Determinare la matrice jacobiana del cambiamento di coordinate sferiche in $\mathbb{R}^3$ *dato da*

$$\begin{cases} x = \varrho \sin\varphi \cos\vartheta \\ y = \varrho \sin\varphi \sin\vartheta \qquad r \geq 0, 0 \leq \varphi \leq \pi, 0 \leq \vartheta \leq 2\pi. \\ z = \varrho \cos\vartheta, \end{cases}$$

SOLUZIONE. Denotando con $\vec{f}(\varrho, \varphi, \vartheta) = (\varrho \sin\varphi \cos\vartheta, \varrho \sin\varphi \sin\vartheta, \varrho \cos\vartheta)$ si ha

$$D\vec{f}(\varrho, \varphi, \vartheta) = \begin{pmatrix} \sin\varphi \cos\vartheta & \varrho \cos\varphi \cos\vartheta & -\varrho \sin\varphi \sin\vartheta \\ \sin\varphi \sin\vartheta & \varrho \cos\varphi \sin\vartheta & \varrho \sin\varphi \cos\vartheta \\ \cos\varphi & \varrho \sin\varphi & 0 \end{pmatrix}.$$

In particolare si ha $\det D\vec{f}(\varrho, \varphi, \vartheta) = \varrho^2 \sin\varphi$.