

DE GLI
ELEMENTI
D'EUCLIDE
LIBRI QVINDICI.

CON GLI SCHOLII ANTICHI.

TRADOTTI PRIMA
IN LINGVA LATINA DA M.
FEDERICO COMMANDINO DA VRBINO,
& con Commentarij illustrati,

ET HORA D'ORDINE DELL'ISTESSO
TRASPORTATI NELLA NOSTRA VVLGA-
re, & da lui riueduti.

CON PRIVILEGIO.

~~Per il Re di Spagna~~



IN VRBINO, APPRESSO
DOMENICO FRISOLINO.
M. D. LXXV.

Con licentia de' Superiori.

1575

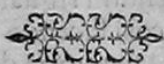
ano.
1741
1575
166.

ALL'ILLVSTRISSIMO

ET ECCELLENTISSIMO SIGNORE

IL SIG. FRANCESCO MARIA II. FELTRIO

della Rouuere Duca V. I. d'Urbino.



SI COME sempre ho giudicato degni di gran lode quegli huomini, che trasportano le fatiche di coloro, ch'insegnano le scienze da lingue non da molti intese in quella, c'hoggi si fauellano, accioche di quella utilità, & gusto, c'habbero intentione gli autori che'l mondo da' loro scritti potesse raccogliere, con molta lode d'essi sia in potestà di ciascuno il valersi, & diletтары: così degnissimi ne stimo quelli; che pongono questo studio, nelle dottissime opere de' Greci, liquali di commun cōsenso di tutti gli huomini, che si sono esercitati nel render perfetto l'intelletto, & nel dar regola all'appetito, son stati sempre riputati d'hauer pienamente, & con mirabil'ordine insegnate le scienze, che si possono da gli huomini co' principij della natura imparare. fra le quali nel diletтары qual grado tengano le mathematiche, ciascuno mediocrementemente in quelle essercitato lo può hauere per isperienza conosciuto: & chi non ha prouato il piacere, ch'aportano, apertamente conoscerallo, se considererà, che l'E. V. Illustrissima, ch'è di sì perfetto giuditio, non si contentò d'vna superficiale cognition d'esse; ma contemplando le più profonde speculationi loro, volle profondissimo diletto cauarne. Di quanta utilità esse siano, di calo parimente V. E. & chi altro con regola attende al nobilissimo essercitio della guerra: percioche & in quella lo può hauere osseruato, & nelle historie letto: dicanlo i medici, i nauiganti, i mercatanti, & finalmente i studiosi delle opere d'Aristotile, & di Platone, liquali molte cose insegnorno secondo il costume de mathematici, che non s'intendono, se non da chi prima frequentò le loro scuole. De' libri di sì nobili discipline scritte da Greci ne sono vissi fin'al tempo nostro alquanti: delliquali il primo, che si deue studiare, & senza il quale è impossibile d'impararle, è il libro de gli Elementi d'Euclide. Questo poco fa M. Federico Commandino mio suocero per ordine di V. E. tradusse in lingua latina; ornollo, & ampliò d'i scholij antichi, & di suoi commentarij: & forse conseguì quel, ch'ella, & egli intendeua, cioè di fare, che questo autore si legesse in quella lingua con le demonstrationi, che si hanno nel testo Greco; più pure, & dotte di quelle, che si legeuano de gli Arabi, o d'altri, aggiuntui quegli scholij, & cōmentarij, che lo rendon più chiaro, & fan più ampia la sua dottrina. Ma, perche tal lingua non è intesa da tutti quelli, che si seruono delle mathematiche; essendo venuto all'orecchie del Commandino, che l'Italia desideraua (poiche ha quasi nel suo idioma libri di tutte le scienze) godere ancora le fatiche fatte da lui intorno a questo libro, non contentandosi affatto di quelle, c'ha fin' hora hauute; & trouandosi egli in vn certo modo obligato à sodisfarla, percioche ne'suoi scritti ha sempre protestato di non hauere altro obietto, che il giouare altrui in questi studij, & che per ciò lasciò la pratica di medicina; si risolsè di essercitare alcuni

