

Determinare massimi e minimi liberi della funzione

$$f(x, y) = 1 + x^3y^4.$$

SOLUZIONE. Semplicemente si trova il gradiente di f dato da

$$\nabla f(x, y) = (3x^2y^4, 4x^3y^3)$$

che è nullo, se è nulla almeno una coordinata; ne segue che i punti critici di f (che è differenziabile su tutto lo spazio) sono costituiti dagli assi. È immediato verificare che i punti degli assi annullano anche l'Hessiano di f . Ne segue che si necessita uno studio locale. Osservando che f si annulla sugli assi, si deve studiare il segno di x^3y^4 , che è positivo se e solo se x è positivo. Dunque, tutti i punti del semiasse x positivo sono minimi; i punti del semiasse x negativo sono massimi, mentre tutti i punti dell'asse y sono punti di sella.