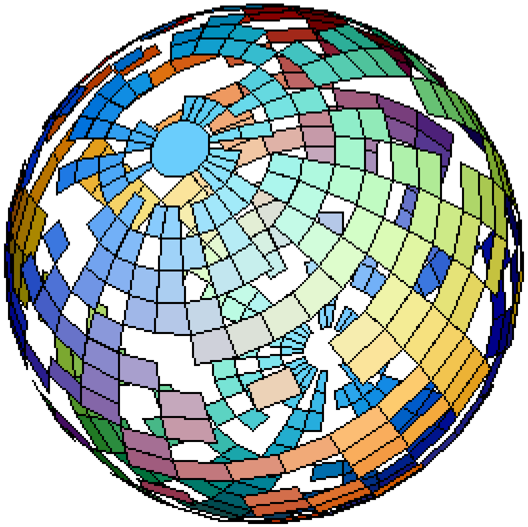
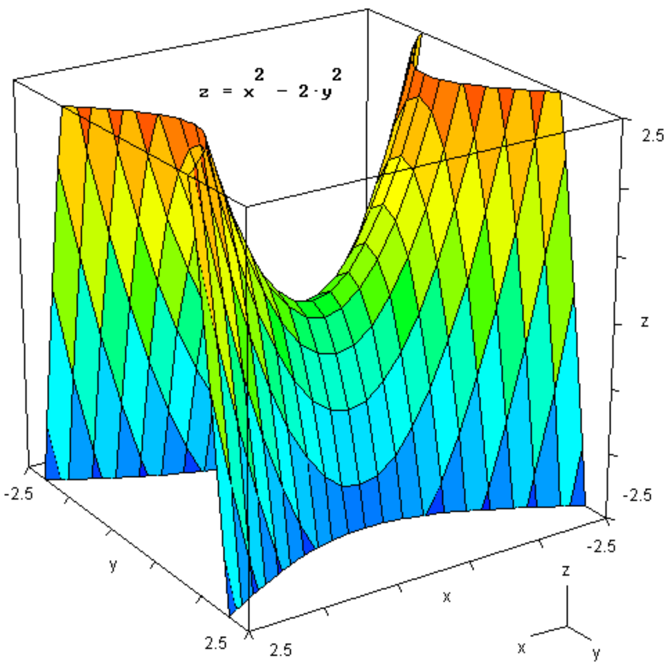
Derive

Esempi pratici



Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Il corso, senza scendere in particolari e formalismi matematici, vuole presentare delle esercitazioni per conoscere ed utilizzare lo strumento Derive XM



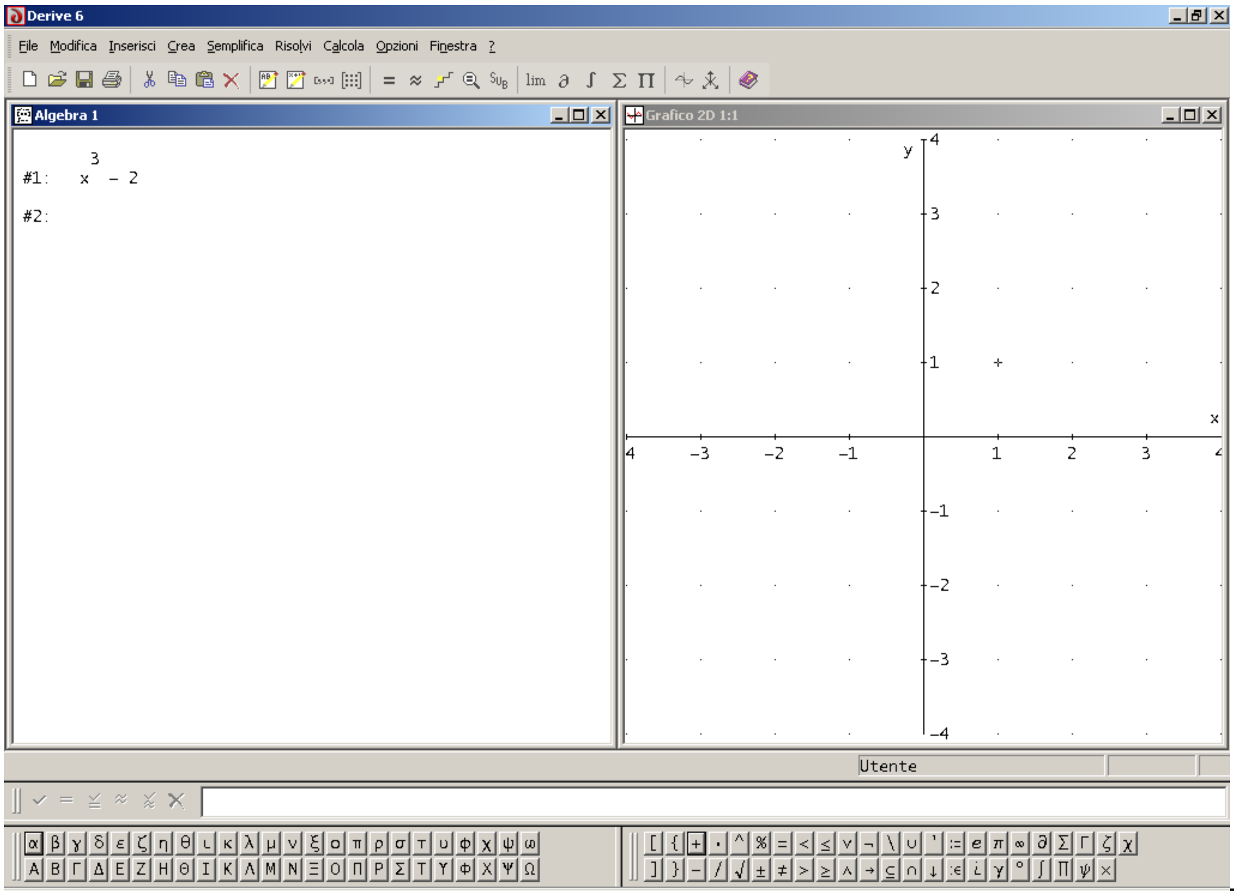
Legenda simboli

Nozioni/Spiegazioni

Esercizi da svolgere

Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Lo Strumento – Derive XM



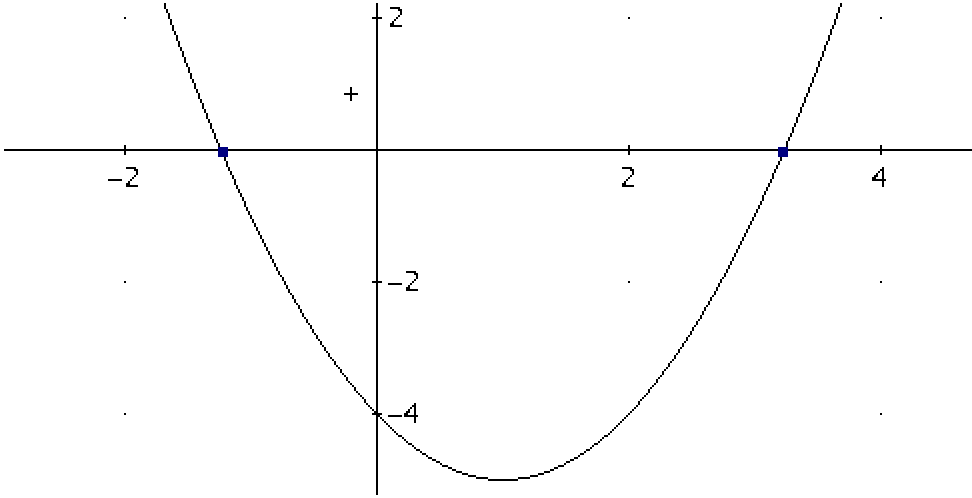
Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Soluzione Equazioni (metodo algebrico)

- $f(x) := x^2 - 2 \cdot x - 4$

  SOLVE(f(x), x)

