

Sia $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq A^2, z = x^2 + y^2\}$, $A > 0$. Calcolare $|S|$.

SOLUZIONE. S è una superficie di rotazione, con, nelle notazioni precedenti, $a = 0$, $b = A$, $g(y) = y^2$. Dunque si ha

$$|S| = 2\pi \int_0^A y \sqrt{1 + 4y^2} dy = \frac{\pi}{6} (\sqrt{(1 + 4A^2)^3} - 1).$$