

Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = 2$, per ogni $x \leq 1$, $f(x) = \frac{2}{x^5}$, per ogni $x > 1$; sia

$$J = \int_0^{+\infty} f(x)dx.$$

Quanto vale $4J$?

SOLUZIONE.

$$\begin{aligned} J &= \int_0^1 2dx + \int_1^{+\infty} \frac{2}{x^5}dx = 2 + 2 \lim_{c \rightarrow +\infty} \left[-\frac{1}{4}x^{-4} \right]_1^c = \\ &= 2 - \frac{1}{2} \lim_{c \rightarrow +\infty} (c^{-4} - 1) = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

da cui $4J = 10$.