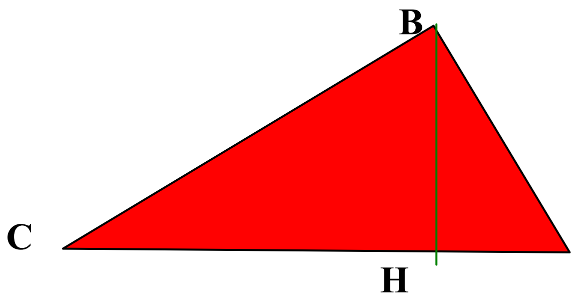
Geometria

Problemi che si risolvono con i teoremi di Euclide e Pitagora.

Un triangolo rettangolo ha l'area eguale a 121,5 k^2 e l'altezza relativa all'ipotenusa eguale ai 4/5 di uno dei cateti. Calcolare la misura del perimetro del triangolo.



Dati :
$A = 121{,}5\ k^2$
$BH = 4/5 \cdot AB$
dobbiamo calcolare il perimetro del triangolo ABC

Risoluzione

Se poniamo $AB = X \Rightarrow BH = 4/5 \cdot X$; Applicando il teorema di Pitagora si ha

$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} \Rightarrow AH = \sqrt{x^2 - (4/5 \cdot x)^2} \Rightarrow AH = \sqrt{x^2 - 16/25 \cdot x^2} \Rightarrow$

$AH = \sqrt{\frac{25 \cdot x^2 - 16 \cdot x^2}{25}} \Rightarrow AH = \sqrt{\frac{9 \cdot x^2}{25}} \Rightarrow AH = 3/5 \cdot x$

Applicando il 2° teorema di Euclide si ha che $AH : BH = BH : HC \Rightarrow$

$3/5 \cdot x : 4/5 \cdot x = 4/5 \cdot x : HC$; In una proporzione il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi.

Quindi $\frac{16 \cdot x^2}{25} = \frac{3 \cdot x \cdot HC}{5} \Rightarrow HC = \frac{\frac{16 \cdot x^2}{25}}{\frac{3 \cdot x}{5}} \Rightarrow HC = \frac{16 \cdot x^2 \cdot \cancel{5}^1}{25 \cdot \cancel{3 \cdot x}}$

$HC = \frac{16 \cdot x}{15}$

Poiché $AC = AH + HC \Rightarrow AC = \frac{3 \cdot x}{5} + \frac{16 \cdot x}{15} \Rightarrow AC = \frac{9 \cdot x + 16 \cdot x}{15} \Rightarrow AC = \frac{5 \cdot x}{3}$

Dal teorema di Pitagora si ha che $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} \Rightarrow BC = \sqrt{(5/3 \cdot x)^2 - x^2} \Rightarrow$

$BC = \sqrt{\frac{25 \cdot x^2}{9} - x^2} \Rightarrow BC = \sqrt{25 \cdot x^2 - 9 \cdot x^2} \Rightarrow BC = \sqrt{16 \cdot x^2} \Rightarrow$

$BC = \frac{4\cdot x}{3}$ 9 9

5·x· $\cancel{4}\cdot x$

$4\cdot x^2$

Conoscendo l'area si può scrivere A = AC·BH ⟹ 121,5 = 3 5 ⟹

121,5 = 3

2 2

2

$121{,}5 = \frac{\cancel{4}x^2}{3}\cdot\frac{1}{\cancel{2}} \Rightarrow 121{,}5 = \frac{2\cdot x^2}{3} \Rightarrow \frac{364{,}5}{2} = x^2 \Rightarrow \sqrt{\frac{364{,}5}{2}} =$

x^2

$\Rightarrow \sqrt{182{,}25} = \sqrt{x^2} \Rightarrow x = 13{,}5 \Rightarrow AB = 13{,}5\ k \Rightarrow AC = \frac{5\cdot 13{,}5}{3} \Rightarrow$

Ac=22,5k

Applicando il teorema di Pitagora si ottiene

$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} \Rightarrow BC = \sqrt{(22{,}5)^2 - (13{,}5)^2} \Rightarrow BC = \sqrt{506{,}25 - 182{,}25} \Rightarrow BC = \sqrt{304}$

BC = 18 k

Possiamo calcolare il perimetro del triangolo ABC

$P = AB + BC + AC \Rightarrow P = 13{,}5\cdot k + 18\cdot k + 22{,}5\cdot k \Rightarrow P = 54\cdot k$

Risolto dal prof. gerardo mazzeo