suoi scholari, & di valersi delle fatiche loro nel tradurlo, & di portare egli poi il peso di correggerlo con ogni diligenza: acciò che si potessero i desiderosi di ciò chiamare non solo sodisfatti; ma sodisfatti appieno. E piaciuto alla Maestà di N.S. Iddio di darli tanta vita solamente, che l'ha veduto, tradutto, corretto, e stā pato; & che non egli, ma io in nome suo ne faccia dono alla E. V., & che lo raccomandandi al patrocínio suo, com'egli fece il latino. Piacciale dunque per sua singular bontà, & cortesia d'accettare volentieri, & gradire questo presente, che le faccio, picciolo inuero a paragon dell'animo, c'hauera il Commandino, & ho io di seruirlo, se ben'è grande hauendosi riguardo alle qualità, & al poter mio, & a' meriti dell'Autore. percioche così facendo imiterà gl'Illustrissimi maggiori suoi, & massimamente la felicissima memoria del Duca Federico: ilquale insieme co' meriti diede tal nome d'hauer cari questi doni, e di ricenere in maniera i donatori, che indusse quasi tutti gli scrittori di que' tempi a dedicarli le fatiche loro: darà ancora animo a gli scholari del Commandino, & particolarmente a quelli, che si sono esercitati in questo libro; di caminare diligentemente per gli vestigi del loro officiosissimo maestro, di maniera che potremo sperare, che col tempo siano per esser tali, che possano honorare con gli scritti, ouero con essercitij militari se stessi, & la patria, & mostrare segni di debita offeruanza & di deuotissima seruitù verso l'Eccellenza V. Illustrissima allaquale io prego altissima felicità & bacio con ogni riueranza le mani.

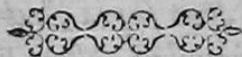
D. V. Eccellenza Illustrissima.

Diuotifs. seruitore, & vassallo.

Valerio Spaccioli.



GREGORII XIII. PONT. MAX.
P R I V I L E G I V M.



MOTU PROPRIO &c. Cum, sicut accepimus, dilectus filius Federicus Commandinus Laicus Vrbinatensis nonnulla noua opera haecenus non impressa, videlicet Euclidis elementorum libros quindecim è greco nuper conuersos, & Aristarchi librum de magnitudinibus & distantijs Solis & Lunæ, necnon Pappi Alexandrini mathematicarum collectionum libros sex. Heronis Alexandrini spiritalium librum. Euclidis opera reliqua. Theodosii de habitationibus librum, eiusdem de diebus & noctibus libros duos. Autolyçi de ortu & occasu libros duos. eiusdem de sphaera, quæ mouetur, librum, & Archimedis opera omnia, ad publicam & communem omnium studiosorum vtilitatem imprimere seu imprimi facere intendat, dubitetque ne eiusmodi opera postmodum ab alijs sine eius licentia imprimantur, quod in maximum suum tenderet præiudicium, Nos propterea eius indemnitati consulere volentes, eidem Federico, ne prædicta opera omnia & singula vel quolibet ipsorum per ipsum Federicum, seu de eius ordine postquam per ordinarios locorum, & Inquisitores hereticæ prauitatis partium illarum examinata fuerint, imprimenda, per decem annos, post eorundem operum vel cuiuslibet ipsorum impressionem, à quocunque vel quibuscunque sine ipsius Federici licentia imprimi, aut ab ipso vel alijs uendi, seu in eorum apothecis uel alijs uenalia, præterquam à dicto Federico, vel de eius ordine impressa, aut imprimenda teneri possint, concedimus & indulgemus. Inhibentes omnibus & singulis Christi fidelibus tam in Italia, quam extra eam existentibus, præsertim bibliopolijs & librorum impressoribus, sub excommunicationis lætæ sententiæ, in terris uero Sanctæ Ro. Ecclesiæ mediate, uel immediate subiectis, etiam quingentorum ducatorum auri Camera Apostolicæ applicandorum, & insuper ammissionis librorum pænis toties ipso factò, & absque alia declaratione incurrendis, quoties contrauentum fuerit. ne intra decem annos prædictos ab impressione dictorum, uel cuiuslibet ipsorum respectiue computandos dicta ope

