

Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sin(\frac{1}{n})\sqrt{n^5+1}}.$$

SOLUZIONE. Osservando che si ha

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin(\frac{1}{n})}{\frac{1}{n}} = 1$$

e che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^5+1}}{\sqrt{n^5}} = 1$$

ci si riconduce a studiare la seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{3/2}}$$

che converge, poichè $\frac{3}{2} > 1$. In forza del criterio del confronto asintotico, anche la serie data converge.