

Liceo Scientifico Statale “G. Stampacchia”
Tricase

Tempo di lavoro
120 minuti

Oggetto: compito in Classe 3D/PNI

Argomenti: Geometria analitica: Luoghi geometrici nel piano cartesiano- Applicazione delle simmetrie centrali e assiali. Applicazione delle traslazioni: curve traslate ed equazioni di una stessa curva in due riferimenti traslati. Algebra: Disequazioni irrazionali con e senza parametro .

[Soluzione](#)

Geometria analitica

Es 1) In un riferimento cartesiano monometrico xOy si consideri il punto $P\left(\frac{a}{2a-1}; a+3\right)$, con a parametro reale.

- 1.1 Stabilire per quali valori del parametro il punto P appartiene al primo quadrante.
- 1.2 Determinare l'equazione cartesiana del luogo geometrico γ descritto dal punto P al variare del parametro esplicitando l'equazione ottenuta nella forma $y=f(x)$.
- 1.3 Determinare le coordinate del punto P' simmetrico di P rispetto alla retta avente equazione $s_2 : y = \frac{7}{2}$ e le coordinate del punto P'' simmetrico di P rispetto alla retta $s_1 : x = \frac{1}{2}$. Classificare il triangolo P P' P'' e determinare la sua area.

Es 2)

- 2.1 Indicare i punti che costituiscono il luogo geometrico nel piano cartesiano definito dalla seguente equazione: $(x^2 - \sqrt{x})^2 + (y+1)^4 = 0$.
- 2.2 Determinare la regione del piano cartesiano alla quale appartengono i punti del luogo geometrico definito dalla seguente equazione: $x - \sqrt{1-y^2} = 0$.

Es 3) Si considerino in un piano cartesiano dotato di riferimento ortogonale monometrico i punti A(0;-1), B(3;1) ed il punto P(1; a^2-a).

- 3.1 Stabilire per quali valori del parametro a il punto P è equidistante da A e da B. Determinare le coordinate dei punti P che verificano la suddetta condizione.
- 3.2 Riconosciuto che il punto P può solo coincidere con il punto di coordinate (1;3/4), determinare le coordinate del punto P' in modo che il quadrilatero APB P' sia un rombo.
- 3.3 Determinare il raggio della circonferenza inscritta al rombo APB P'.
- 3.4 Rappresentare nello stesso riferimento cartesiano la figura completa.

Es 4) Nel riferimento cartesiano xOy sono date le curve γ_1, γ_2 , di equazioni:

$$\gamma_1 : y = -x^2 + x + 2; \quad \gamma_2 : \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{9}{4}\right)^2 = 2$$

ed il vettore $\vec{V} = -\frac{1}{2}\hat{i} - \frac{9}{4}\hat{j}$.

- 4.1 Determinare le equazioni delle curve γ'_1, γ'_2 , ottenute trasladando nel riferimento cartesiano le due curve γ_1, γ_2 del vettore \vec{V} .
- 4.2 Determinare i punti A', B' d'intersezione delle curve γ'_1, γ'_2 . Trovare le antimmagini di A', B' nella traslazione determinata da \vec{V} .

Es 5) Risolvere le seguenti disequazioni

$$5.1 \quad \frac{\sqrt{x-|x-1|}-x}{x-\sqrt{x}} \geq 0 \qquad 5.2 \quad \frac{\sqrt{x^2-4}-x}{x-a} < 0, \text{ con } a \in \mathbf{R}$$

Soluzione

Geometria Analitica

Es_1

- 1.1** Affinché il punto P appartenga al primo quadrante, compresi i semiassi che delimitano quest'ultimo, le coordinate del punto devono essere non negative, quindi il parametro a deve essere soluzione del seguente sistema:

$$\begin{cases} \frac{a}{2a-1} \geq 0 \\ a+3 \geq 0 \end{cases}$$

L'insieme delle soluzioni è: $S = [-3; 0] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$

