

Sia

$$f(x) = 5x + 8 - x^5, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Siano  $x_m$  e  $x_M$  gli unici due punti di minimo e massimo locale, rispettivamente, per  $f$ ; quanto vale  $f(x_m) + f(x_M) + x_M - x_m$ ?

SOLUZIONE. La funzione data è derivabile dove è definita, ovvero su tutto  $\mathbb{R}$ . Si ha

$$f'(x) = 5 - 5x^4 = 5(1 - x^4).$$

Dunque  $f'(x) = 0$  se e solo se  $x = \pm 1$ . Si ha poi  $f'(x) > 0$  per  $-1 < x < 1$ , e  $f'(x) \leq 0$  per  $x \leq -1$  oppure  $x \geq 1$ . Dunque  $x_M = 1$  e  $x_m = -1$ , da cui

$$f(x_m) + f(x_M) + x_M - x_m = -5 + 8 + 1 + 5 + 8 - 1 + 1 + 1 = 18.$$