Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, il campo vettoriale $\vec{F}(x,y) = (\alpha x y^3 \cos(3x^2) + 3e^{3\sin x})\vec{\imath} + (\alpha \sin(y^2) - 6y^2 \sin(3x^2))\vec{\jmath}$. Qual è l'unico α per il quale $\vec{F}$ è conservativo in tutto $\mathbb{R}^2$?

SOLUZIONE. $\vec{F}$ è definito e regolare su tutto il piano, che è stellato. Dunque basta controllare l'uguaglianza delle derivate in croce; si ha

$$\frac{\partial F_1}{\partial y} = 3\alpha x y^2 \cos(3x^2), \quad \frac{\partial F_2}{\partial x} = -36 x y^2 \cos(3x^2).$$

Dunque si ha conservatività se e solo se $\alpha = -12$.