

Trovare e classificare i punti stazionari di $f(x, y) = x^2 + \cos y$.

SOLUZIONE. $\nabla f = 0$ porta al sistema

$$\begin{cases} 2x = 0 \\ -\sin y = 0 \end{cases}$$

che ha come soluzioni $P_k = (0, k\pi)$, con $k \in \mathbb{Z}$. L'Hessiano di f è dato da

$$H = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -\cos y \end{pmatrix}.$$

Ne segue che

$$H(P_k) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & (-1)^{k+1} \end{pmatrix}$$

che ha determinante positivo se k è dispari, e determinante negativo se k è pari. Essendo $2 > 0$, ne segue che P_k è punto di minimo se k è dispari, mentre è di sella se k è pari.