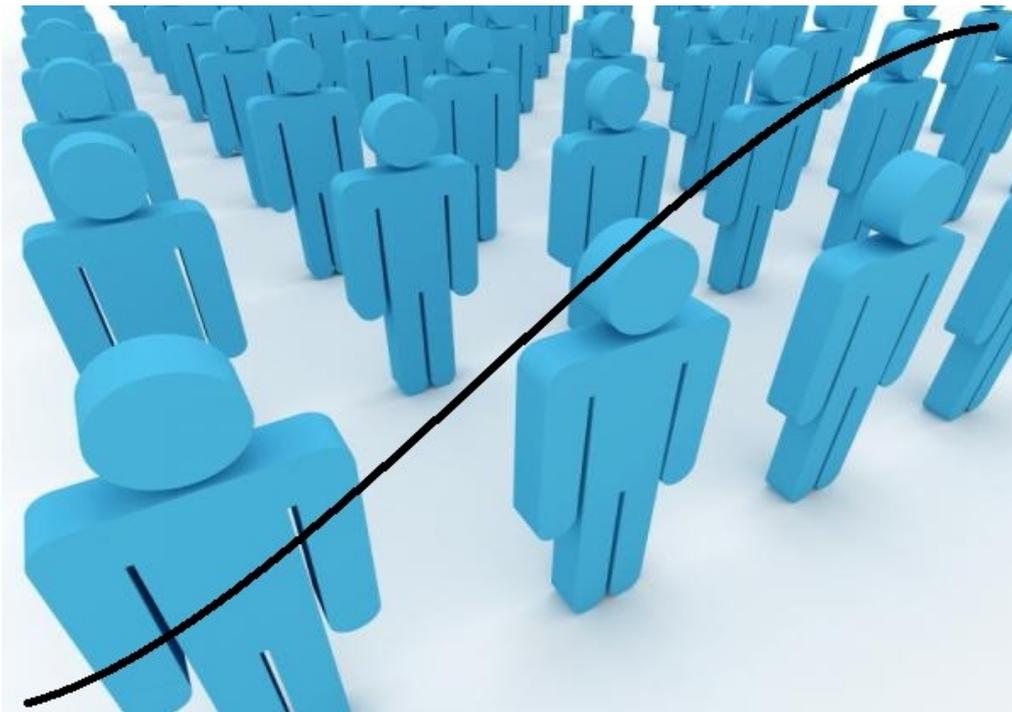


Modelli matematici sull'evoluzione demografica mondiale

Autore: Antonello Urso (16/07/05)



Introduzione

Sappiamo che l'attuale popolazione mondiale di quasi sette miliardi^{[1][2]} viene mantenuta e continua a crescere per via dell'impiego di energia esterna, in particolare il petrolio, da cui dipende l'alimentazione della società umana. Nel 1840 Justus Von Liebig pubblicò il frutto delle sue ricerche nel famoso libro *"La chimica organica e le sue applicazioni all'agricoltura ed alla fisiologia"* che divenne ben presto un testo adottato in diverse università. Nasce così l'agricoltura moderna basata sui concimi chimici e la loro diffusione su larga scala soprattutto a partire dalla fine del XIX secolo favorendo così enormemente la produzione agricola. Questi concimi chimici in seguito uniti con gli antiparassitari e i diserbanti a partire dagli inizi del XX secolo vengono fabbricati in enormi quantità grazie al petrolio, realizzando così quasi per magia una straordinaria quantità di cibo, che ha creato un fenomeno che non ha avuto precedenti nella storia dell'uomo, cioè una esplosione demografica sconcertante, dovuta soprattutto alle "popolazioni povere" delle nazioni in via di sviluppo, e che solo da qualche anno accenna a rallentare.

Tale rallentamento è dovuto al fatto che il petrolio è una fonte energetica non rinnovabile. L'esaurimento di questa risorsa infatti è segnalato dal cosiddetto picco¹ di Hubbert che molti studi diversi considerano ormai trascorso. Dal picco petrolifero dipende strettamente il picco delle risorse alimentari e quindi il picco demografico mondiale (*che costituisce quindi un interessante indicatore*). Poiché nessun'altra fonte energetica è abbastanza abbondante ed economica per prenderne il posto un futuro decremento della popolazione umana della Terra è a questo punto inevitabile.