  $x = -1.236067977 \vee x = 3.23606797$



- $f(x) := a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

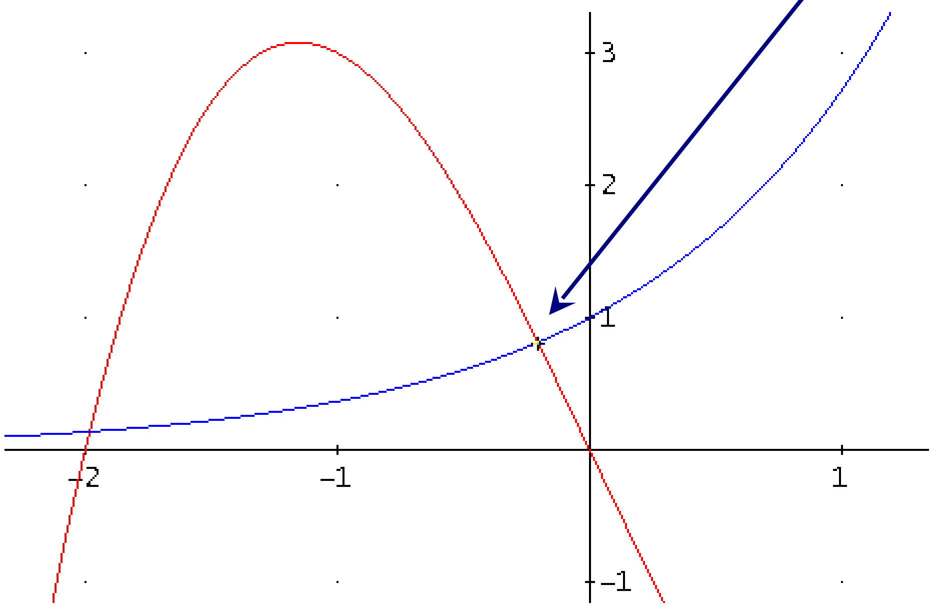
  SOLVE(f(x), x)

$$x = \frac{0.5 \cdot (\sqrt{(b^2 - 4 \cdot a \cdot c)} - b)}{a} \vee x = -\frac{0.5 \cdot (\sqrt{(b^2 - 4 \cdot a \cdot c)} + b)}{a}$$

Soluzione Equazione (metodo grafico)

$$x^3 - 4 \cdot x - e^x = 0$$

$$x^3 - 4 \cdot x = e^x$$



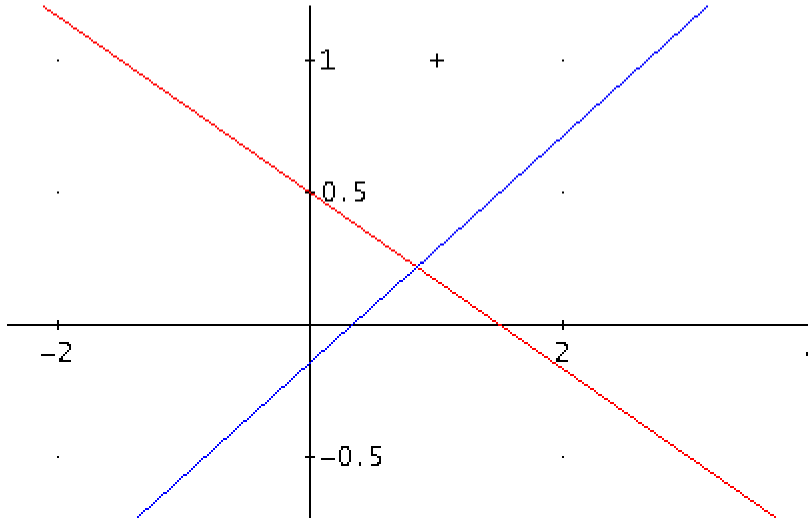
Posizionando la croce del grafico si leggono i valori approssimati delle soluzioni

Croce: -0.2063492 , 0.8030303

Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Soluzione sistema lineare(metodo algebrico)

$$\begin{cases} 2x + 6y = 3 \\ 3x - 7y = 1 \end{cases}$$




```
SOLVE([2·x + 6·y = 3, 3·x - 7·y = 1], [x, y])
```

Equazioni Incognite

```
[x = 0.84375 ∧ y = 0.21875]
```


Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Risolvere:

- algebricamente $x^3 - 2 \cdot x + 1$
- graficamente $x^3 - x + 1 = \frac{1}{x}$
- sistema lineare (SOLVE) $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ x - 3y + z = 2 \end{cases}$

Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Semplificazioni

sviluppa

$$(x - 1)^3$$

$$\text{EXPAND}((x - 1)^3, \text{Rational}, x)$$

$$x^3 - 3 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 1$$

fattorizzazione

$$x^2 - 3$$

$$\text{FACTOR}(x^2 - 3, \text{Radical}, x)$$

$$(x + \sqrt{3}) \cdot (x - \sqrt{3})$$

Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Risolvere:

- sviluppare $\dfrac{x - 1}{2 \cdot x^2 + 5 \cdot x + 3}$
- usare FACTOR(..) $x^3 - x \cdot y^2$
- scomporre in fattori primi (FACTOR) :

  17

  84

  55

Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Funzioni utente

Definizione

NomeFunzione (parametri formali) :=

funzione

Utilizzo

NomeFunzione (parametri attuali)

Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Funzioni utente (volume cubo)

Definizione

$$volumeCubo(lato) := lato^3$$

Utilizzo

```
volumeCubo(5)

125
```


Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Funzioni utente (area rettangolo)

Definizione

$$areaRettangolo(base, altezza) := base \cdot altezza$$

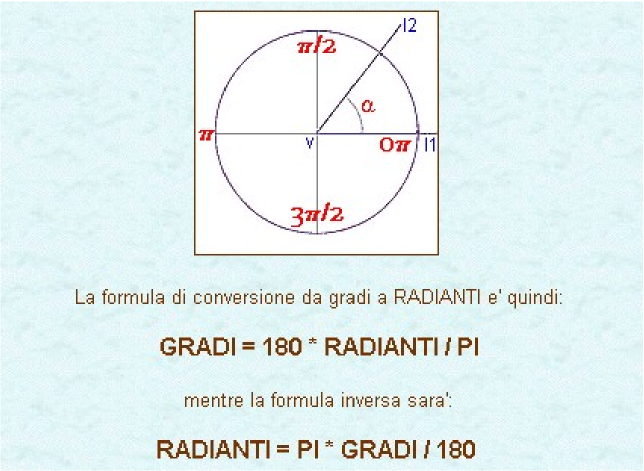
Utilizzo

```
areaRettangolo(3, 4)

12
```


Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Funzioni utente (conversioni rad_gra)



Definizione

$$\text{rad\_grad}(x) := \frac{180 \cdot x}{\pi}$$

Utilizzo

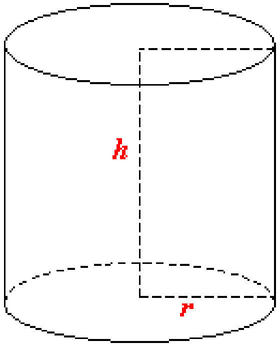
rad_grad(0.785)

44.97718691

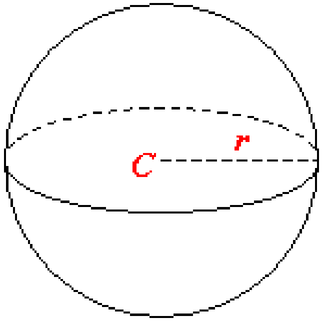
Definire e testare la funzione grad_rad

Diapo: **13**

Definire e testare le funzioni riferite alle casistiche riportate

- 

$$V = \pi r^2 \cdot h$$

- 

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Funzioni utente (punto medio)

Utilizzo element(v,n) che mi restituisce il valore
n-esimo di un elenco v)

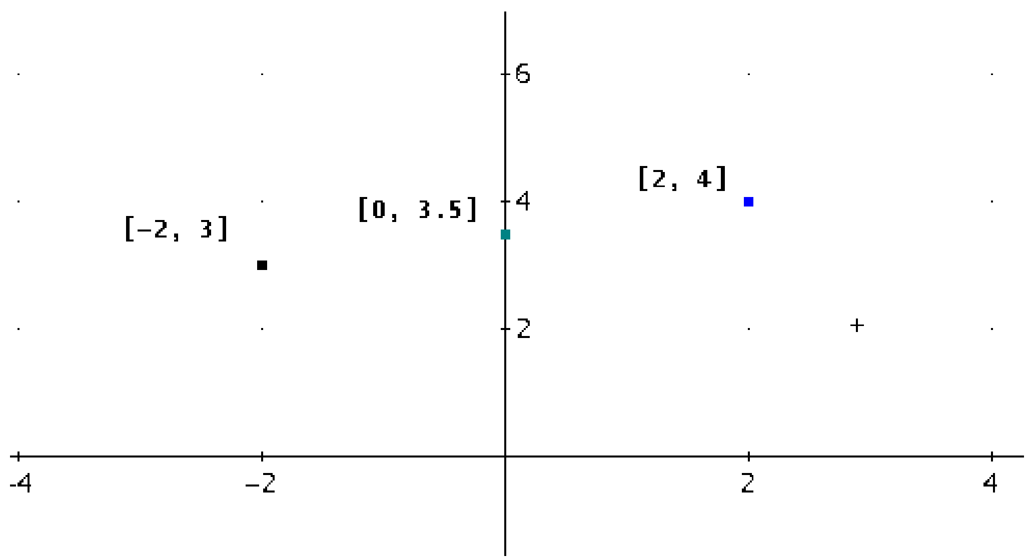
$$\text{PuntoMedio}(p1,\ p2) := \left[\frac{\text{ELEMENT}(p1,\ 1) + \text{ELEMENT}(p2,\ 1)}{2},\ \frac{\text{ELEMENT}(p1,\ 2) + \text{ELEMENT}(p2,\ 2)}{2} \right]$$

```
p1 := [2, 4]

p2 := [-2, 3]

PuntoMedio(p1, p2)

[0, 3.5]
```



Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Funzioni utente (retta per due punti)

Definizione

$$y - y_1 = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} (x - x_1)$$

$$\mathrm{retta2Pt}(p1,\ p2) := \frac{\mathrm{ELEMENT}(p2,\ 2) - \mathrm{ELEMENT}(p1,\ 2)}{\mathrm{ELEMENT}(p2,\ 1) - \mathrm{ELEMENT}(p1,\ 1)} \cdot (x - \mathrm{ELEMENT}(p1,\ 1)) + \mathrm{ELEMENT}(p1,\ 2)$$

Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Funzioni utente (retta per due punti)

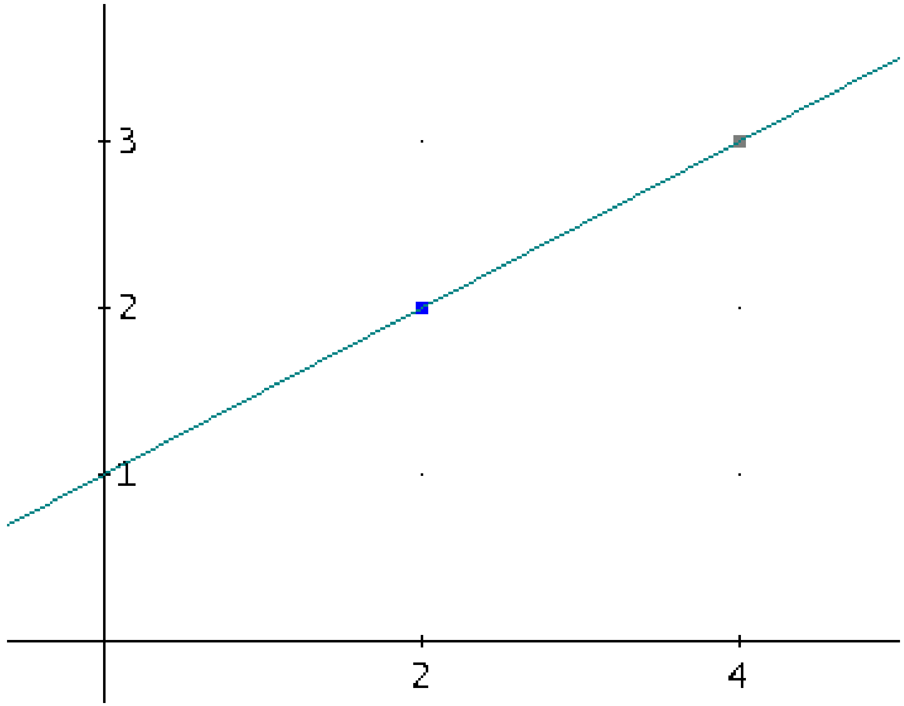
Utilizzo

```
p1 := [2, 2]

p2 := [4, 3]

retta2Pt(p1, p2)

0.5·(x + 2)
```



Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

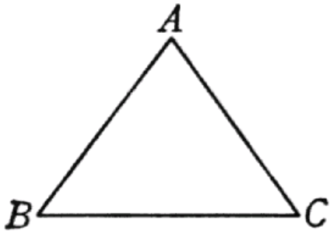
Definire e testare le funzioni riferite alle casistiche riportate

- retta dato punto e coeff. angolare

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

- distanza fra due punti $\underline{AB} = \sqrt{[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]}$

- perimetro triangolo dati A,B,C (usare tre volte distanza)



Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Funzioni utente (traslazione)

Le equazioni di una traslazione sono del tipo: $\begin{cases} X = x + e \\ Y = y + f \end{cases}$

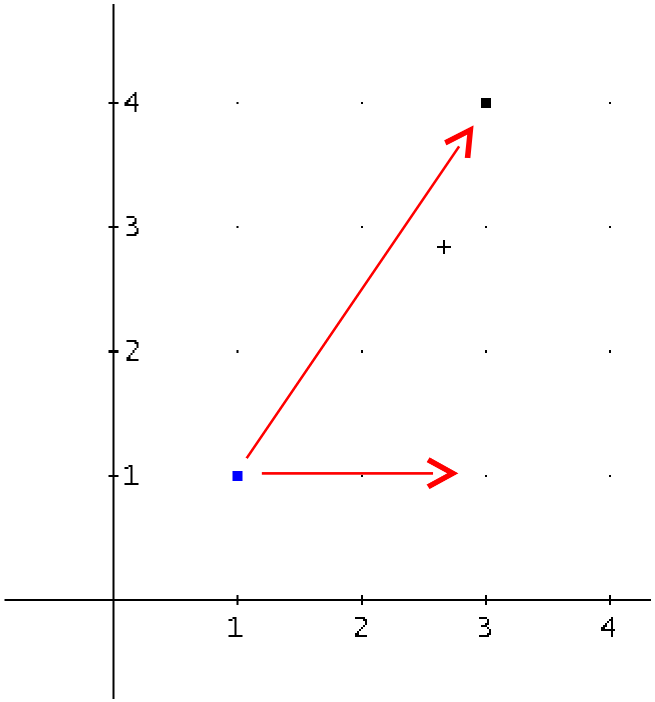
vettore di componenti (**e** , **f**)

```
a := [1, 1]

trasla_punt(a, e, f) := [ELEMENT(a, 1) + e, ELEMENT(a, 2) + f]

trasla_punt(a, 2, 3)

                                              [3, 4]
```



Definire la funzione per traslare una funzione generica

$x = x' - a$

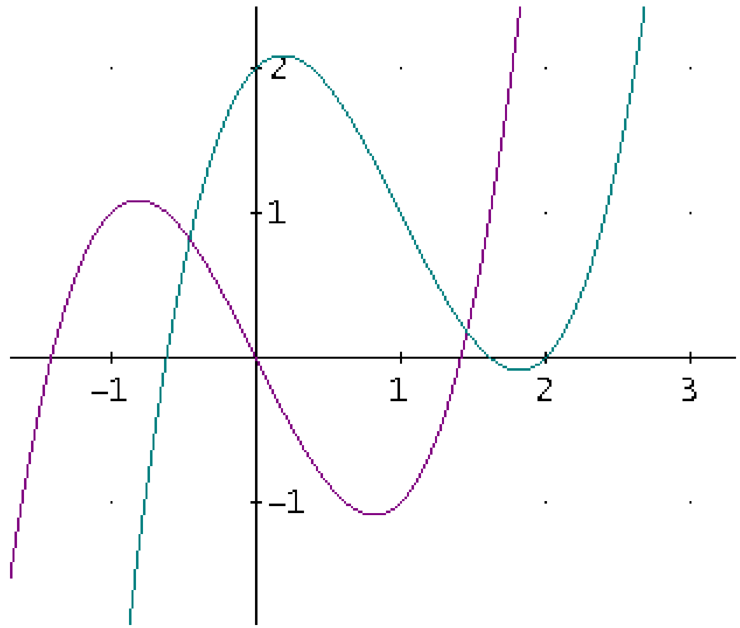
$y = y' - b$

$F(x, y) = 0 \rightarrow F(x-a, y-b) = 0$

$g(x) := x^3 - 2 \cdot x$

trasla_funz(1, 1)

$x^3 - 3 \cdot x^2 + x + 2$



Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Istruzione Vector

(permette la costruzione di un'insieme di elementi)

```
VECTOR(x, x, 1, 10, 1)  →  [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]
```

step

valore finale

valore iniziale

variabile

espressione (anche complessa)

Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

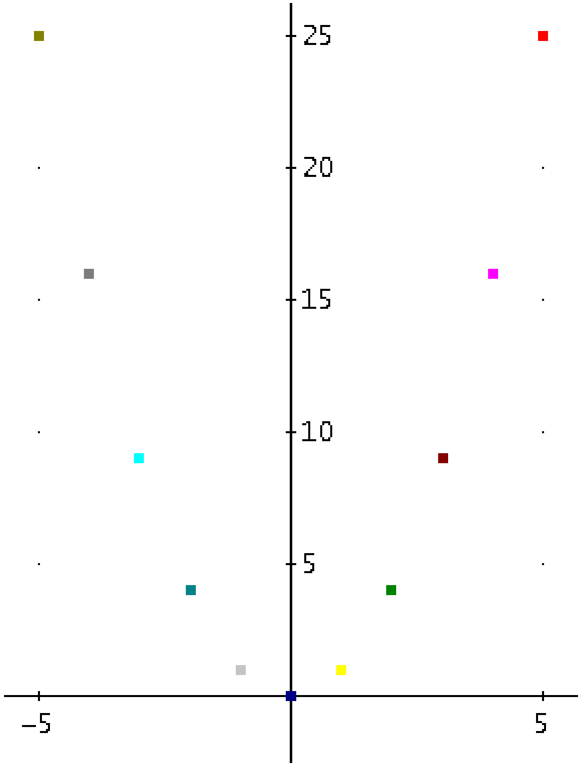
Vector (funzione per punti)

```
genera_punti(a, b, step) := VECTOR([[x, f(x)]], x, a, b, step)
```

