

Determinare il dominio E della funzione

$$f(x, y) = \arcsin \frac{x - y}{x + y}$$

specificando se E è limitato e/o connesso per archi.

SOLUZIONE.

$$\begin{cases} x + y \neq 0 \\ -1 \leq \frac{x - y}{x + y} \leq 1 \end{cases}$$

che diventa

$$\begin{cases} x + y \neq 0 \\ \frac{y}{x + y} \geq 0 \\ \frac{x}{x + y} \geq 0 \end{cases}$$

cioè

$$\begin{cases} y \geq 0 \\ x + y > 0 \end{cases} \cup \begin{cases} y \leq 0 \\ x + y < 0 \end{cases}$$

e

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x + y > 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x \leq 0 \\ x + y < 0 \end{cases}$$

Dunque E è dato dal primo e dal terzo quadrante, esclusa l'origine; ne segue che, ovviamente, E non è limitato; inoltre E non è nemmeno connesso, poichè un punto del I quadrante ed un punto del III quadrante distinti non possono essere congiunti con una curva continua che stia interamente in E .