La popolazione mondiale dei secoli passati (*prima dello sfruttamento intensivo del petrolio*) crebbe fin tanto che le risorse disponibili nel suo territorio lo permettevano, dopodiché raggiunse un equilibrio pressoché stabile con le risorse rinnovabili. Quindi nel lontano passato non c'è stata una vera e propria "crescita demografica" nel senso che generalmente oggi si intende e cioè interpretabile come una funzione sempre crescente con il tempo, ma semmai una progressiva serie di equilibri, che secondo le risorse disponibili permettevano un aumento o un decremento della popolazione locale, ma che comunque non avrebbero mai permesso di superare certi limiti. Del resto dalle statistiche sul numero degli abitanti locali trovate in antichi manoscritti (*che spesso riflettono solo i limiti delle conoscenze dell'epoca*) non si possono fare estrapolazioni generali affidabili.

Prime Teorie

Le prime teorie che cercavano di prevedere lo sviluppo numerico della popolazione nel tempo iniziarono già nel XIII secolo con i numeri di Fibonacci e il suo modello sulla riproduzione dei conigli. Nel 1798 il modello di Malthus calcolò che una popolazione di una specie qualsiasi se può avere accesso ad una fonte energetica illimitata seguirà una crescita esponenziale descritta dalla seguente equazione:

$$\frac{dp}{dt} = kp \quad (1)$$

Dove abbiamo indicato con k il tasso di crescita complessivo, considerando cioè sia il numero delle nascite che delle morti.

Un modello più raffinato che può spiegare il fatto che nel corso dei millenni la popolazione della terra non abbia potuto espandersi oltre un certo limite è quello di Verhulst (1837):

¹In termini più rigorosi si tratta di un massimo relativo.

$$\frac{dp}{dt} = kp \left(1 - \frac{p}{p_0} \right) \quad (2)$$

tale equazione può rappresentare l'evoluzione della popolazione di una specie che si sviluppa secondo la disponibilità delle *fonti energetiche rinnovabili* fino ad una soglia massima p_0 raggiunta in un tempo teorico infinito. L'equazione logistica qui rappresentata si può anche generalizzare in modo da tenere conto in modo esauriente di tutti gli aspetti legati all'inerzia demografica^[3].

Il modello da applicare invece per le *fonti energetiche non rinnovabili*^[4], deve essere in grado di prevedere in modo corretto lo sviluppo della popolazione mondiale del XX e XXI secolo, che scopre le enormi potenzialità dell'energia ricavabile principalmente dal petrolio, e che per il suo aumento necessita di un consumo sempre più grande, per cui la quantità totale disponibile di tale risorsa subisce un declino piuttosto rapido fino al raggiungimento di un valore di picco con conseguente picco della curva delle risorse alimentari. Tale situazione è rappresentabile dal seguente sistema di due equazioni differenziali che mette in relazione le risorse alimentari x con la popolazione p :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -b_1 p \\ \frac{dp}{dt} = -a_2 p + b_2 x p \end{cases} \quad (3)$$

Se poi vogliamo considerare la presenza simultanea di fonti rinnovabili capaci di mantenere la popolazione stabile ad un livello numerico costante p_0 in assenza di fonti non rinnovabili avremo facilmente:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -b_1(p - p_0) \\ \frac{d(p - p_0)}{dt} = -a_2(p - p_0) + b_2 x(p - p_0) \end{cases} \quad (4)$$

La soluzione della (4) è, a meno di una costante additiva, una hubbertiana:

$$p = p_0 + \frac{c}{2 + e^{kt} + e^{-kt}} \quad (5)$$

dove c e p_0 sono delle costanti da determinare secondo le condizioni al contorno; indicando con $\tau = t - t_M$, avremo:

$$p = p_0 + \frac{2(p_M - p_0)}{1 + \cosh k\tau} \quad (6)$$

Dove naturalmente il punto $(t_M; p_M)$ corrisponde al massimo relativo.

Applicazioni

Per applicare quindi il modello al caso umano useremo le seguenti schematizzazioni:

- 1) La popolazione umana si è sviluppata in un tempo lontano, indefinito, sfruttando le fonti energetiche rinnovabili fino al raggiungimento di un valore di soglia p_0 .
- 2) L'uomo scopre prima lentamente poi ad un certo punto sempre più velocemente il modo di sfruttare le enormi potenzialità delle fonti non rinnovabili presenti nel territorio, la popolazione quindi cresce numericamente a ritmi vertiginosi, abbandonando praticamente lo sfruttamento delle fonti rinnovabili considerate poco remunerative; questo fino a raggiungere un valore numerico massimo.
- 3) Con l'esaurimento di tali risorse la popolazione inizia dopo un certo periodo di tempo a scendere numericamente in modo praticamente esponenziale e simmetrico, fino al raggiungimento di un valore finale di soglia uguale a quello iniziale p_0 sostenuto dalle fonti energetiche rinnovabili.