$f(x) := x^2$

```
genera_punti(-5, 5, 1)
```

$$\begin{bmatrix} [-5,\ 25] \\ [-4,\ 16] \\ [-3,\ 9] \\ [-2,\ 4] \\ [-1,\ 1] \\ [0,\ 0] \\ [1,\ 1] \\ [2,\ 4] \\ [3,\ 9] \\ [4,\ 16] \\ [5,\ 25] \end{bmatrix}$$



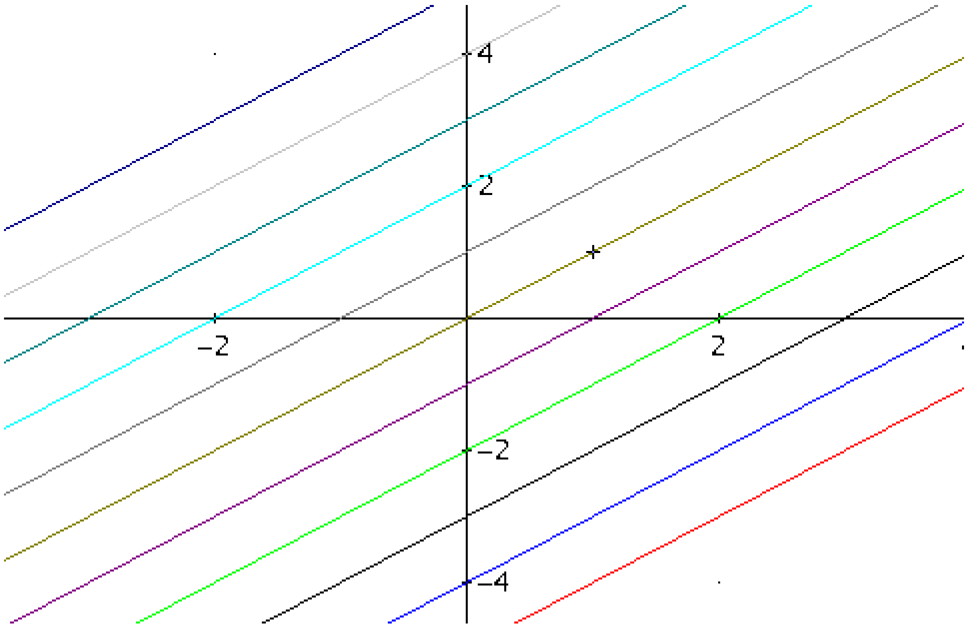
Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Vector (fascio di rette 1)

```
retta(m, q) := m·x + q

VECTOR(retta(1, q), q, -5, 5, 1)

[x - 5, x - 4, x - 3, x - 2, x - 1, x, x + 1, x + 2, x + 3, x + 4, x + 5]
```

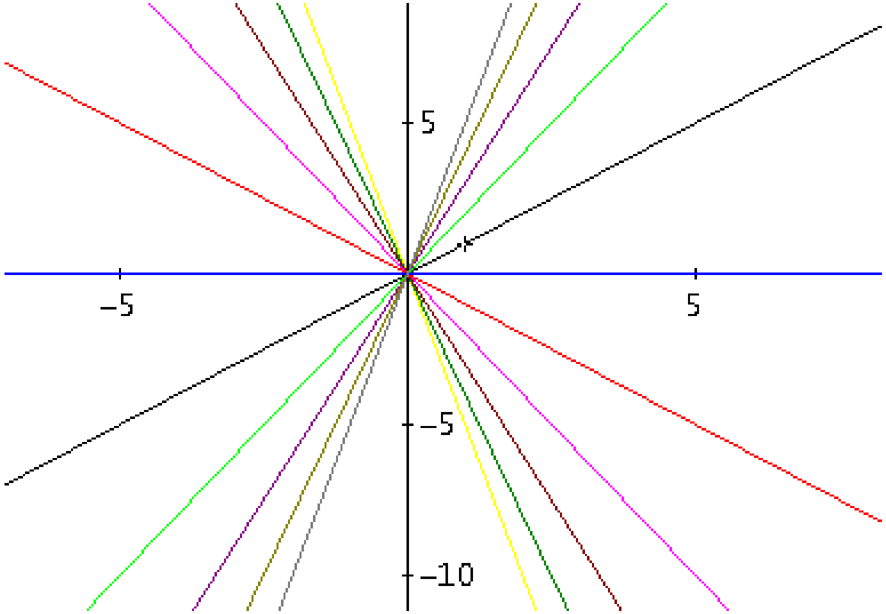


Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Vector (fascio di rette 2)

```
VECTOR(retta(m, 0), m, -5, 5, 1)

[- 5·x, - 4·x, - 3·x, - 2·x, -x, 0, x, 2·x, 3·x, 4·x, 5·x]
```



Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Definire e testare le funzioni riferite alle casistiche riportate

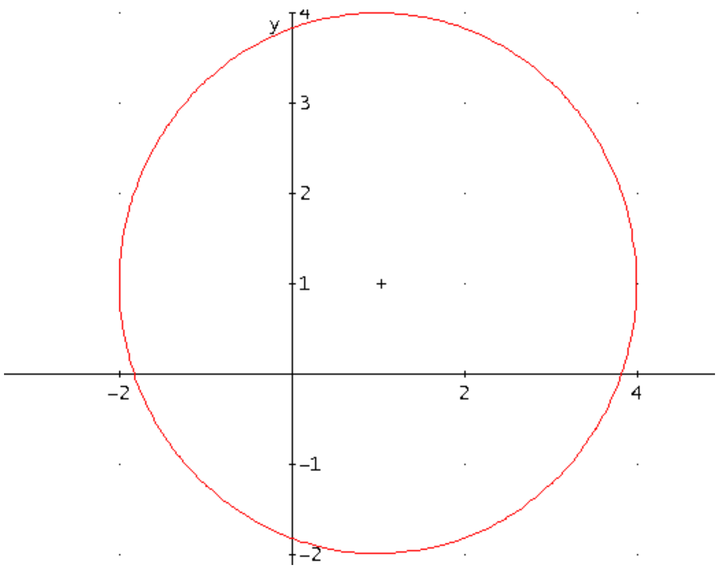
Funzione circonferenza dato C e r:

$$circCentroRaggio(C,\ r) := (x - ELEMENT(C,\ 1))^2 + (y - ELEMENT(C,\ 2))^2 = r^2$$