ra, vel quodlibet ipsorum sine eiusdem Federici expressa licentia dictis
decem annis duratibus imprimere, seu ab ipsis vel alijs præter, quam
à dicto Federico impressa & imprimenda vendere, seu venalia habe
re, vel proponere, vel ea, vt supra, habere audeant. Mandantes
vniuersis venerabilibus fratribus nostris Episcopis, Archiepiscopis, eo
rumque Vicarijs in spiritualibus generalibus & in statu temporali
Sanctæ Ro. Ecclesiæ etiam Legatis & Vicelegatis Sedis Apostolicæ,
aut ipsius status Gubernatoribus, vt quoties pro ipsius Federici parte
fuerint requisiti, vel eorum aliquis fuerit requisitus, eidem Federico
efficacis defensionis præsidio adstantes, præmissa ad omnem dicti Fe
derici requisitionem contra inobedientes & rebelles per censuras Ec
clesiasticas, etiam sæpius aggravando, & per alia iuris remedia, au
cthoritate Apostolica exequantur, inuocato etiam ad hoc, si opus fue
rit, auxilio brachij secularis. Et insuper quia difficile admodum esset
præsentes ad quodlibet forum deferri, volumus & Apostolica auctori
tate decernimus ipsarum transumptis vel exemplis in ipsis operibus
impressis plenam & eandem prorsus fidem ubiq; tam in iudicio, quam
extra haberi, quæ præsentis originali haberetur. Et cum absolute à
censuris ad effectum præsentium. & quod sola signatura sufficiat,
præmissis omnibus constitutionibus & ordinationibus Apostolicis, ce
terisque in contrarium facientibus non obstantibus quibuscunque.

Placet V.

Datum Romæ apud Sanctum Marcum Non. Septembr. Anno primo.

I PROLEGOMMENI DI M. FEDERICO COMMANDINO

sopra gl'Elementi d'Euclide.



VEL, che sogliono far molti interpreti, & massimamente quelli, che tra gli altri sono i più lodati, i quali auanti che si pongano à riuolgere gli scritti de gl'huomini illustri, che à comodo de' studiosi hanno preso ad esporre & adornare discorrono d'alcune cose, quello stesso hò giudicato di douer far' anch'io nel principio di così nobil'opera. Percioche non è punto dubbio, che gli animi de' lettori ancora rozzi non s'acconcino più tosto, & più ageuolmente ad intendere quanto si scrue, qual'hora siano del tutto nel principio auertiti. Primieramente dunque quasi raccoltamente ragioneremo alquanto di questa nobile facoltà dell'arti Matematiche, cioè qual materia habbiano per soggetto così in generale, come in particolare; quale sia l'ordine loro: qual grado di dignità: quale la diffinitione; & quale l'origine. Quindi molto breuemente narreremo le marauigliose commodità, che ne riceuono l'occorrenze humane: & dell'Autore, cioè d'Euclide stesso, dell'isrittione del libro, dello scopo; delle sue dimostrazioni, e della disposizione, & del metodo, cose, ch'egli abbraccia in questi libri toccheremo alcune cose di non poca utilità. Aggiugneremoui al fine la somma di tutti i suoi Elementi, acciò che non solo si faccilitino i precetti, che di ciò da Euclide sono stati dati; ma anchora accioche già appresi meglio nella memoria si conseruino. Diedero dunque i Filosofi più illustri la filosofia tutta, che alle contemplationi attende, diuisa in tre parti. & ciò fecero mossi dal vedere vna parte delle cose netta, & purgata da ogni seccia di materia hauer l'essere per se stessa, & come tale essere conosciuta: l'altra da quella in tutto diuersa di maniera essere colla materia congiunta, che da quella disgiunta non può hauer l'essere in modo alcuno: & l'altra di natura, & di dignità à questi due essere posta in mezzo. perche se con diligentia si miri la sua conditione si trouerà lontana da ogni materia, parte perche pare, che in certo modo le sia congiunta; auuenga che senza cotal congiugnimento sarebbe all'intelletto nostro per la sua debolezza incomprendibile. Quindi nascono i tre generi di Filosofia: il diuino, che si come col nome, così auco coll'effetto di tanto auanza gli altri due, quanto non è possibile spiegar con parole: il naturale, che tiene il terzo luogo, & gli è nell'ordine, & nella dignità inferiore: & quel di mezzo, che Mathematico si chiama. il cui nome però gli conuiene, perche solo per la fermezza della cosa, & per la certezza del modo del dimostrare si può veramente imparare, e sapere. questo quanto è più basso delle sostanze diuine (perche qual cosa è sì sublime, che con loro paragonar si possa?) tanto passa d'altezza, e nobiltà le naturali; lequali del tutto immerse nella materia, sieguono la varia, e mutabile natura di lei. Questa filosofia fù da quegli huomini prima ritrouata, i quali innanzi l'inondatione vniuersale della terra godendosi di più felice Cielo, & ingegno, considerarono la sapienza delle cose celesti, & il marauiglioso ornamento del Mondo; & affine, che o per diluuij d'acque, o per incendij, che essi per predittioni de' vecchi sapeano douer venire, non si perdesse la memoria di cose sì alte, alzarono due colonne; vna di pietra, l'altra di mattoni; & in quelle con grandissima dilgentia scolpirono le cose da loro ritrouate. onde appare che ne anco in que' primi tempi, che si credono essere stati tanto incolti, giacque incolto il nobile studio delle Matematiche. Questo dopo il diluuio fiorì, & crebbe appresso i Caldei particolarmente per lo studio, che ni pose Abramo huomo quasi diuino. Questo stesso gli Egittij huomini nati à questa sorte di scientia si per la perpetua serenità del cielo, come per le spatiose pianure hauendolo da' Caldei riceuuto sempre con gran dilgentia coltiuarono. Fù da gli Egittij trasferito à Greci, à quali ne in