- 1.2** Per determinare l'equazione cartesiana del luogo descritto dal punto P è necessario impostare il seguente sistema:

$$\begin{cases} x = \frac{a}{2a-1} \\ y = a+3 \end{cases} \text{ ed eliminare il parametro } a. \text{ Si perviene}$$

alla seguente equazione cartesiana: $\gamma : y = \frac{7x-3}{2x-1}$

In Fig.1 è rappresentata la curva descritta dal punto P. Si tratta di un'iperbole equilatera avente come asintoti le rette di equazioni:

$$s_1 : 2x-1=0 \text{ per asintoto verticale; } s_2 : y = \frac{7}{2} \text{ per asintoto orizzontale.}$$

- 1.3** Le coordinate del punto P' si ottengono applicando le equazioni della simmetria assiale avente per asse la retta s_2 che sono:

$$\sigma_{s_2} : \begin{cases} x' = x \\ y' = 7 - y \end{cases} \text{ ne segue che il punto immagine è } P' \left(\frac{a}{2a-1}; 4-a \right)$$

Analogamente, per avere le coordinate del simmetrico di P rispetto alla retta $s_1 : x = \frac{1}{2}$ si devono applicare le

equazioni della simmetria assiale avente tale retta come asse. Le equazioni sono:

$$\sigma_{s_1} : \begin{cases} x' = 1 - x \\ y' = y \end{cases} \text{ e quindi il punto simmetrico è}$$

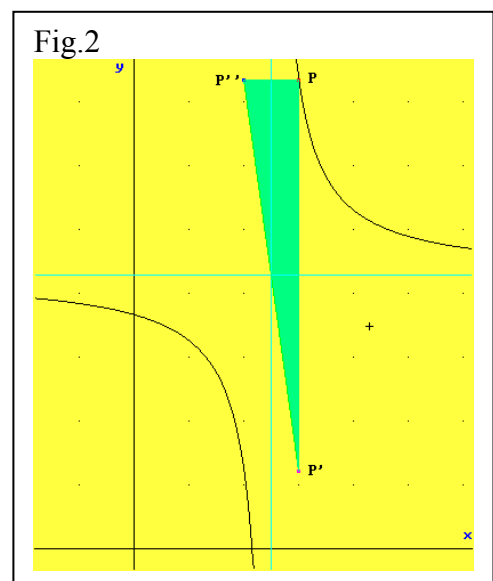
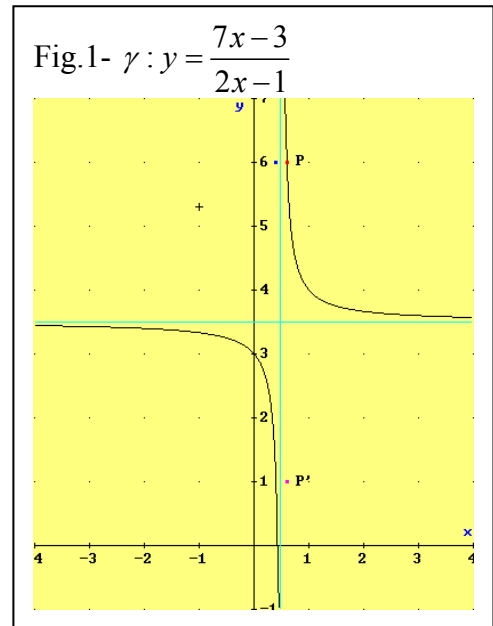
$$P'' \left(\frac{a-1}{2a-1}; a+3 \right).$$

Classificazione del triangolo PP'P''

Si tratta di un triangolo rettangolo con l'angolo retto nel vertice P; la sua area è data dal semiprodotto delle misure dei due cateti: PP' , PP'' .

$$\overline{PP'} = |y_{P'} - y_P| = |4-a - (a+3)| = |1-2a|;$$

$$\overline{PP''} = |x_{P''} - x_P| = \frac{1}{|2a-1|}$$



Misura dell'area:

$$\text{Area}(PP'P'') = \frac{\overline{PP'} \cdot \overline{PP''}}{2} = \frac{|1-2a|}{2} \cdot \frac{1}{|2a-1|} = \frac{1}{2}, \text{ naturalmente con } a \neq \frac{1}{2}.$$

In Fig.2 è rappresentato un ingrandimento della curva γ e del triangolo $PP'P''$.