$$C := [1,\ 1]$$

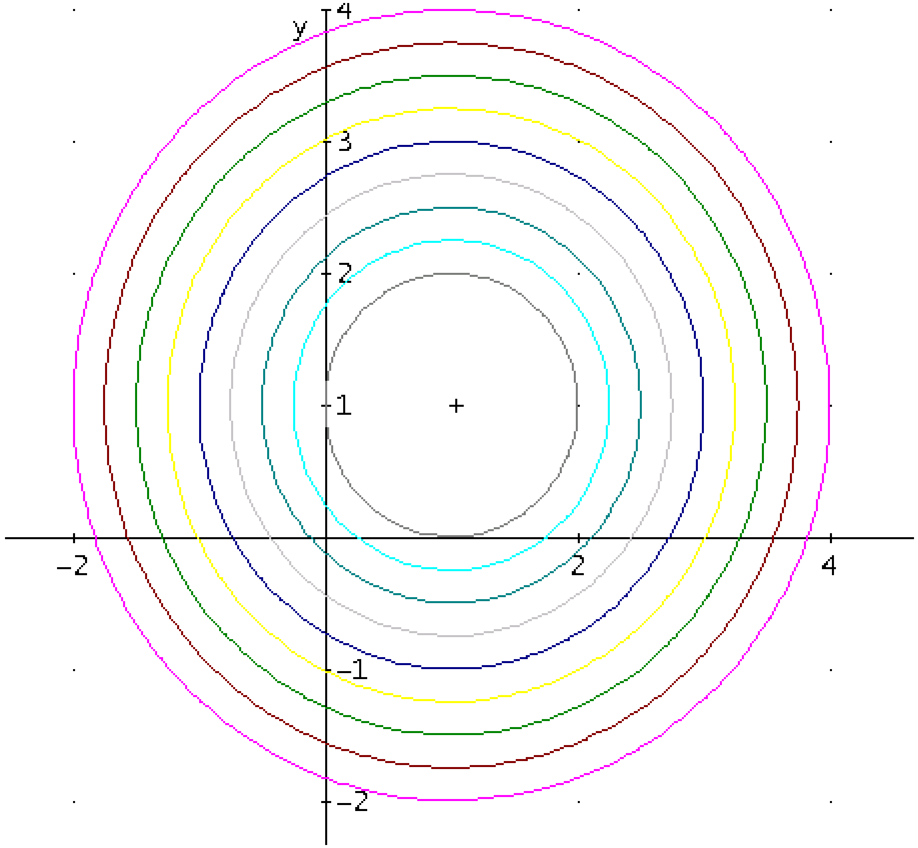
$$circCentroRaggio(C,\ 3)$$

$$x^2 - 2\cdot x + y^2 - 2\cdot y = 7$$



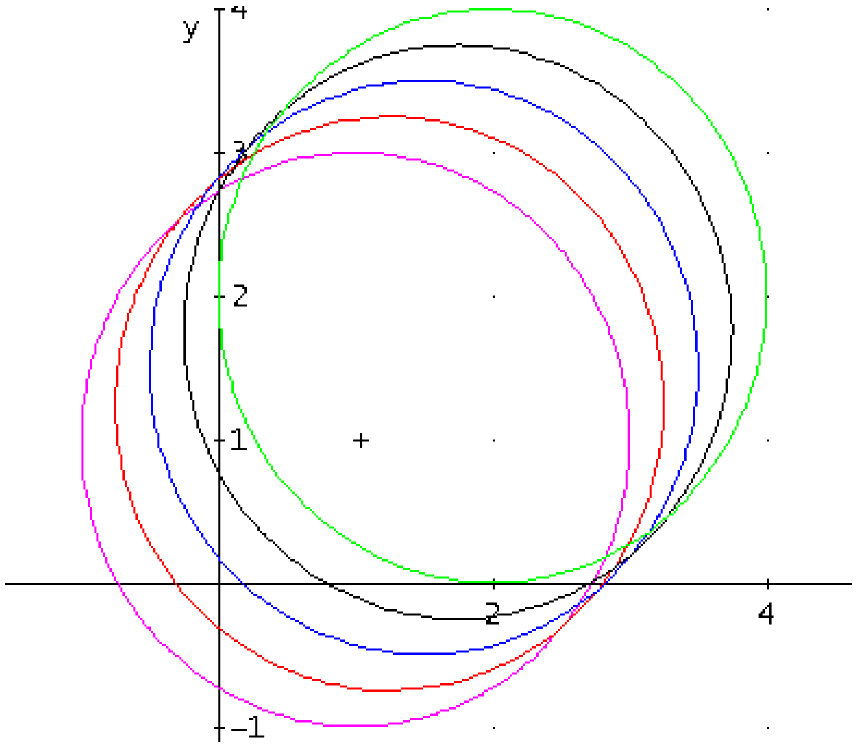
Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Determinare tramite il vector un fascio di circonferenze concentriche



Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Determinare tramite il vector un fascio di circonferenze variando il centro



Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Istruzione If

(permette operazioni selettive)

```
segno(x):=if(x>0,"+","-")

segno(5)

      +

segno(-5)

      -
```


Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Divisori polinomio
(polinomio generico per polinomio del tipo x+ q)

Vengono utilizzate le funzioni

quotient: quoziente della divisione fra polinomi

remainder:resto della divisione fra polinomi

```
divisione := IF(REMAINDER(g(x), h(x)) = 0, QUOTIENT(g(x), h(x)), "Non Divisore")
verifica_polinomi(a, b, step) := VECTOR([g(x), h(x, q) := x + q, divisione], q, a, b, step)
```

$g(x) := x^3 - 1$

verifica_polinomi(-3, 3, 1)

$$\begin{bmatrix} x^3 - 1 & h(x, q) := x - 3 & \text{Non Divisore} \\ x^3 - 1 & h(x, q) := x - 2 & \text{Non Divisore} \\ x^3 - 1 & h(x, q) := x - 1 & x^2 + x + 1 \\ x^3 - 1 & h(x, q) := x & \text{Non Divisore} \\ x^3 - 1 & h(x, q) := x + 1 & \text{Non Divisore} \\ x^3 - 1 & h(x, q) := x + 2 & \text{Non Divisore} \\ x^3 - 1 & h(x, q) := x + 3 & \text{Non Divisore} \end{bmatrix}$$

$g(x) := x^2 - 4$

verifica_polinomi(-2, 2, 1)

$$\begin{bmatrix} x^2 - 4 & h(x, q) := x - 2 & x + 2 \\ x^2 - 4 & h(x, q) := x - 1 & \text{Non Divisore} \\ x^2 - 4 & h(x, q) := x & \text{Non Divisore} \\ x^2 - 4 & h(x, q) := x + 1 & \text{Non Divisore} \\ x^2 - 4 & h(x, q) := x + 2 & x - 2 \end{bmatrix}$$

Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Pitagora

Come convenzione stabilisco che i parametri siano nell'ordine base,altezza,ipotenusa e che il dato incognito sia individuato dal valore 0 del parametro

```
PitagoraLatoMancante(base, altezza, ipotenusa) :=
  If base = 0
     √(ipotenusa^2 - altezza^2)
     If altezza = 0
        √(ipotenusa^2 - base^2)
        √(altezza^2 + base^2)

PitagoraLatoMancante(2, 2, 0)

                                                    2.828427124

PitagoraLatoMancante(0, 2, 2.828427124)

                                                         2
```


Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Determinare la funzione preponderante fra due funzioni predefinite in un intervallo [a , b]

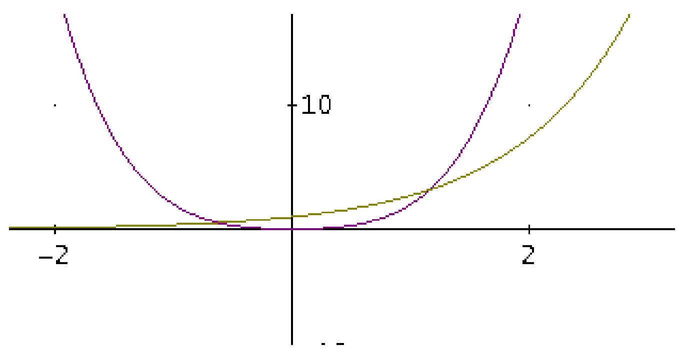
$$f1(x) := x^4 + x^2 \qquad f2(x) := e^x$$

```
confrontoFunzioni(a, b, step) := VECTOR([x,f1(x), f2(x), IF(f1(x) > f2(x), "F1", "F2")], x, a, b, step)
```

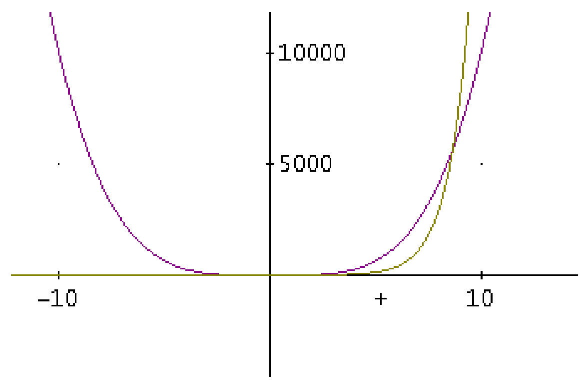
```
confrontoFunzioni(1, 10, 1)
```

1	2	2.718281828	F2
2	20	7.389056098	F1
3	90	20.08553692	F1
4	272	54.59815003	F1
5	650	148.4131591	F1
6	1332	403.4287934	F1
7	2450	1096.633158	F1
8	4160	2980.957987	F1
9	6642	8103.083927	F2
10	$1.01\cdot10^4$	$2.202646579\cdot10^4$	F2

zoom1



zoom2



Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

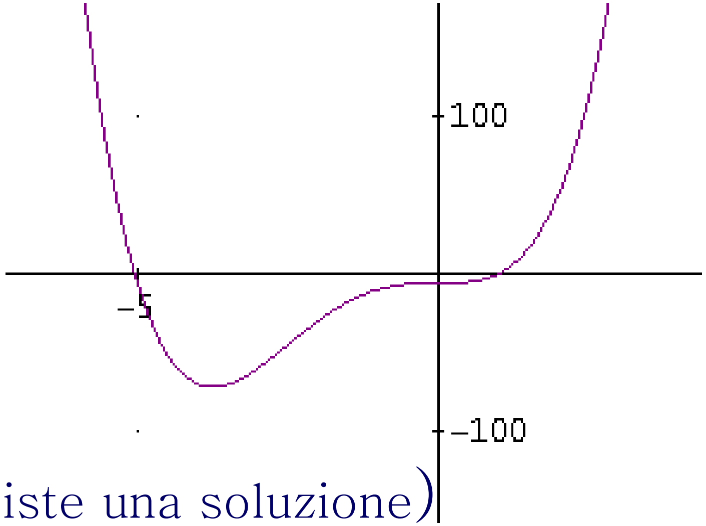
Studiare una funzione polinomiale in un intervallo [a , b] alla ricerca di possibili soluzioni

```
f(x) := x^4 + 5·x^3 − 6

studiaIntervallo(a, b, step) := VECTOR([x, IF(f(x) > 0, + , − )], x, a, b, step)

studiaIntervallo(−6, 2, 0.5)
```

