

Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \log \frac{x+1}{x-1}.$$

SOLUZIONE. La forma è indeterminata $+\infty \cdot 0$. Posto $f(x) = \log \frac{x+1}{x-1}$ e $g(x) = \frac{1}{x}$ si ha

$$\frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{\frac{x-1}{x+1} \frac{-2}{(x-1)^2}}{-\frac{1}{x^2}} = \frac{2x^2}{x^2-1} \rightarrow 2.$$

Ne segue che per il Teorema di de l'Hôpital

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \log \frac{x+1}{x-1} = 2.$$