Es_2)

2.1 *Indicare i punti che costituiscono il luogo geometrico nel piano cartesiano definito dalla seguente equazione: $(x^2 - \sqrt{x})^2 + (y+1)^4 = 0$.*

Osserviamo che trattandosi della somma di due potenze con esponente pari il risultato è nullo se e solo se entrambe le basi si annullano. Ne segue che i punti del luogo devono avere le coordinate $(x;y)$ che verificano il seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} x^2 - \sqrt{x} = 0 \\ y+1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = \sqrt{x} \Rightarrow x = 0 \vee x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

A(0;1), B(1;-1)

2.2 *Determinare la regione del piano cartesiano alla quale appartengono i punti del luogo geometrico definito dalla seguente equazione: $x - \sqrt{1-y^2} = 0$.*

Trasportando il radicale al secondo membro, scrivendo cioè l'equazione nella forma

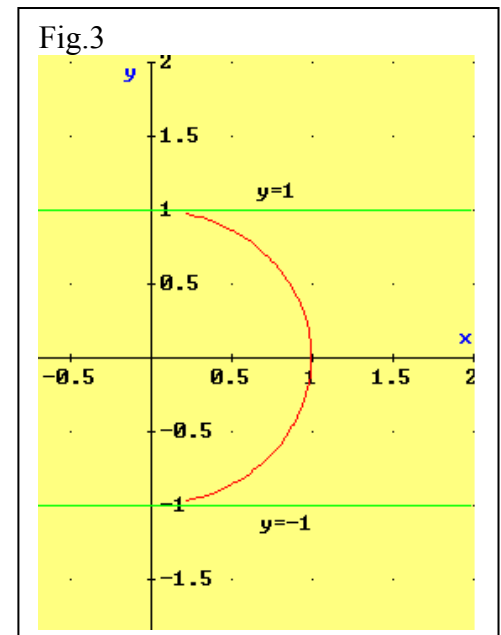
$x = \sqrt{1-y^2}$, si osserva che deve sussistere la condizione

$1-y^2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq y \leq 1$ affinché abbia senso il radicale quadratico; d'altra parte quest'ultimo nel suo insieme di definizione assume valori non negativi e quindi deve risultare anche $x \geq 0$.

Concludiamo che la regione S del piano cartesiano in cui sono presenti i punti del luogo geometrico considerato è

$$S = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0 \wedge -1 \leq y \leq 1\}$$

In Fig.3 è rappresentato il luogo geometrico determinato dall'equazione. Si tratta della semicirconferenza avente centro nell'origine degli assi e raggio unitario.



Es_3) Si considerino in un piano cartesiano dotato di riferi-

mento ortogonale monometrico i punti A(0;-1), B(3;1) ed il punto P(1;a²-a).

3.1 Per risolvere il quesito si devono determinare le distanze del punto P da ciascuno dei due punti A e B; queste si ottengono applicando la formula della distanza di due punti che ricordiamo:

$$P_1(x_1; y_1), P_2(x_2; y_2) \Rightarrow \overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Facciamo notare che la condizione $\overline{AP} = \overline{BP}$ è equivalente a quella ottenuta elevando al quadrato ambo i membri

$$\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$$

Avendosi

$$\overline{AP}^2 = 1 + (a^2 - a + 1)^2; \quad \overline{BP}^2 = 4 + (a^2 - a - 1)^2$$

la condizione algebrica cui deve verificare il parametro a è:

$$1 + (a^2 - a + 1)^2 = 4 + (a^2 - a - 1)^2 \Leftrightarrow$$

$$1 + (a^2 - a)^2 + 2(a^2 - a) + 1 = 4 + (a^2 - a)^2 - 2(a^2 - a) + 1$$

$$\Leftrightarrow 4a^2 - 4a - 3 = 0 \Rightarrow a_1 = -\frac{1}{2}; a_2 = \frac{3}{2}$$

