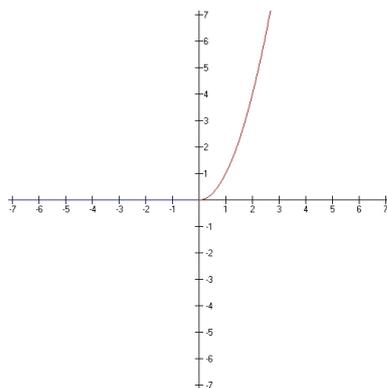


Discutere la derivabilità della seguente funzione definita su tutto  $\mathbb{R}$ :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x^2 & x \geq 0. \end{cases}$$

SOLUZIONE. Il grafico di  $f$  è dato da:



$f$  è anzitutto continua; inoltre

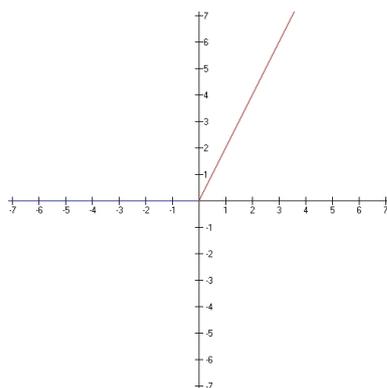
$$f'_+(0) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{h^2}{h} = 0,$$

$$f'_-(0) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{0}{h} = 0,$$

quindi  $f$  è derivabile in  $x = 0$  (altrove non vi sono problemi). Osserviamo che la funzione  $f'(x)$  è data da

$$f'(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 2x & x \geq 0 \end{cases}$$

il cui grafico è dato dal seguente:



Si ha quindi che  $f'$  è continua, ma non derivabile in  $x = 0$ ; ne segue che  $f$  non ammette derivata seconda in  $x = 0$ .