sottigliezza d'ingegno, ne in desiderio di sapere alcuno meritamente anteporrassi, per industria di Talete Milefio, di Pitagora Samio, & d'altri valentissimi huomini: i quali dall' amore del sapere furono spinti à passar larghissimi mari à peregrinare lontanissime regioni, & massimamente l'Egitto: doue (se prestiamo fede a' Greci) sono le Matematiche nate, & nutrite. le quali poscia coll' esercitatione, & co' loro scritti illustrarono Anassagora, Enopide, Zenodoto, Britone, Antifone, Hippocrate, Teodoro, Platone, Teeteto, Archita, Euclide, Aristarcho, Archimede, & altri senza numero, i quali con questa eccellente, & nobile dottrina delle Matematiche si fecero marauigliosi à tutto il mondo. Ma intorno à ciò sia detto affai: non essendo nostro animo di tessere historie. solo con questa picciola digressione habbiamo voluto toccare queste poche cose per mostrar quasi col dito l'antica nobiltà di questo studio. Hora dicasi breuemente della materia, & delle parti principali della facoltà matematica, & dell'ordine loro. Tutte le Matematiche trattano della quantità. & coll' aiuto di lei recano à fine tutto ciò, che à far si pongono. quinci è cosa facile à conoscere quante e quali siano le parti di questa disciplina. Perche chi è, che non sappia essere due maniere di quantità, l'vna Continua, l'altra disgiunta? & che ciascheduna di queste in due si divide? cioè la Continua in mutabile, & non mutabile, la disgiunta in quella, ch'è per se, & nell'altra, che con rispetto si considera. Dalla qual diuisione sorgono quattro maniere di Matematiche. Quella scienza dunque, che hà in consideratione le grandezze, & le figure continue non mobili si prese il nome di Geometria. & è scienza di quantità continua, & immobile nel suo sito. l'altra, che considera la continua & sempre mobile, chiamasi Astrologia: & è cognitione di quantità continua sempre mobile, & di quelle cose che accadono à mouimenti suoi. Nello stesso modo stà l'Aritmetica nella quantità disgiunta: & i numeri pari, & non pari senza farne con altri comparatione, da se stessi considera: & è scienza di quantità disgiunta, & come da se stessa conosciuta. La Musica attende ad vna reciproca habitudine de' suoni, da' quali nasce l'harmonia: generata in uero dalla quantità disgiunta, ma nondimeno congiunta in altro modo. & è questa notitia di quantità disgiunte, ma tra se stesse, & à se stesse vicendevolmente paragonate. ma prima, che raccontiamo l'altre spetie delle matematiche, narreremo la ragione, & spiegheremo il modo, per cui diciamo con autorità d'huomini dotti la quantità così continua, come disgiunta essere soggetto de' Mathematici. perciocche non si deue assolutamente intendere di quel quanto, che è tra i sensibili, ne di quello, che intorno à corpi si considera: auenga che piu tosto sia compresa tra i termini del Filosofo naturale, che del Matematico questa consideratione. Quelle cose adunque, che sono col corpo naturale, ne da quello separar si possono, sono di due sorti: alcune, che ne con effetto, ne col pensiero dal corpo possono seprarsi, come il caldo, il freddo, & la secchezza: le quali cose egli ritiene in se come corpo naturale. Altre sono, che tuttoche con effetto disgiugnere non si possano, con l'animo nondimeno si fingono talhora separate. hauendole egli non per se, ne per quanto egli è corpo naturale, ma per accidente: come sono il diritto, il curuo, il piegato, & altre cose tali. E dunque lo studio del Matematico in questo modo nelle quantità, & nelle figure tratte & rimosse dalla materia col pensiero, come cose separabili: & di quelle dà le diffinitioni senza toccar punto la materia. Che cosa è linea? μήκος ἀπλατὸς è lunghezza senza larghezza. Che cosa è triangolo? vna figura chiusa da tre linee. & il circolo? vna figura contenuta, & circoscritta da vna sola linea. Non si fa qui mentione alcuna di materia: non si scorge per la ragione assegnata alcun vestigio di lei. Non sia però chi dubiti, che le matematiche cadano in qualche errore; essendo appoggiate à sì debole, & infermo soggetto, che solo colla imaginatione compreso si possenga. peroche il Geometra si serue della imaginatione, come d'vna tauola: diuidendo le grandezze: misurando gli spatij: disegnando le linee, & queste tutte s'imagina egli non come cose finte; ma come quelle, che siano in vn certo modo con la Natura congiunte. ne si possono chiamar puri sogni: ne per tali imaginationi si macchiano di bugia le discipline matematiche. le quali quanto sono per la conditione della materia alle diuine scienze inferiori, altrettanto poi auanzano quelle nella stabilità, & certezza delle dimostrationi. ma raccontiamo homai l'altre spetie delle Matematiche. Fatta dunque vn'altra diuisione, diciamo che le facoltà matematiche s'occupano nelle cose ò intelligibili, ò sensibili: intelligibili chiamando tutte quelle considerationi, che l'anima per se stessa suole eccitare togliendosi dalle forme