Sostituendo i valori trovati si ha:

$$a_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow P\left(1; \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) = \left(1; \frac{3}{4}\right)$$

$$a_2 = \frac{3}{2} \Rightarrow P\left(1; \frac{9}{4} - \frac{3}{2}\right) = \left(1; \frac{3}{4}\right)$$

Come si vede, per i due valori del parametro si ottiene lo stesso punto. Dunque $P\left(1; \frac{3}{4}\right)$.

3.2 Riconosciuto che il punto P può solo coincidere con il punto di coordinate $(1; 3/4)$, determinare le coordinate del punto P' in modo che il quadrilatero APBP' sia un rombo.

Il triangolo APB è isoscele sulla base AB ed il punto P' è il simmetrico di P rispetto al punto medio M del segmento AB. Basta **trovare le coordinate di M ed applicare successivamente le equazioni della simmetria centrale** avente centro in M per ricavare le coordinate di P'.

Coordinate di M: $x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3}{2}; y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = 0$

Le equazioni della simmetria centrale di centro M sono $\sigma_M : \begin{cases} x' = 2x_M - x \\ y' = 2y_M - y \end{cases}$

Il punto P' ha coordinate $\begin{cases} x_{P'} = 2x_M - x_P = 2 \cdot \frac{3}{2} - 1 = 2 \\ y_{P'} = 2y_M - y_P = 2 \cdot 0 - \frac{3}{4} = -\frac{3}{4} \end{cases}$

3.3 Determinare il raggio della circonferenza inscritta al rombo APBP'.

Per trovare la misura del raggio della circonferenza inscritta al rombo è sufficiente eseguire il rapporto fra l'area del rombo e la misura del suo semiperimetro⁽¹⁾.

L'area del rombo si trova con il semiprodotto delle diagonali:

$$Area(APBP') = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{PP'}}{2};$$

$$\overline{AB} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}; \quad \overline{PP'} = \sqrt{1 + \frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

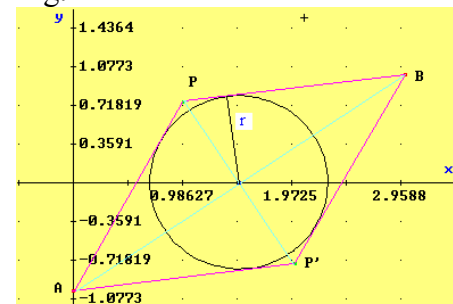
$$\Rightarrow Area(APBP') = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{PP'}}{2} = \frac{\sqrt{13}}{2} \cdot \frac{\sqrt{13}}{2} = \frac{13}{4}$$

Calcolo del semiperimetro del rombo.

$$Perimetro(APBP') = 4\overline{AP}; \quad \overline{AP} = \sqrt{1 + \left(\frac{7}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{65}}{4} \Rightarrow p = \frac{\sqrt{65}}{2}$$

Raggio della circonferenza inscritta nel rombo:

Fig.4



¹ Ricordiamo che per ogni poligono circoscrittibile ad una circonferenza, la misura r del raggio della circonferenza è data dal rapporto tra l'area del poligono ed il suo semiperimetro. In simboli, indicando con p il semiperimetro del poligono e con r il raggio della circonferenza inscritta si ha:

$$Area(Poligono) = p \cdot r \Rightarrow r = \frac{Area(Poligono)}{p}$$

$$r = \frac{\text{Area}(\text{Poligono})}{p} = \frac{13}{4} \cdot \frac{2}{\sqrt{65}} = \frac{13\sqrt{65}}{2 \cdot 65} = \frac{\sqrt{65}}{10}$$

