a sei euro ciascuna. Luigi sostiene che si tratta di un vero affare e invita gli amici a rifornirsi di vino presso quella enoteca. Conviene seguire il consiglio di Luigi?

Per sapere quanto costano le bottiglie di birra e di vino indichiamo con x il prezzo di una di birra e con y il prezzo di una di vino. Queste incognite devono soddisfare *simultaneamente* le equazioni

$$6x + 4y = 40{,}1$$

$$2x + 7y = 46{,}8$$

Per sapere quanto valgono x e y usiamo *TI-InterActive*! per mezzo dell'istruzione:

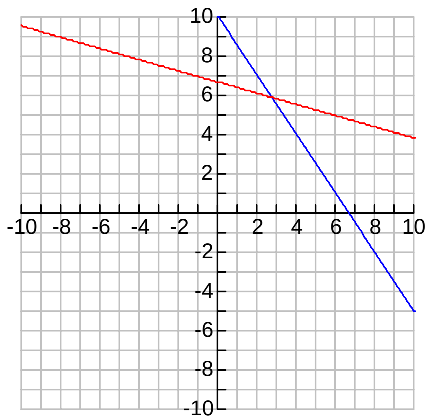
simult([6,4;2,7],[40.1;46.8]).

Quando si preme ENTER appare la schermata

$$\text{simult}\left(\begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 40.1 \\ 46.8 \end{bmatrix}\right) \quad = \begin{bmatrix} 2.75 \\ 5.9 \end{bmatrix}$$

Così una bottiglia di birra costa 2,75 euro e una di vini costa 5,9 euro. Non conviene seguire il consiglio di Luigi.

Si può avere anche una visualizzazione grafica del problema:



Modifichiamo il problema nel modo seguente.

Se Carlo avesse acquistato tre bottiglie di birra e due di vino, pagando 20,05 euro, avremmo potuto ricavare dai nostri dati il prezzo delle singole bottiglie di birra e vino?

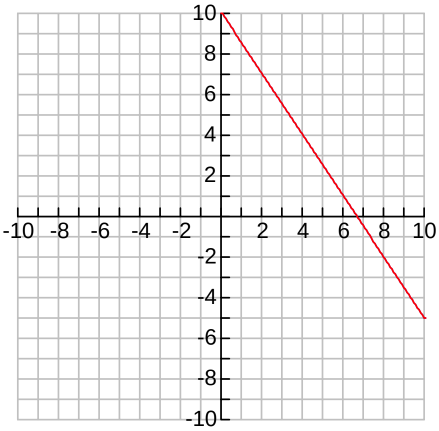
Riscriviamo l'istruzione, ma questa volta il computer ci segnala un errore:

$$\text{simult}\left(\begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 40.1 \\ 20.05 \end{bmatrix}\right)$$

EVAL ERROR: Singular matrix

Non è possibile determinare la soluzione del sistema. Infatti, in questo caso i dati forniti da Carlo non costituiscono una ulteriore informazione rispetto alla mia. Avremmo potuto dedurre i suoi dati dai miei, senza nemmeno recarci al supermercato!

La visualizzazione grafica ci conferma che siamo in possesso di una e non due informazioni.



Modifichiamo ulteriormente il problema.

Carlo ha acquistato tre bottiglie di birra e due di vino e ricorda di aver pagato 25 euro.

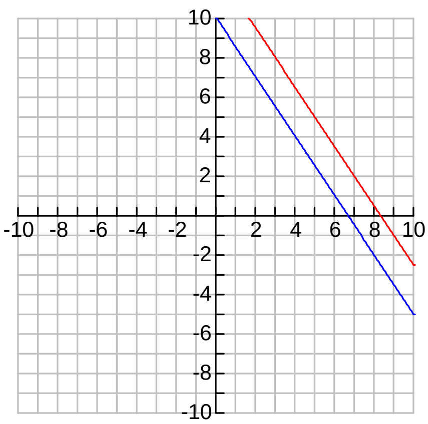
Scriviamo nuovamente l'istruzione, ma anche in questo caso il computer ci segnala errore.

$$\text{simult}\left(\begin{bmatrix}6 & 4\\ 3 & 2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}40.1\\ 25\end{bmatrix}\right)$$

EVAL ERROR: Singular matrix

Non è possibile trovare la soluzione: la seconda informazione contraddice la prima. Carlo non ricorda bene, oppure ha dimenticato di prendere il resto.

Il grafico ci chiarisce la natura di questo sistema.



A questo punto risulta facile, dopo una discussione sui risultati ottenuti, una generalizzazione del problema.

c. Commento finale

La risoluzione di sistemi con carta e penna, e una eventuale calcolatrice per i calcoli elementari, comporta elevato rischio di errore e impiego di molto tempo. Né, d'altra parte, nessuno dei quattro algoritmi di risoluzione, ha elevata valenza culturale: si tratta sempre di applicare in maniera automatica e ripetitiva alcune operazioni elementari.