materiali. & di questo genere di matematiche poniamo noi due specie principali, & di gran
 lunga più degue, l'aritmética, & la geometria. l'altro genere poi, che secondo la sua pro-
 fessione s'adopera nelle cose sensibili, si diuide in sei parti: cioè nell'arte delle machine, in
 Astrologia, Optica, Geodesia, Canonica, ò Musica, & in quella che attende al far de conti.
 Diuidesi etiandio la Geometria nella contemplatione de' piani, & de' solidi, che si chiama
 Stereometria: auenga che di linee, & di punti non si faccia proprio trattato: non potendosi
 in questi far figura alcuna senza i piani, ò senza i solidi: perche la Geometria altro non fa
 in ogni sua parte, se non che costituisce i piani, & i solidi, & i costituiti, ò tra loro paragona,
 ò diuide. l'Aritmética similmente si diuide nella contemplatione de' numeri lineari, pia-
 ni, & solidi. percioche considera per se le specie de' numeri, che vengono dall'unità, &
 il nasçimento de' numeri piani, così simili, come dissimili. andando auanti fino al terzo
 accrescimento. la Geodesia, & l'arte de' conti, conformandosi in ciò à queste, non tratta di
 numeri, ò di figure intelligibili, ma di sensibili. perche non è officio della Geodesia di misura-
 re vn Cilindro, ò vn Cono; ma bene è di misurare in luogo di cono vn cumulo di qualche co-
 sa: & vn pozzo come vn Cilindro: ne ciò con linee diritte imaginate, ma sensibili: seruen-
 dosi talhora di cose più certe; come quando misura co' raggi del sole; & talhora di meno es-
 quisite; come fa quanda adopera corde, & perpendicoli. ne considera il Computista le pas-
 sioni de' numeri per se stessi solamente considerati, ma in quanto sono auuiluppate colle cose
 sensibili. oltre à ciò l'Optica & Canonica hanno origine dalla Geometria & dall'Aritmetica.
 percioche l'Optica, ò perspettiua si serue de' raggi della vista, come di linee, & angoli,
 che da esse nascono. Diuidesi questa in tre parti in Optica, la quale hà ritenuto il nome del ge-
 nere: in Catoptrica, ò specolaria, & in scenografica. l'Optica rende le ragioni di quelle cose,
 che diuerse da quel, che sono appaiono per rispetto di questo, ò di quel sito & della lontananza
 della cosa veduta. la Catoptrica s'effercita in molte, & varie reflessioni: & è con la cogni-
 tione conietturale mescolata. la Scenographica mostra la maniera di far che le cose apparenti
 nell'imagini non paiono brutte, ne disformi; hauendo riguardo alle distanze, & all'altezza
 delle cose figurate. & però non c'impone l'imitare la vera ugualità, & corrispondenza; ma
 quella, che si mostri al nostro aspetto con leggiadra & accommodata apparenza; come fa
 se douendoci rappresentar cerchi, talhora non cerchi ma Ellipsi ci descriua: ouero dall'uno
 de' lati faccia più lunghi i quadrati. la Canonica, ò Musica considera l'apparenti proportioni
 dell'harmonia; ritrouando le decisioni delle regole, con vsar però sempre l'aiuto del senso.
 l'arte delle Machine sempre considera le cose sensibili congiunte colla materia, mentre appa-
 recchia istrumenti da guerra: come fece Archimede allhora, che Siracusa era così stretta-
 mente assediata da Marcello, ouero fabricò altre cose con altissimo artificio, & atte à mouer
 marauiglia con l'aiuto ò d'aere rinchiuso, ò di pesi, ò vero di corde; come quelle, che Tessi-
 bio, Herone, & Archimede mostrarono con loro grandissimo stupore à gli huomini di que' tem-
 pi. Percioche chi non stupirà, (lasciando l'altre cose) di quella sfera di vetro d'Archimede?
 & solo per questa cagione non honorerà sommamente le Matematiche, che possono far cose
 tali? Finto corre il Zodiaco all'anno intorno. e finta Cintia al nouo mese riede. si che Giove
 appresso Claudiano meritamente esclamò. Tanto hà potuto alzarsi humano ingegno, Che scher-
 ne in fragil'art e il mio lauoro. Che diremo d'Archita? di cui dicono, che egli in ciò tanto val-
 se, che fece vna Colomba di legno, che volaua, & come viua in aere si sostentaua. l'Astro-
 logia discorre de' mouimenti del Cielo: della figura, & della grandezza de' corpi celesti: &
 della forza, che hanno d'illuminare: & appresso della distantia, che è trà quelli, & noi. le
 sue parti sono la Gnomonica, Meteoroscopica, & Dioptrica. la Gnomonica attende alla diuisto-
 ne dell'hore per mezzo delle positioni de' stili: di che Tolomeo diffusamente tratta nel libro, che
 egli chiama dell'Analemma. la Meteoroscopica cerca le differenze dell'elevationi, & le di-
 stanze delle stelle: & insegna molti altri, & diuersi Teoremi, li quali appartengono all'A-
 strologia. la Dioptrica col mezzo de' istrumenti inuestiga le distanze del Sole, & della Lu-
 na, & dell'altre stelle. ma basti intorno à ciò quello, che fino à qui habbiamo sommariamen-
 te detto. Hora, perche la maggior parte de' gli huomini, & massimamente à questi tempi
 per l'utile solo aprono gli occhi à gli studi dell'arti nobilissime, & solo con questo disegno dan-
 no opera alle liberali discipline, vediamo di grãtia se è vero, che le matematiche non vaglio-