Prima di continuare dobbiamo fare una semplice analisi statistica dei dati per individuare il flesso da dare alla funzione (6). Quindi esaminando il massimo valore delle le variazioni annuali di popolazione nel tempo^[1] il flesso dopo della nostra funzione si vede che cade circa nel 1989 ovvero nell'intorno [1988; 1990] se consideriamo una incertezza di almeno 1 anno.

Nel grafico sottostante si può vedere questo andamento dove la variazione annuale del numero di abitanti è stato indicato in miliardi, e il tempo in anni.²

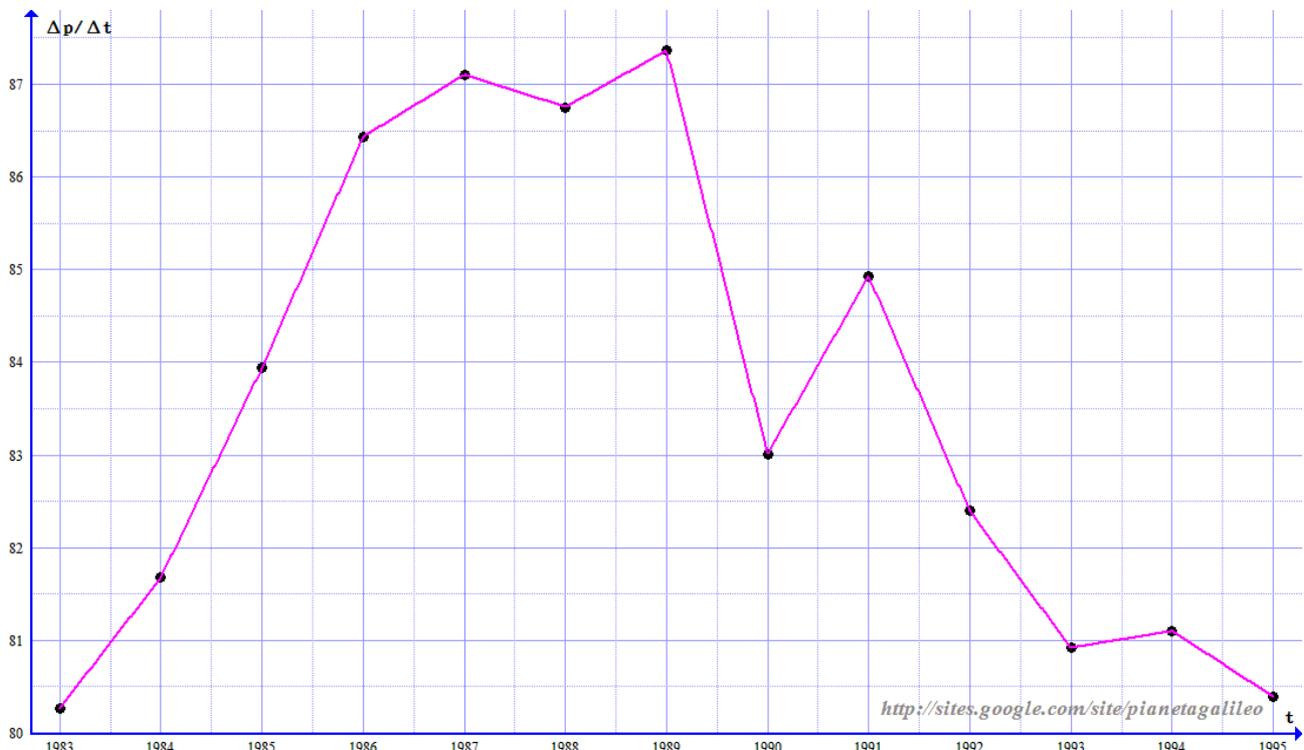


grafico 1 - Analisi statistica del punto di flesso

² I punti neri rappresentano i dati oggettivi.

