

Determinare la formula di Taylor del II ordine della funzione

$$f(x, y) = x^2 - \cos(x - y)$$

in un intorno del punto $(x, y) = (0, 0)$.

SOLUZIONE.

$$\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0) = \left(2x + \sin(x - y)\right)_{|(0,0)} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial y}(0, 0) = \left(-\sin(x - y)\right)_{|(0,0)} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0, 0) = \left(2 + \cos(x - y)\right)_{|(0,0)} = 3, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0) = \left(-\cos(x - y)\right)_{|(0,0)} = -1,$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0, 0) = \left(\cos(x - y)\right)_{|(0,0)} = 1.$$

Ne segue che

$$f(x, y) = -1 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 - xy + o(x^2 + y^2)$$