no punto, ne arrechino aiuto alcuno all'uso del viver humano; come il cieco & vergognoso desiderio del guadagno fece già dire falsamente a certi: i quali hanno fatto, che gli studiosi di questa facoltà siano da ignoranti, & da quelli, che hanno altro studio alle mani pubblicamente beffati, come genti, che in cosa vana & di niun momento perdano il tempo, & la fatica. Poiché dunque trattiamo con gli huomini, che non sono mossi se non dalle ragioni del utile, contentiamoci di non vederla così sottilmente; & non ci dispiaccia di dare cotal macchia à sì liberale, & nobile Disciplina, accioche questi ancora sentendosi promettere guadagno, & ricchezze s'inducano allo studio & all'amore di lei. Neghino prima costoro, se possono, che l'arti matematiche non rechino aiuto a' negotij popolari. Dicano se le mercantie, alle quali attendono tanti per lo grandissimo guadagno, che se ne trabe, si possono maneggiare senza l'Arithmetica. Prouino poi di misurare ciò che si voglia, senza l'aiuto della Geodesia: solchimo i mari: vadano in paesi lontani: Cerchino nuouì mondi, & non si seruano dell'Astrologia marinaresca. Che diremo del Medico? quanto al giuditio anche di solo Hippocrate è egli obligato all'Astrologia? colla guida di cui conosce i corsi delle stelle, & particolarmente della Luna: onde dipende tutta la ragione de' giorni, che si chiamano Critici. con quanta diligenza bisogna egli mirare di non trauagliar gl'infermo con alcun graue modo di medicamento, & massimamente nel principio della infermità, mentre la Luna dalla Combustione, come boggì si dice, se ne camina all'opposizione? Quante utilità reca al fine à gli vsi publici, & priuati la Geometria, l'Arithmetica, & tutte l'altre insieme? auenga che niuna dell'arti più basse possa al fine suo condursi senza l'aiuto delle Matematiche. il che è facile à conoscere à chi diligentemente ad una per vna le considera. & noi il proueressimo senza durarui punto di fatica, se non volessimo in vna cosa certa schifare vna lunga disputatione. Co' colori; con l'ombre; co'siti; colla rarità, & ispezzezza de' mezi: colle refractioni. quanti varij ornamenti, & mirabili forme di cose vediamo noi tutto il giorno, & con diletto grandissimo riguardandoli, ci ritrouiamo ingannati? ma habbiamo errato, che con costoro non bisogna trattar se non dell'utile. Per la qual cosa lasciando andar perspettini, & pittori poniamo loro innanzi la sola utilità. Come possono negare, che le Matematiche non vagliano marauigliosamente all'vtilità vnuer-sale delle Città: & questo così nel misurare i tempi de' negotij, come nel mostrare le varie riuolutioni dell'vnuerso? Et l'arte militare, che è il braccio destro del gouerno ciuile, quando vuol dimostrar poca vna grandissima moltitudine, facendo gli alloggiamenti, & le schiere in guisa di circolo, & quando vol fare apparente mostra d'vn numeroso esercito, ordinando le schiere in forma quadra, di che si serue, se non dell'aiuto della Geometria? con che modo assedia, combatte, & espugna le Città nimiche, & le proprie difende, se non col mezzo dell'arte delle macchine? la quale ne sa fare delle mirabili così per offendere, come per difendere: come fece Archimede contra Marcello: il quale (lascio da parte hora i Tessij, gli Architi, i Prischì, gli Eudossi, & i Diogeneti) alzando vn giorno con parole quest'arte in presenza d'Hierone mosso il Re da marauiglia di così gran Geometra, il pregò à far proua di cotanta sua fiducia. la onde Archimede comperatosi vna delle Naui del Re, & condottala in terra, egli solo carica di molto graue peso la tirò con suoi istrumenti à se medesimo, non altrimenti, che se nel mare fosse stata mossa da remi & dalle vele. & per lo contrario di secco condusse nel mare vna Naue delle stesso Re detta Alessandria. cosa, che non furono bastanti à fare tutte le forze di Sicilia. Possono dunque coloro, che in queste arti sono amaestrati & difendere le mura delle Città, & render vane le nimiche oppugnationi. Et haurebbe (disse Liniò ragionando di Marcello, che daua l'assalto à Siracusa) la cosa con sì grande impero, & caldezza cominciata hauuto fortunato successo, se nõ fosse allhora stato un sol huomo in Siracusa. & questi era Archimede: huomo singolare nelle speculationi del Cielo & delle stelle: & molto più mirabile nella inuentione & componimento d'istrumenti atti à ferir di lontano & in machine che leggiermente mosse quasi con ischerno toglieuanò effetto à quanto i nemici con grandissime moli tentauano. Ne è piaciuto addurre vn testimonio tanto notabile d'Archimede di questo illustre historico, affine che coll'essempio di lui s'accorgano gli huomini di quanta utilità possano essere & à se, & alle Città proprie, quando impieghino la diligentia, & i loro study ne gli ornamenti della nobile facoltà delle Matematiche. Non posso far ch'io non mostri quanto mi turbi la sfacciata presuntione di certi, che si tengono Philosophi: percioche per qual ca-

