

Sia

$$f(x) = 4xe^{-(x+4)}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Sia  $x_M$  l'unico punto di massimo locale della funzione  $f$ . Quanto vale  $\log\left(\frac{f(x_M)}{4}\right) - x_M$ ?

SOLUZIONE. La funzione data è derivabile dove è definita, ovvero su tutto  $\mathbb{R}$ . Si ha

$$f'(x) = 4e^{-(x+4)} - 4xe^{-(x+4)} = 4e^{-(x+4)}(1-x).$$

Dunque  $f'(x) = 0$  se e solo se  $x = 1$ . Tale punto critico risulta essere di massimo locale per  $f$  dal momento che si ha  $f'(x) > 0$  per  $x < 1$ , e  $f'(x) \leq 0$  per  $x \geq 1$ . Dunque  $x_M = 1$  da cui

$$\log\left(\frac{f(x_M)}{4}\right) - x_M = \log(e^{-5}) - 1 = -6.$$