Dire se la funzione

$$f(x,y) = \sqrt{|y|(4-x^2-y^2)}$$

è differenziabile in $(0,1)$ *ed, in caso affermativo, scrivere l'equazione del piano tangente nel punto* $(0,1,f(0,1))$ *al grafico di* f.

SOLUZIONE. f è differenziabile in un intorno di $(0,1)$, in quanto composizione di funzioni differenziabili. Risulta, in un intorno di $(0,1)$,

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = -\frac{xy}{\sqrt{y(4-x^2-y^2)}},$$

mentre

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \frac{4-3y^2-x^2}{\sqrt{y(4-x^2-y^2)}}.$$

Perciò il piano tangente al grafico di f nel punto $(0,1,f(0,1))$ ha equazione

$$z = \sqrt{3} + 0(x-0) + \frac{\sqrt{3}}{6}(y-1)$$

ovvero $6z = 5\sqrt{3} + \sqrt{3}y$.