−6	+
−5.5	+
−5	−
−4.5	−
−4	−
−3.5	−
−3	−
−2.5	−
−2	−
−1.5	−
−1	−
−0.5	−
0	−
0.5	−
1	−
1.5	+
2	+



Soluzioni reali:
fra −5.5 e −5 e fra 1 e 1.5
(essendoF(x)∗F(x+ step)<0 esiste una soluzione)

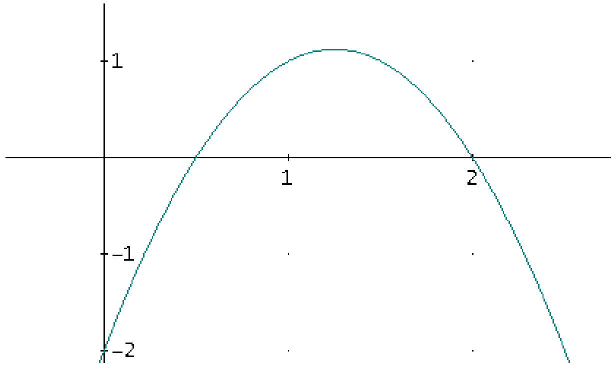
Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Istruzione SIGN

(l'istruzione SIGN permette la visualizzazione del segno di un'espressione associando un grafico a scalino con +1 per espressione positiva -1 per espressione negativa)

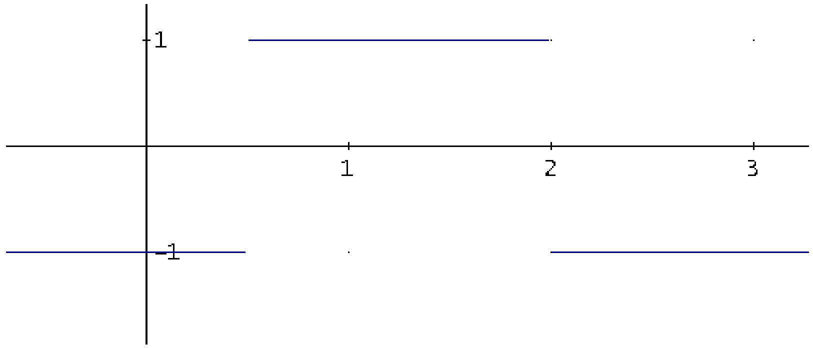
Funzione

$$-2 \cdot x^2 + 5 \cdot x - 2$$



Segno della funzione

$$\mathrm{SIGN}(-2 \cdot x^2 + 5 \cdot x - 2)$$



Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Soluzione di una disequazione di 2 grado (con equazione corrispondente avente radici reali e distinte)

$$-x^2 + 5 \cdot x - 3 \geq 0$$

$$-x^2 + 5 \cdot x - 3$$

$$\text{SOLVE}(-x^2 + 5 \cdot x - 3,\ x)$$

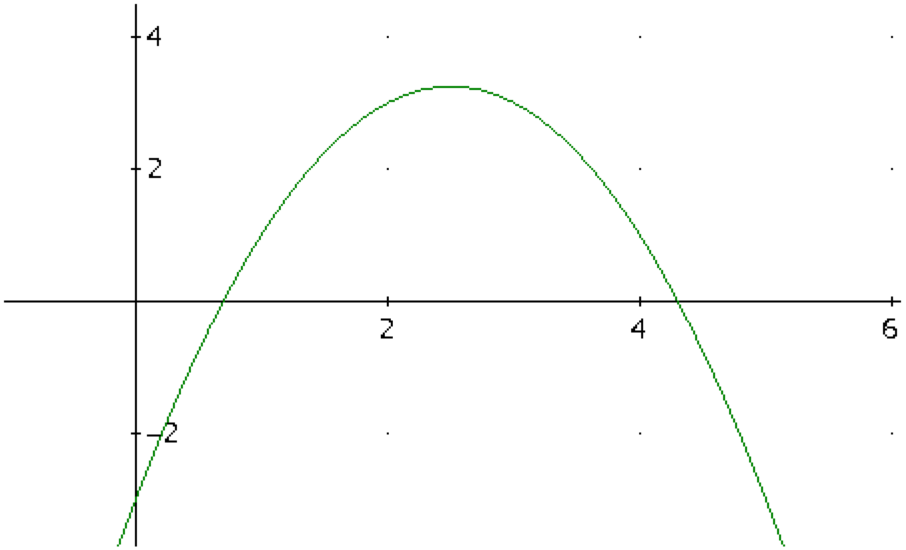
$$x = 0.6972243622 \lor x = 4.302775637$$

Soluzione (tabella segni)

$f(x) := -x^2 + 5 \cdot x - 3$

VECTOR([x, f(x), IF(f(x) < 0, " − ", " + ")], x, 0.5, 4.5, 0.5)

$$\begin{bmatrix} 0.5 & -0.75 & - \\ 1 & 1 & + \\ 1.5 & 2.25 & + \\ 2 & 3 & + \\ 2.5 & 3.25 & + \\ 3 & 3 & + \\ 3.5 & 2.25 & + \\ 4 & 1 & + \\ 4.5 & -0.75 & - \end{bmatrix}$$



Ricordando che le soluzioni erano

$x = 0.6972243622 \lor x = 4.302775637$

e la disequazione:

$-x^2 + 5 \cdot x - 3 \geq 0$

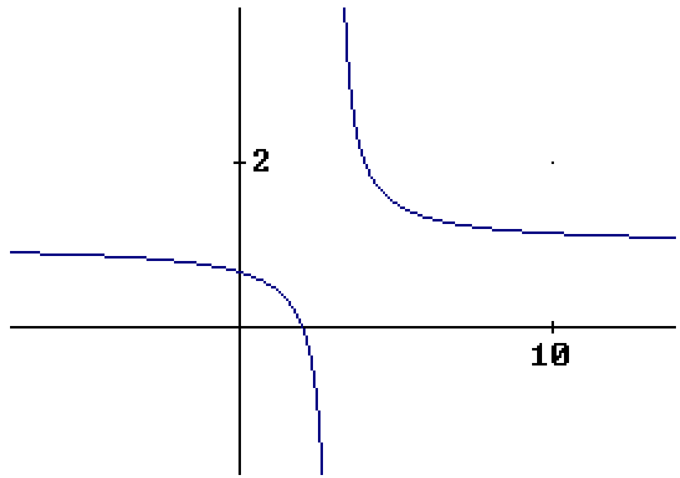
il risultato è : $0.6972243622 \leq x \leq 4.302775637$

Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Analisi dominio

Data la funzione:

$$f(x) := \frac{x - 2}{x - 3}$$



si analizza

f(x) per x-> $\pm\infty$

e

f(x) per x-> $3^{\pm}$

Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

$+\infty$

VECTOR([x, f(x)], x, 10, 100, 10)

10	1.142857142
20	1.058823529
30	1.037037037
40	1.027027027
50	1.021276595
60	1.017543859
70	1.014925373
80	1.012987012
90	1.011494252
100	1.010309278

avvicinandosi a + inf la funzione tende a 1 infatti:

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) \qquad 1$$

$-\infty$

VECTOR([x, f(x)], x, -10, -100, -10)

-10	0.9230769230
-20	0.9565217391
-30	0.9696969696
-40	0.9767441860
-50	0.9811320754
-60	0.9841269841
-70	0.9863013698
-80	0.9879518072
-90	0.9892473118
-100	0.9902912621

avvicinandosi a − inf la funzione tende a 1 infatti:

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) \qquad 1$$

Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

3^{+}

VECTOR([x, f(x)], x, 3.0009, 3.0001, -0.0001)

$$\begin{bmatrix} 3.0009 & 1112.111111 \\ 3.0008 & 1251 \\ 3.0007 & 1429.571428 \\ 3.0006 & 1667.666666 \\ 3.0005 & 2001 \\ 3.0004 & 2501 \\ 3.0003 & 3334.333333 \\ 3.0002 & 5001 \\ 3.0001 & 1.0001 \cdot 10^{4} \end{bmatrix}$$