gione non debb'io più adirarmi, sentendo dir male delle Matematiche da coloro, debito de' quali sarebbe l'honorarle, & difenderle, che da coloro i quali da' lacci di cupidigia di ricchezze sono strettissimamente legati? Ma contra tal sorte di Philosophi niente altro dirò, se non che sò che questi Aristippi, & Epicurci (che così bene & leggiadramente gli nomina ~~buono di molta dottrina~~) più tosto spinti da vn certo dolore, & desiderio di coprire l'ignoranza loro dicono cose tali, che mossi da opinione che inuero habbiano, che la cognitione delle Matematiche non porti vtilità, & aiuto à tutte le discipline dell'arti liberali, & principalmente à gli scritti lasciati da Platone, & Aristotile i quali è chiaro essersi di cotale sorte di dottrina grandemente dilettrati. Percioche come potramo pensar questo? auenga che ritrouino appò costoro tutto il giorno cose grandemente necessarie, & bellissime da saperse: le quali percioche sono con modi matematici insegnate vengono fuggite da loro come scogli. Quinci è che, come in libro fauoloso, & di niun prezzo, non mettono le mani nel Timeo. Quinci auuene, che non si degnano d'interpretare à suoi discepoli per non essere al loro parere d'alcuna vtilità il settimo della Philosophia naturale & molti altri libri d'Aristotile. Ma intorno à ciò habbiamo per auuentura discorso più di quello, che facea mestieri: conciosiacosa che la vera vtilità gli eccellenti frutti, & gl'incredibili piaceri delle Matematiche tutti sono riposti nella cognitione della verità, per cui siamo nati. Con questa sola ci mostriamo veri huomini, & veramente partecipi del lume diuino. nell'altre cose si conosce vna terrena, & fragile natura. Ma passiamo homai à quelle cose, che appartengono al nostro Geometra. & prima d'Euclide stesso, poscia della iscrizione, & consequentemēte ragioniamo del suo proponimento, ò vero intentione. & questo fatto, come promettēmo nel principio parliamo delle sue dimostrazioni. Togliamo dunque primieramente d'errore molti, che si sono dati à credere, che sia stato il medesimo il nostro Euclide geometra, & il Philosopho Megarese. & ciò facciamo chiaro con poche parole. Fù il più antico Euclide di Megara Città vicina all'Istmo: & sopra tutte le cose studioso de' libri di Parmenide: & principe della setta Megarese. à cui morto Socrate si ridussero per paura de trenta Tiranni Platone & tutti quasi i Socratici. Questi scrisse sei Dialoghi da Diogene Laertio amouerati: ne usò le dimostrazioni, che si fondano sù le assuntioni; ma quelle che si traggono dalle Conclusioni, & tengono più del Dialettico. Hebbe per successore Ebulide. l'altro Euclide, che venne dopo, & che Stichote, & geometra si disse, fiorì ne' tempi del primo Tolomeo. Fù molto amatore dell'Academia: & per lo continuo commertio, che egli