

Quesito 7

$$\begin{cases} y = x^3 - 3x^2 \\ y = -k \end{cases}$$

La curva $y = x^3 - 3x^2$ interseca le ascisse in $x=0$ ed $x=3$, è positiva per $x>3$.

Inoltre

$$y' = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2) > 0 \rightarrow x < 0 \vee x > 2$$

$$y'' = 6x - 6 = 0 \rightarrow x = 1$$

Quindi $(0,0)$ è un Massimo, $(2,-4)$ è un minimo, $(1,-2)$ è un flesso

Distinguiamo i casi seguenti:

$$-k < -4 \Leftrightarrow k > 4 \quad 1 \text{ soluzione}$$

$$k = 4 \quad 3 \text{ soluzioni di cui 2 coincidenti}$$

$$-4 < -k < 0 \Leftrightarrow 0 < k < 4 \quad 3 \text{ soluzioni distinte}$$

$$k = 0 \quad 3 \text{ soluzioni di cui 2 coincidenti}$$

$$k < 0 \quad 1 \text{ soluzione}$$