Es_4) Nel riferimento cartesiano xOy sono date le curve γ_1, γ_2 , di equazioni:

$$\gamma_1 : y = -x^2 + x + 2; \quad \gamma_2 : \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{9}{4}\right)^2 = 2$$

$$\text{ed il vettore } \vec{V} = -\frac{1}{2}\vec{i} - \frac{9}{4}\vec{j}.$$

4.1 Determinare le equazioni delle curve γ'_1, γ'_2 , ottenute traslando nel riferimento cartesiano le due curve γ_1, γ_2 del vettore \vec{V} .

4.2 Determinare i punti A', B' d'intersezione delle curve γ'_1, γ'_2 . Trovare le antimmagini di A', B' nella traslazione determinata da \vec{V} .

4.1 La traslazione determinata dal vettore \vec{V} trasforma il generico punto $P(x,y)$ nel punto $P'(x';y')$ per i quali le relazioni tra le coordinate sono:

$$\tau_{\vec{V}} : \begin{cases} x' = x + V_x = x - \frac{1}{2} \\ y' = y + V_y = y - \frac{9}{4} \end{cases} \quad (4.1.1)$$

Onde ottenere le equazioni delle curve traslate γ'_1, γ'_2 delle curve γ_1, γ_2 si devono ricavare le espressioni di x ed y dalle (4.1.1) in funzione di x', y' , sostituirle nelle equazioni cartesiane delle curve γ_1, γ_2 ed eseguire le operazioni. A conclusione, eliminando gli apici, si ricavano le equazioni delle curve traslate.

$$\text{Essendo } \tau_{\vec{V}}^{-1} : \begin{cases} x = x' + \frac{1}{2} \\ y = y' + \frac{9}{4} \end{cases} \text{ si ha: } \quad \gamma'_1 : y' + \frac{9}{4} = -\left(x' + \frac{1}{2}\right)^2 + x' + \frac{1}{2} + 2 \Rightarrow \gamma'_1 : y' = -x'^2;$$

$$\gamma'_2 : \left(x' + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y' + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right)^2 = 2 \Rightarrow \gamma'_2 : x'^2 + y'^2 = 2$$

Le equazioni delle due curve traslate, private degli apici, sono:

$$\gamma'_1 : y = -x^2; \quad \gamma'_2 : x^2 + y^2 = 2$$

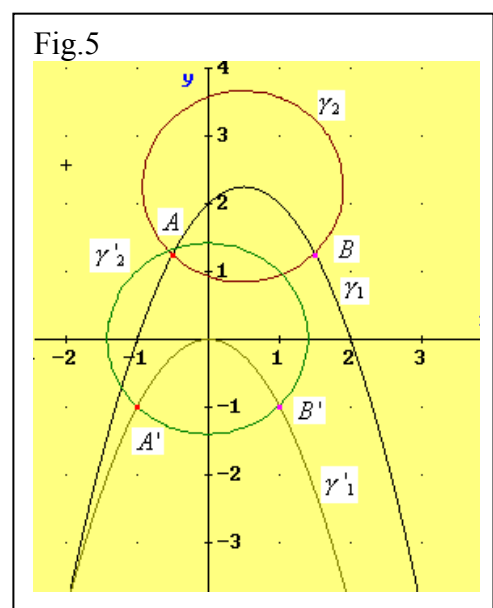
4.2 Punti di intersezione A', B' delle curve γ'_1, γ'_2

Mettendo a sistema le equazioni ottenute delle due curve e risolvendolo si determinano le coordinate dei punti.

$$\begin{cases} y = -x^2 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -x^2 \\ y^2 - y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = -1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \\ y_2 = 2 \Rightarrow x^2 = -2 \Rightarrow \nexists x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Concludiamo che i punti comuni alle due curve sono $A'(-1;-1), B'(1;-1)$

