

Sia  $T$  il poligono piano di vertici  $(0, 1)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(3, 0)$ ,  $(1, -1)$ ,  $(0, -1)$ ; sia  $C$  la curva-bordo di  $T$  percorsa una sola volta in senso antiorario. Sia  $\vec{F}(x, y) = 3y\vec{i} + x^3y^3\vec{j}$ . Calcolare

$$\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}.$$

SOLUZIONE.  $C$  è una curva piana chiusa; per il Teorema di Green-Stokes piano si ha

$$\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_T (3x^3y^3 - 3)dx dy$$

dove  $T$  è la regione interna delimitata dalla curva  $C$ . Per simmetria si ha

$$\int_T (3x^3y^3 - 3)dx dy = -3 \int_T dx dy = -3|T| = -12.$$