

Calcolare le derivate parziali, se esistono, della funzione

$$f(x, y) = \sqrt{|y|(4 - x^2 - y^2)}$$

nel punto $(1, 0)$.

SOLUZIONE. Usiamo allo scopo la definizione; si ha immediatamente

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1, 0) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{0 - 0}{t} = 0$$

mentre

$$\frac{\partial f}{\partial y}(1, 0) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{|t|(3 - t^2)}}{t} = \sqrt{3} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{|t|}}{t}.$$

L'ultimo limite scritto non esiste; quindi f non è derivabile parzialmente rispetto ad y nel punto $(1, 0)$. (Mentre lo è rispetto ad x).