Indicando con A, B rispettivamente le antimmagini di $A'(-1;-1), B'(1;-1)$, risulta



$$x_A = x_{A'} + \frac{1}{2} = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}; \quad y_A = y_{A'} + \frac{9}{4} = -1 + \frac{9}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow A\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{4}\right)$$

Analogamente per il punto B si ha:

$$x_B = x_{B'} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}; \quad y_B = y_{B'} + \frac{9}{4} = -1 + \frac{9}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow B\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{4}\right)$$

In Fig.5 sono riportate le curve $\gamma_1, \gamma_2, \gamma'_1, \gamma'_2$ ed i punti A, B, A', B'.

Algebra

Es. 5)

Prima disequazione

$$5.1 \quad \frac{\sqrt{x - |x-1|} - x}{x - \sqrt{x}} \geq 0$$

La disequazione in esame è irrazionale fratta. Per studiarla è opportuno determinare preliminarmente il **dominio A di esistenza**: si tratta di indicare sotto quali condizioni esiste la funzione reale di variabile reale

$$f: A \rightarrow \mathbb{R}, \text{ la cui espressione analitica è } f(x) = \frac{\sqrt{x - |x-1|} - x}{x - \sqrt{x}}.$$

Una volta determinato l'insieme A sarà più semplice studiare la disuguaglianza $f(x) \geq 0$.

Condizioni di esistenza (dominio di definizione)

La funzione f esiste se sono soddisfatte le seguenti condizioni:

- a) $x - |x-1| \geq 0$, perché l'espressione $x - |x-1|$ è argomento di radice di indice pari;
- b) $x \geq 0$ perché x è argomento di radice di indice pari;
- c) $x - \sqrt{x} \neq 0$ perché denominatore della frazione.

Le condizioni a), b), c) devono essere soddisfatte contemporaneamente e dunque l'insieme di definizione della funzione sarà l'insieme delle soluzioni del sistema formato dalle suddette tre disequazioni⁽²⁾.

Risoluzione delle disequazioni a), b), c).

a) $x - |x-1| \geq 0$

la disequazione è equivalente all'unione logica di due sistemi come indicato di seguito:

$$x - |x-1| \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-(x-1) \geq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x-1 < 0 \\ x-(1-x) \geq 0 \end{cases}$$

Il primo sistema è soddisfatto $\forall x \in [1; +\infty[$.

Il secondo sistema è soddisfatto per $\forall x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right[$

Concludiamo che l'insieme delle soluzioni della a) è $S_a = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$.

- b)** La condizione $x \geq 0$ è meno restrittiva della condizione imposta alla variabile dalla a), dunque ai fini della determinazione del dominio finale della funzione si può trascurare.

c) $x - \sqrt{x} \neq 0$

Risolviamo l'equazione corrispondente

⁽²⁾ Ricordiamo che l'insieme delle soluzioni di un sistema di disequazioni è dato dall'intersezione degli insiemi delle soluzioni delle singole disequazioni componenti il sistema.

$$x - \sqrt{x} = 0$$

Possiamo scriverla isolando il radicale

$$x = \sqrt{x}$$

Poiché dalle conclusioni relative alle prime due condizioni abbiamo dedotto che la variabile x deve assumere valori strettamente positivi, l'equazione si trasforma in una equivalente elevando ambo i membri al quadrato. Si ha pertanto:

$$(x)^2 = (\sqrt{x})^2 \Leftrightarrow x^2 = x \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1$$

La condizione c) è dunque verificata con $x \neq 0$ e $x \neq 1$ e, naturalmente, $x > 0$.

Dalla validità delle tre condizioni poste a sistema si deduce che il **dominio di definizione della funzione** è l'insieme

$$A = \{x \in R : (1/2 \leq x < +\infty) \wedge ((x \neq 0) \wedge (x \neq 1))\} = [1/2; +\infty[- \{1\}$$

Risoluzione della disequazione

La disequazione va risolta con $x \in A$.