Prendiamo come esempio il caso limite con flesso nel 1990: usando la (6) otteniamo:

$$p = 1.5 + \frac{11.4}{1 + \cosh(\tau/24.3)} \quad ; \quad (\text{con: } \tau = t - 2022) \quad (7)$$

Dal seguente grafico possiamo avere un'idea più chiara dell'andamento della funzione:

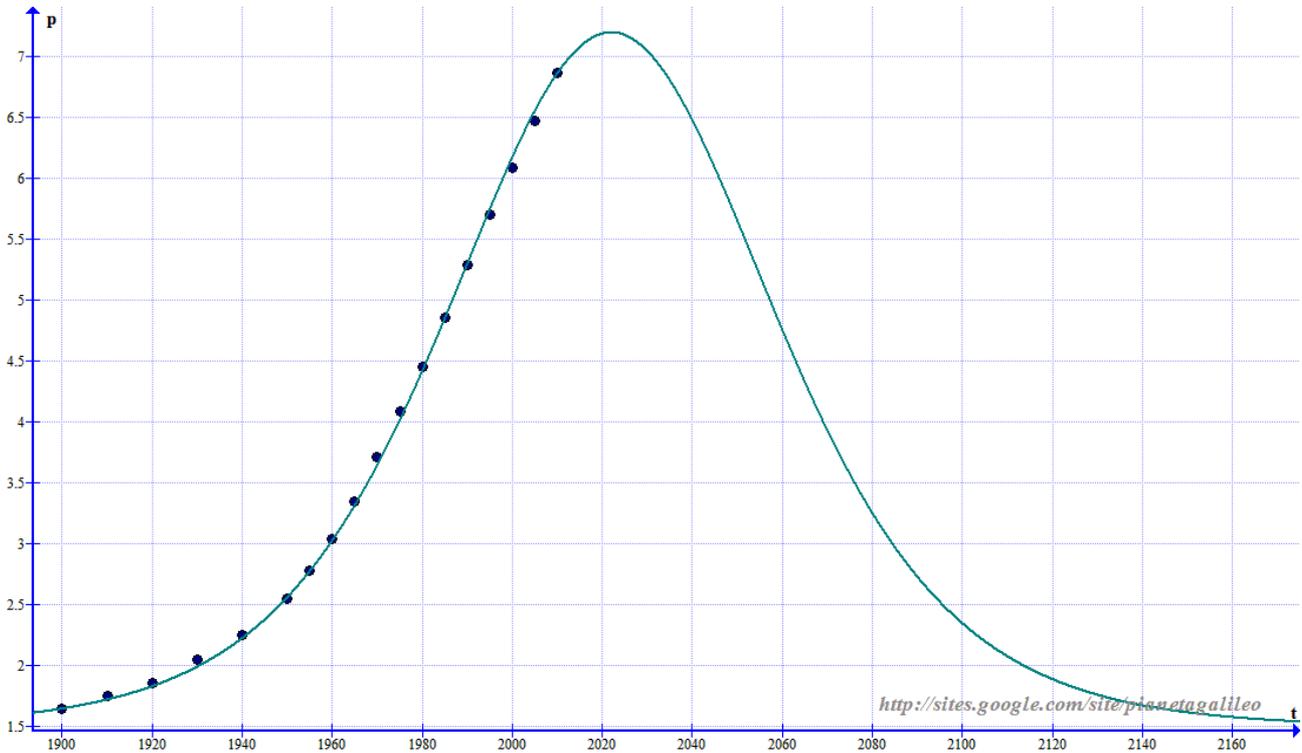


grafico 2 - Possibile evoluzione demografica mondiale

Conclusioni

Se i valori del punto di flesso si mantengono nell'intervallo [1988; 1990] e se questo modello simmetrico è sufficientemente corretto allora i valori di picco cadono rispettivamente nell'intervallo [2013; 2022]; da notare come la curva rappresentata nel grafico 2 si adatti molto bene ai valori dati.

Vediamo quindi che il massimo viene raggiunto nel 2022 con un valore di 7.2 miliardi di abitanti (anche se intorno al picco sono possibili piccole oscillazioni) mentre il valore di soglia p_0 si attesta su 1.5 miliardi di abitanti.

Riferimenti bibliografici

[1] U.S. Census Bureau World population International Data Base

[2] World Population Data Sheet of the Population Reference Bureau (anni vari)

[3] A. Urso “generalizzazione dell'equazione logistica” matematicamente.it/approfondimenti e <http://sites.google.com/site/pianetagalileo>

[4] A. Urso “sviluppo demografico e fonti energetiche” matematicamente.it/approfondimenti e <http://sites.google.com/site/pianetagalileo>

Siti consigliati per approfondimenti e aggiornamenti

<http://www.aspoitalia.net>

<http://www.oilcrash.com>

<http://www.hubbertpeak.com>

<http://sites.google.com/site/pianetagalileo/>