

Sia  $u: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'(x) + 2u(x) = e^{-2x} \\ u(0) = 0. \end{cases}$$

Calcolare  $2 \log(u(1))$ .

SOLUZIONE. L'integrale generale dell'equazione data è dato da

$$u(x) = e^{-2x}(x + c),$$

per cui si ha  $u(0) = 0$  se e solo se  $c = 0$ . La soluzione particolare è quindi

$$u(x) = xe^{-2x}$$

da cui  $u(1) = e^{-2}$ , e quindi  $2 \log(u(1)) = -4$ .