

Calcolo del rapporto di trasmissione

Valerio Rossi

Questo file vuol rappresentare un semplice, ma utile strumento per chi si cimenta per le prime volte nell'elaborazione di veicoli terrestri o in qualunque altra macchina dove siano presenti ingranaggi o catene di trasmissione:

Cominciamo con il definire le quantità che saranno indispensabili per i nostri calcoli:

C = circonferenza
 p = passo
 δ = numero di denti della corona (post.)
 λ = numero di denti del pignone (ant.)

Studiamo il fenomeno nel caso della catena, poi il risultato come vedremo risulterà equivalente anche nel caso di ingranaggi. Chiamiamo C_1 R_1 e C_2 R_2 rispettivamente la misura della *circonferenza* ed il *raggio* del *pignone* e della *corona*. Dato che il passo non è altro che la distanza che intercorre tra gli assi dei rulli della catena, si può scrivere:

$$p \cdot \lambda = C_1 \Rightarrow R_1 = \frac{C_1}{2\pi} = \frac{p \cdot \lambda}{2\pi}$$

$$p \cdot \delta = C_2 \Rightarrow R_2 = \frac{C_2}{2\pi} = \frac{p \cdot \delta}{2\pi}$$

Notiamo adesso che la *velocità angolare* per corona e ruota risulta *uguale*. In realtà questo è vero ogni qual volta si hanno due componenti che ruotano attorno allo *stesso asse*. Inoltre per quanto riguarda pignone e corona, si può dire invece che lo *spazio tangenziale* che la catena muove è lo *stesso*, proprio per il motivo che la catena impedisce *strisciamenti relativi* tra i vari componenti. Chiamando quindi α e β rispettivamente gli spostamenti angolari della corona e del pignone dopo un certo intervallo di tempo, s lo spazio tangenziale mosso dalla catena, si ha:

$$\begin{cases} \beta = s \cdot R_1 = s \cdot \frac{p \cdot \lambda}{2\pi} \\ \alpha = s \cdot R_2 = s \cdot \frac{p \cdot \delta}{2\pi} \end{cases}$$

Quindi dividendo la seconda equazione per la prima si ottiene:

$$\alpha = \beta \cdot \frac{\delta}{\lambda}$$

Se vogliamo poi sapere quanto spazio percorre la ruota, senza slittare, ad ogni giro di pignone (*per quello detto prima, data la coassialità di albero motore e pignone, un giro dell'albero corrisponde ad un giro del pignone*) basta che ci ricordiamo una importante relazione. La definizione di *radiante*: $\theta = \gamma/r$, dove γ è l'arco di cerchio e r l'arco corrispondente. Alla fine quindi siamo arrivati a trovare quello che volevamo lo spazio che percorre la ruota ad ogni giro di albero a gomiti. Sempre considerando che l'albero sia direttamente collegato al pignone, in caso contrario tutto risulterebbe più complicato. Dalla relazione precedente si evince, per la ruota motrice, che:

$$\begin{cases} \varphi = R \cdot \alpha \\ R = \frac{C}{2\pi} \\ \alpha = \beta \cdot \frac{\delta}{\lambda} \\ \beta = 2\pi \end{cases} \Rightarrow \varphi = C \cdot \frac{\delta}{\lambda}$$

Quindi si deduce dalla relazione appena trovata che, a parità di numero di giri, per allungare il rapporto (aumentare la distanza percorsa φ) si deve diminuire i denti della corona λ o aumentare i denti del pignone δ . Se si vuole accorciare invece bisogna fare il contrario. Come si nota il risultato è indipendente dal passo e quindi applicabile anche agli ingranaggi.