3^{-}

VECTOR([x, f(x)], x, 2.999, 2.9999, +0.0001)

$$\begin{bmatrix} 2.999 & -999 \\ 2.9991 & -1110.111111 \\ 2.9992 & -1249 \\ 2.9993 & -1427.571428 \\ 2.9994 & -1665.666666 \\ 2.9995 & -1999 \\ 2.9996 & -2499 \\ 2.9997 & -3332.333333 \\ 2.9998 & -4999 \\ 2.9999 & -9999 \end{bmatrix}$$

avvicinandomi a 3 da destra la funzione tende a + inf

infat $\lim_{x \to 3+} f(x) \quad +\infty$

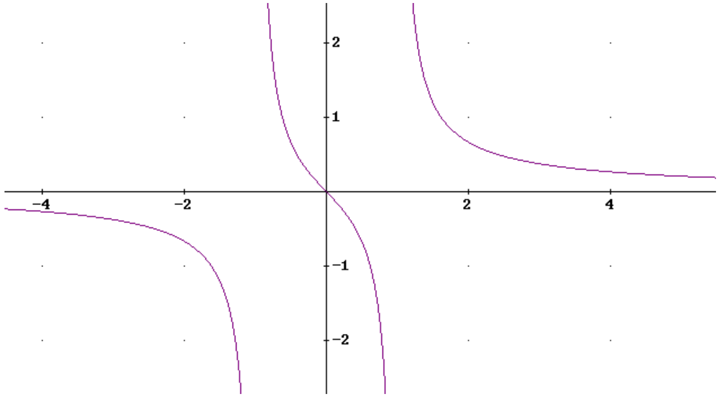
avvicinandomi a 3 da sinistra la funzione tende a −inf

infatt $\lim_{x \to 3-} f(x) \quad -\infty$

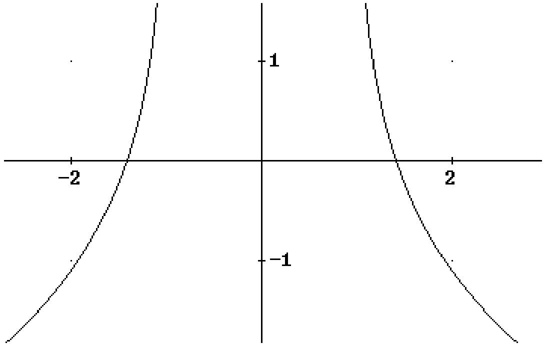
Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Analizzare i punti di frontiera del dominio delle seguenti funzioni:

- $\dfrac{x}{x^2 - 1}$



- $\mathrm{LOG}\left(\dfrac{1}{x^2 - 1}\right)$



Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Derivata

Data la funzione:

$$f(x) := x^2 - 3 \cdot x$$

scrivo la funzione rapporto incrementale:

$$rapp\_inc(x) := \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$rapp\_inc(x)$$

$$2 \cdot x + h - 3$$

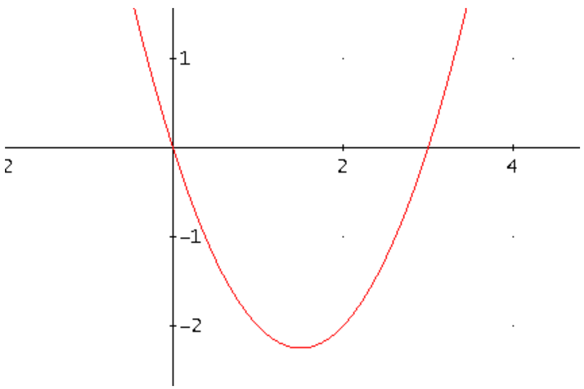
Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Derivata

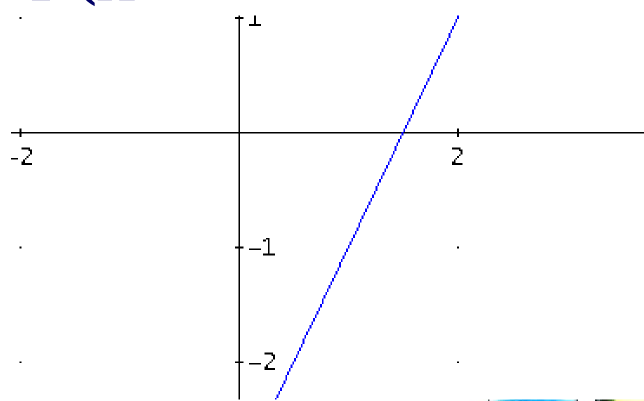
Definizione della derivata come limite per h->0 del rapporto incrementale

```
lim_rapp_inc(x) := LIM(rapp_inc(x), h, 0)
lim_rapp_inc(x)
 2·x - 3
```

f(x)



f'(x



Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Derivata (significato geometrico)

dato un punto [x0, f(x0)] la derivata nel punto è il coefficiente angolare della retta tangente al punto

```
coeff_angolare(x0, x) := LIM(lim_rapp_inc(x), x, x0)

coeff_angolare(2, x)

 1
```

la retta tangente al punto [2,-2] ha

coefficiente angolare 1

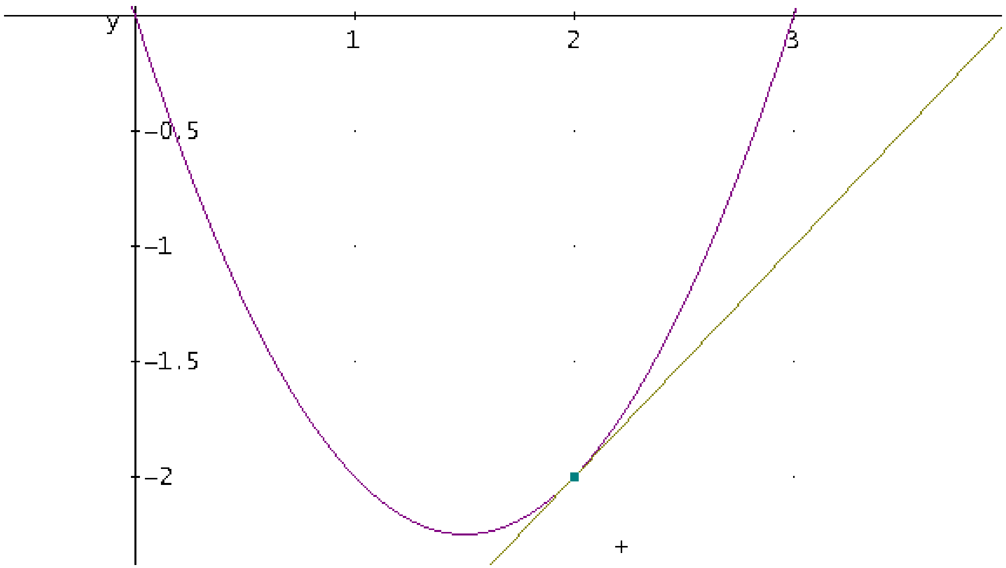
Derivata (significato geometrico)

utilizzando la formula: y=m(x−x0)+ f(x0) ricavo la retta dato il punto e il coeff. angolare

retta_passante(x0, x) := coeff_angolare(x0, x)·(x − x0) + f(x0)

retta_passante(2, x)

x − 4



Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Ricorsione

fattoriale

```
0! = 1              (caso base)
n! = n * (n-1)!     (se n > 0).
```

fattoriale(n) := IF(n = 1 ∨ n = 0, 1, n·fattoriale(n − 1))

fattoriale(7)   5040

fibonacci

```
fib(0) = 0
fib(1) = 1
fib(n) = fib(n - 1)  +  fib(n - 2)        (se n > 1)
```

(fibonacci(n) := IF(n = 0, 0, IF(n = 1, 1, fibonacci(n − 1) + fibonacci(n − 2)))

fibonacci(6)   8

0,1,1,2,3,5,8

Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

- Partendo dalle seguente definizione generare la funzione ricorsiva mcd

  Algoritmo di Euclide
  - se m=n allora MCD è n (o m)
  - se m>n allora esso è il MCD tra m-n e n
  - se n>m allora esso è il MCD tra m e n-m

- Generare la funzione ricorsiva che restituisce la somma dei primi n numeri interi

Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Matrici e sistemi lineari

$$\begin{cases} x1 + x2 = 3 \\ 2x1 - x2 = 4 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} a_{11}x1 + a_{12}x2 = c_{11} \\ a_{21}x1 + a_{22}x2 = c_{21} \end{cases}$$

$$a_{11} = 1; a_{12} = 1; c_{11} = 3; a_{21} = 2; a_{22} = -1; c_{21} = 4;$$

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{21} \end{matrix} * \begin{matrix} x1 \\ x2 \end{matrix} = \begin{matrix} c_{11} \\ c_{21} \end{matrix} \longrightarrow$$

Semplificando: AX=C
A matrice coefficienti
X matrice incognite
C matrice termini noti

Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Matrici e sistemi lineari

risolvendo come equazione

$$AX = C \longrightarrow X = \frac{C}{A} \longrightarrow X = A^{-1}C$$

(dove A^{-1} è chiamata matrice inversa di A)

$$a := \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$x := \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} \qquad \longrightarrow \qquad y = 2.333333333 \wedge z = 0.6666666666$$

$$c := \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$x = a^{-1} \cdot c$$

Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Matrici e sistemi lineari

posso introdurre un controllo sul determinante

$$\mathrm{IF}(\mathrm{DET}(a) \neq 0,\ x = a^{-1} \cdot c,\ \text{sistema impossibile})$$

$$a := \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$x := \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}$$

$$c := \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$y = -8 \wedge z = 5$$

$$a := \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$x := \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}$$

$$c := \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

sistema impossibile

Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

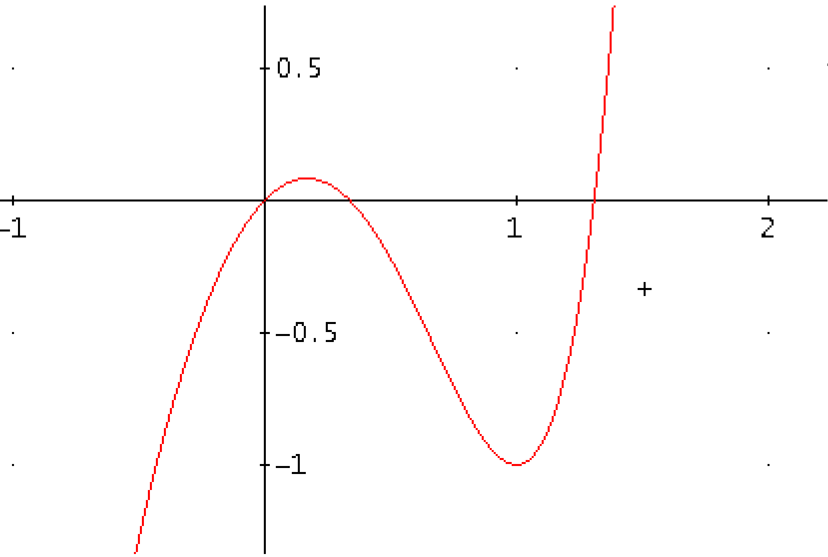
Risolvere i seguenti S.L.

$$\begin{cases} 3\cdot x + 4\cdot y = 6 \\ -3\cdot x + y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3\cdot x + 2\cdot y - z = 1 \\ x - 2\cdot y + z = 2 \\ 3\cdot x + 2\cdot y - z = 1 \end{cases}$$

Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Ricerca radici



data la funzione:

$f(x) := x^5 - 3 \cdot x^2 + x$ (esistenza)

costruisco la funzione esiste_zero per determinare l'esistenza di radici nell'intervallo

```
esiste_zero(a, b) :=
  If f(a)·f(b) < 0
     "esiste almeno una radice"
     "non esistono radici"

esiste_zero(1, 2)
   esiste almeno una radice

esiste_zero(3, 4)
   non esistono radici
```


Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

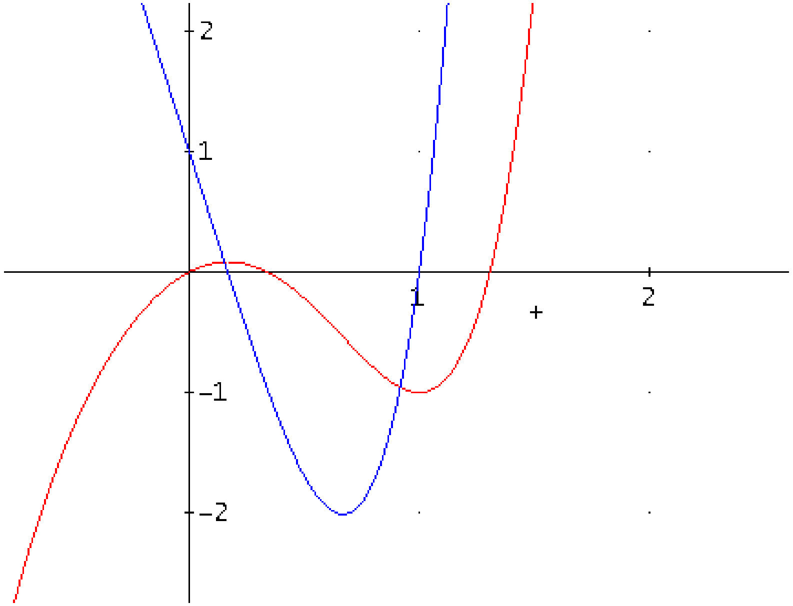
Ricerca radici

devo accertarmi dell'unicità. la derivata prima della funzione fra a e b non deve mai annullarsi   (unicità)

$$g(x) := \frac{d}{dx} f(x)$$

$$g(x)$$

$$5 \cdot x^4 - 6 \cdot x + 1$$



fra 1 e 2 la funzione è sempre crescente, quindi esiste una sola radice nell'intervallo

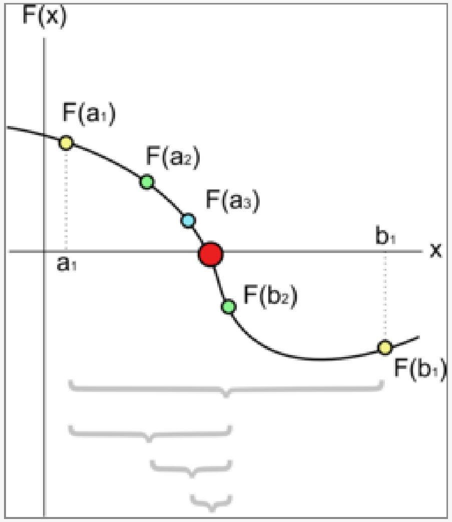
Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Ricerca radici

Metodo della bisezione

Da Wikipedia, l'enciclopedia libera.

Il **metodo della bisezione** (detto anche algoritmo dicotomico) è il metodo numerico più semplice per trovare le radici di una funzione. La sua efficienza è scarsa e presenta lo svantaggio di richiedere ipotesi particolarmente restrittive. Ha però il notevole pregio di essere stabile in ogni occasione e quindi di garantire sempre la buona riuscita dell'operazione.



Alcuni passi del metodo della bisezione, applicato all'intervallo $[a_1;b_1]$. Il punto rosso è la radice della funzione.

Esempio

[modifica]

Data l'equazione $f(x) = 0$ ed un intervallo $[a, b]$ che si ha ragione di credere contenga una radice è possibile ottenere un'approssimazione di questa radice nel caso che agli estremi dell'intervallo si abbia $f(a) \cdot f(b) < 0$ e la $f(x)$ sia continua in $[a, b]$.

Si procede dividendo l'intervallo in due parti eguali e calcolando il valore della funzione nel punto medio di ascissa $\frac{a+b}{2}$. Se risulta $f\left(\frac{a+b}{2}\right) = 0$ allora $\frac{a+b}{2}$ è la radice cercata; altrimenti tra i due intervalli $\left[a, \frac{a+b}{2}\right]$ e $\left[\frac{a+b}{2}, b\right]$ si sceglie quello ai cui estremi la funzione assume valori di segno opposto. Si ripete per questo intervallo il procedimento di dimezzamento e, così continuando si ottiene, potenzialmente, una successione di intervalli *incapsulati*, cioè ognuno incluso nel precedente, $[a_1, b_1], [a_2, b_2], \ldots, [a_n, b_n], \ldots$; questi hanno come ampiezze $b_n - a_n = \frac{a+b}{2^n}$ per $n = 1, 2, 3, \ldots$.

Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Ricerca radici
metodo iterativo

a=estremo inferiore; a=estremosuperiore; err=errore di approssimazione

$f(x) := x^5 - 3 \cdot x^2 + x$

```
bisezione(a, b, err) :=
  Prog
    Loop
      c := (a + b)/2
      If ABS(b - a) < err v f(c) = 0
         RETURN c
      If f(c)·f(a) < 0
         b := c
         a := c
```

$\text{bisezione}(1, 2, 10^{-3})$

1.307128906

$\text{bisezione}(1, 2, 10^{-4})$

1.307464599

Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Ricerca radici
metodo ricorsivo

a=estremo inferiore; a=estremosuperiore; err=errore di approssimazione

$$f(x) := x^5 - 3 \cdot x^2 + x$$

```
bisezione(a, b, err, p) :=
  If p < err v f((a + b)/2) = 0
     (a + b)/2
     If f(a)·f((a + b)/2) < 0
        bisezione(a, (a + b)/2, err, ABS(a - (a + b)/2))
        bisezione((a + b)/2, b, err, ABS(a - (a + b)/2))
```

$\text{bisezione}(1, 2, 10^{-3}, 10^{-3})$

1.307128906

$\text{bisezione}(1, 2, 10^{-4}, 10^{-4})$

1.307464599

$\text{bisezione}(1, 2, 10^{-5}, 10^{-5})$

1.307483673

Prof. Ruggeri Denis [denscuola@yahoo.it]

Ricerca radici
metodo ricorsivo

a=estremo inferiore; a=estremosuperiore; n=numero di tentativi

$$f(x) := x^5 - 3\cdot x^2 + x$$

```
bisezione(a, b, p) :=
  If p = 0 v f((a + b)/2) = 0
     (a + b)/2
     If f(a)·f((a + b)/2) < 0
        bisezione(a, (a + b)/2, p - 1)
        bisezione((a + b)/2, b, p - 1)
```

```
bisezione(1, 2, 10)
```

1.307128906

```
bisezione(1, 2, 100)
```

1.307486100