

Sia

$$f(x) = 3 + 2x^6 - 3x^4, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Siano x_1 e x_2 gli unici due punti di minimo locale per f ; quanto vale $f(x_1) + f(x_2)$?

SOLUZIONE. Al solito, la funzione è derivabile dappertutto, per cui ci limitiamo a trovare i punti critici. Si ha

$$f'(x) = 12x^5 - 12x^3 = 12x^3(x^2 - 1)$$

da cui f ammette tre punti critici distinti, $x = 0$, $x = 1$ e $x = -1$. Tenuto conto della parità di f , e del fatto che

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$$

$x_1 = -1$ e $x_2 = 1$ devono essere i due punti di minimo locale. Allora $f(x_1) + f(x_2) = 2f(1) = 4$.