Pertanto, ci sembra inderogabile l'uso del computer nell'insegnamento dei sistemi lineari. La domanda da porsi a questo punto è: quale parte della teoria è ancora necessaria? Cosa vuol dire *singular matrix*? Si noti che non è mai stata usata l'espressione *sistemi lineari*.

7. Internet e Wikipedia

In tutti i discorsi fatti non può mancare il riferimento obbligato a Internet ed in particolare a siti che, gratuitamente, forniscono materiale matematico, come l'enciclopedia in rete

http://www.it.wikipedia.org

Ad esempio, per sapere qualcosa sul *calcolo umbrale*, basta andare sul sito:

http://it.wikipedia.org/wiki/calcolo_umbrale

Analogamente, navigando con

http://it.wikipedia.org/wiki/Wiki_/successione_di_Fibonacci

si ottengono tante informazioni sui numeri di Fibonacci difficilmente reperibili sui libri.

Wikipedia è uno dei tanti siti dove trovare materiale matematico. Più in generale, sul motore di ricerca *Google.it*, digitando in inglese termini matematici, ad esempio *Fibonacci numbers*, si trovano tanti siti che trattano l'argomento. Il tal caso è necessaria una buona conoscenza della lingua inglese. Un campo affascinante di ricerca in rete è quello relativo ai frattali.

Altri siti interessanti sono

http://www.cut-the-knot.org

dove, ad esempio, consigliamo di leggere tante belle cose sul Monty Hall Dilemma, o Paradosso delle tre scatole, nella Teoria delle Probabilità e

http://mathworld.wolfram.com

valido più per studenti universitari e appassionati del software Mathematica.

In questo ambito il MIUR sta promuovendo progetti per l'uso della rete nella didattica quotidiana soprattutto per la Matematica, partendo dalla constatazione che le nuove tecnologie dell'informazione hanno modificato il modo di interagire, conoscere e comunicare. I giovani di oggi crescono in questa realtà: giocano, imparano e parlano usando il linguaggio digitale.

Nell'ultimo anno scolastico, in un campione di scuole medie di 1° e 2°, è partita la sperimentazione di nuove forme di insegnamento innovativo per l'italiano e la matematica.

Le classi coinvolte nella sperimentazione sono dotate di computer portatili collegati ad internet, di lavagne multimediali e di videoproiettori. I docenti, opportunamente formati e coadiuvati da tutor, potranno scegliere durante l'anno scolastico un numero predefinito di 'Learning Object', disponibili in una 'Libreria virtuale Nazionale (Marketplace) all'interno di una piattaforma sulla rete.

I 'Learning Object' sono applicazioni didattiche digitali di piccole dimensioni e durata, flessibili e utilizzabili in modo autonomo dal docente per integrare le attività didattiche tradizionali.

Le tecnologie hardware saranno offerte alle scuole insieme a un'adeguata formazione per il personale docente sull'utilizzo dei computer e sulle possibilità che le tecnologie offrono per arricchire il processo didattico; i computer non saranno destinati solo alle apposite aule informatiche, ma sarà data la possibilità di utilizzo delle tecnologie nella classe e in orari extrascolastici.

8. La prova d'esame

L'attuale esame di stato riserva alla matematica un ruolo secondario in quanto è oggetto della seconda prova scritta solo nei licei scientifici, compare con altre discipline nella terza prova e occupa uno spazio ridottissimo nel colloquio. Peraltro dove è oggetto di prova scritta , con i divieti d'uso delle calcolatrici programmabili, è anacronistica. Sono state fatte varie proposte di modifica ma tutte cadute nel vuoto, vuoi per volontà del MIUR, vuoi per l'indifferenza dei docenti i quali, viste alcune statistiche, preferiscono in larga misura che la prova resti così come è. Contenti loro, contenti tutti. Ecco le statistiche sull'argomento.

Esame di Stato 2004

I risultati dell'indagine sulla prova scritta di matematica nei licei scientifici.

(Elaborati dagli Ispettori Tecnici Emilio Ambrisi, Annamaria Gilberti ed Antonino Giambò.)

L'ultimo punto che l'indagine si riprometteva di mettere in luce riguarda il parere delle Commissioni circa *l'uso o meno di strumenti di calcolo automatico in sede d'esame.*

Si è fatto un gran parlare, negli ultimi 7-8 anni, circa la possibilità di consentire negli esami di Stato l'uso di una calcolatrice programmabile e grafica; alcuni davano addirittura ad intendere che su questo ormai fossero d'accordo tutti i docenti di matematica.

Ebbene le risultanze dell'indagine sono chiarissime: più di 4 Commissioni su 5 continuano a privilegiare una calcolatrice scientifica, purché però non sia grafica o programmabile; addirittura il 6% delle Commissioni ritiene che non dovrebbe essere consentito l'uso di alcuno strumento di calcolo automatico in sede d'esame. Solo 1 Commissione su 10 è favorevole all'uso di una calcolatrice programmabile e grafica. Tutto questo quando in Europa la situazione è esattamente all'opposto.

Tiziana Bindo, *t.bindo@istruzione.it*

Mauro Cerasoli, *mauro.cerasoli@alice.it*

Carlo Costabile, *c.costabile@unical.it*