Studieremo separatamente il segno del numeratore e quello del denominatore della frazione; successivamente si realizzerà il grafico comparativo delle soluzioni e si determinerà il segno della frazione per poi individuare le soluzioni della disuguaglianza richiesta.

Segno del numeratore

$$N(x) \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x - |x-1|} \geq x$$

da studiare per $x \geq 1/2$.

Poiché per $x \geq 1/2$ il radicando è non negativo (e lo è anche il primo membro della disuguaglianza) ed evidentemente lo è anche il secondo membro, si possono elevare ambo i membri al quadrato e si ottiene una disequazione equivalente a quella di partenza.

$$x - |x-1| \geq x^2 \Leftrightarrow x^2 - x + |x-1| \leq 0. \quad (N.1)$$

La presenza del modulo richiede che si tenga conto del segno del suo argomento nel dominio di variabilità di x . Poiché

$$x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$$

è necessario studiare separatamente la disequazione al variare di x in ciascuno dei due inter-

valli $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$, $]1; +\infty[$.

Primo caso: $x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$

In quest'intervallo l'espressione della (N.1) diventa

$$x^2 - x + 1 - x \leq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 \leq 0 \text{ che è soddisfatta solo per } x=1, \text{ ma detto valore non appartiene all'intervallo considerato; nell'intervallo in esame il numeratore è negativo.}$$

Secondo caso: $x \in]1; +\infty[$

In quest'intervallo l'espressione della (N.1) diventa

$$x^2 - x + x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 \leq 0 \quad (N.2)$$

che è soddisfatta per i valori di x che verificano la doppia disuguaglianza $-1 \leq x \leq 1$.

Dunque nell'intervallo in esame $]1; +\infty[$ la disequazione non ha soluzioni e perciò **il numeratore è negativo**.

Riassumendo i risultati ottenuti nei due casi concludiamo che in ogni punto del dominio il numeratore della frazione è strettamente negativo: $N(x) < 0$.

Segno del denominatore

Si deve studiare la disequazione

$$D(x) > 0 \Leftrightarrow x - \sqrt{x} > 0 \Leftrightarrow x > \sqrt{x}$$

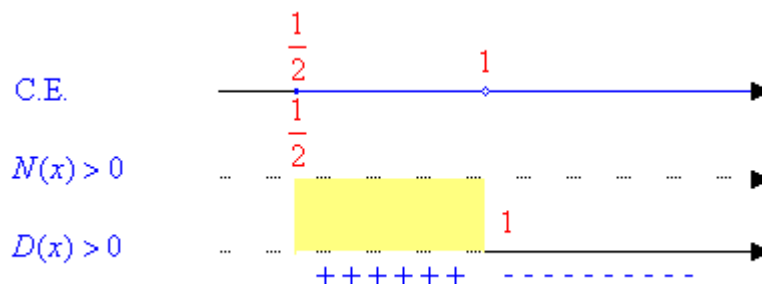
Con $x \in [1/2; +\infty[- \{1\}$ la disequazione è equivalente a quella ottenuta elevando ambo i membri al quadrato, quindi alla seguente

$$x^2 > x \Leftrightarrow x^2 - x > 0$$

Quest'ultima è soddisfatta $\forall x \in]-\infty; 0[\cup]1; +\infty[$, ma in virtù del dominio di definizione sono accettabili solo i valori $x > 1$. Concludiamo che nel dominio di definizione il denominatore è negativo nell'intervallo $[\frac{1}{2}; 1[$ e positivo nell'intervallo $]1; +\infty[$.

Grafico comparativo e segno della frazione

A questo punto realizziamo il grafico comparativo delle soluzioni delle disequazioni $N(x) > 0$, $D(x) > 0$ per determinare il segno della frazione. Il grafico è riportato di seguito.



