

Data

$$f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

definita per $(x, y) \neq (0, 0)$, è possibile definirla anche in $(0, 0)$ in modo tale che risulti continua in $(0, 0)$?

SOLUZIONE. Basta osservare che

$$f(x, 0) = 1$$

mentre

$$f(0, y) = -1$$

per cui sicuramente il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$$

non esiste. Ne segue che f non può essere definita in $(0, 0)$ in modo tale da renderla ivi continua.