

*Studiare limitatezza (superiore ed inferiore), monotonia, parità e periodicità della funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  data da  $f(x) = [\cos^2 x]$ , dove  $[x]$  denota la parte intera di  $x$ .*

SOLUZIONE. Per definizione di parte intera  $[\cos^2 x] = 1$  se  $x = k\pi$ , con  $k \in \mathbb{Z}$ , mentre  $f(x) = 0$  altrimenti. La funzione  $f(x) = [\cos^2 x]$  è dunque inferiormente limitata (dal valore 0), è superiormente limitata (dal valore 1), è limitata, non è monotona, è pari, non è dispari ed è periodica di periodo minimo  $T = \pi$ .