Conclusione

La disequazione in esame è soddisfatta nell'insieme $D = \left[\frac{1}{2}; 1[\right.$.

Seconda disequazione

$$5.2 \quad \frac{\sqrt{x^2 - 4} - x}{x - a} < 0, \text{ con } a \in \mathbf{R}$$

Si tratta di una disequazione irrazionale fratta parametrica. E' necessario determinare il dominio di definizione ed in esso studiare il segno del numeratore e del denominatore e realizzare i diversi grafici comparativi che dipenderanno dai valori del parametro reale a .

Le condizioni di esistenza della frazione sono date da $x^2 - 4 \geq 0$ e $x - a \neq 0$, che devono essere soddisfatte contemporaneamente e perciò i valori reali x che definiscono il dominio sono le soluzioni del seguente sistema:

$$C.E.: \begin{cases} x^2 - 4 \geq 0 \\ x - a \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \Leftrightarrow \begin{cases} (x \leq -2) \vee (x \geq 2) \\ x \neq a \end{cases}$$

Studio dei segni del numeratore e del denominatore.

$$N(x) > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 4} - x > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 4} > x$$

Distinguiamo i due casi:

(N1) per $x \leq -2$ la disequazione è soddisfatta per ogni $x \Rightarrow S_{(N1)} =]-\infty; -2]$;

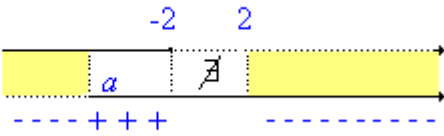
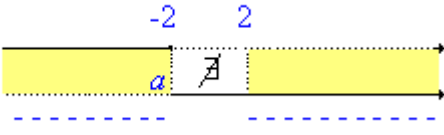
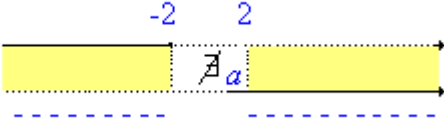
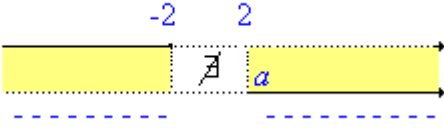
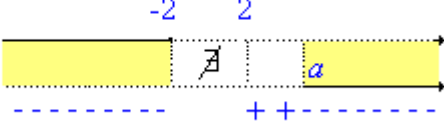
(N2) per $x \geq 2$ la disequazione è equivalente a quella ottenuta elevando ambo i membri al quadrato, cioè

$$x^2 - 4 > x^2$$

che non ha soluzioni. Pertanto, nel dominio di definizione, concludiamo che il numeratore è positivo solo per $\forall x \in S_{(N1)} =]-\infty; -2]$, mentre è negativo nell'intervallo $[2; +\infty[$.

Il denominatore è positivo se $x > a$.

In tabella riportiamo la discussione dei casi ottenuti confrontando il valore del parametro a con i casi particolari $-2, 2$; nella stessa sono indicate caso per caso le soluzioni della disequazione in esame.

Discussione delle soluzioni della disequazione al variare dei valori del parametro a	
Valore del parametro	Soluzioni della disequazione
$a < -2$	$N(x) > 0$ $D(x) > 0$  Soluzioni: $S =]-\infty; a[\cup]2; +\infty[$
$a = -2$	$N(x) > 0$ $D(x) > 0$  Soluzioni: $S =]-\infty; -2[\cup]2; +\infty[$
$-2 < a < 2$	$N(x) > 0$ $D(x) > 0$  Soluzioni: $S =]-\infty; -2[\cup]2; +\infty[$
$a = 2$	$N(x) > 0$ $D(x) > 0$  Soluzioni: $S =]-\infty; -2[\cup]2; +\infty[$
$a > 2$	$N(x) > 0$ $D(x) > 0$  Soluzioni: $S =]-\infty; -2[\cup]a; +\infty[$