hauea con gli scolari di Platone, fatto dottissimo, con sì grande animo si diede à gli studij delle Matematiche, le quali à que' tempi per ordine di Platone erano molto celebri nell'Academia, che vi fece mirabile progresso & degnissimo d'eterna memoria: & secondo lo stabile & commune testimonio de dotti s'occupò tra tutti il primo luogo. Non sia però chi creda, ch'io non sappia come Valerio Massimo scriue coloro, che haueano carico di far fabricare il sacro altare essere da Platone stati inuati ad Euclide; come principale tra gli altri Matematici: Ma noi seguiamo Herone, & Proclo eccellenti Matematici: ò più tosto Eudemo, & Teofrasto nobilissimi dopo il loro Maestro tra i Peripatetici: percioche costoro lasciarono scritto ciò in que' libri, che scrissero dell'istoria geometrica: i quali poi con grauissimo dolore, & incredibile danno de' letterati sappiamo essersi perduti. Euclide nostro adunque dopo Hippocrate, Leonte, Teudio, & Hermitimo, i quali l'un dopo l'altro scrissero gli Elementi della Geometria, con grandissima fatica, & bellissimo giuditio compose questo libro: libro veramente d'oro. molte cose haueano ritrouato quei più antichi aiutati dall'Excellenti, & diuina quasi sottigliezza de' loro ingegni. Assai ne n'aggiunsero Teeteto, & Eudosso, che molto praticarono con Platone: ma Euclide raccolse le cose sparse: le raccolte di spose: & quelle, ch'erano meno diligentemente, & come si suol dire, con grossa maniera di mostrate, ridusse à perfette, & non impugnabili dimostrazioni. Grande inuero è la lode de' gli antichi: ma molto maggiore quella d'Euclide: che recò le cose disordinate à tal ordine, che solo con questo si guadagnò perpetua laude appresso gli huomini di buon giuditio. le principiate in modo tale condusse al fine, & le non certe così con stabilissime ragioni confermò, che quasi niente più è, che in lui si possa desiderare. Già sono due mila anni, che egli era nel numero de' viuenti, hebbe molti auersarij: i quali più tosto ammorbati d'inuidia, che spinti dell'amore della verità, con ogni loro industria si sforzarono d'addebolire gli scritti suoi. ma non

hanno ancora i severi Censori saputo trouar ne' suoi scritti niuna cosa men che vera: niuno errore: niun paralogismo. L'altre opere, che sono di questo eccellentissimo huomo, sono la Perspettiua; la Specolaria: la Musica: i Dati, & gli Apparenti. scrisse vn libro delle diuisioni: quattro de conici: tre altri de prismi, come si sa da Pappo & da Proclo: i quali non sono arriuati alle nostr e mani. queste sono le cose, che noi habbiamo potuto ritrouare del nostro Euclide per eterno beneficio di cui questa scienza, che dall' Egitto passati i mari di Grecia hauea quasi dugento anni, o poco più fatto soggiorno, non senza voler del Cielo ottenne la dignità, & gli honori suoi. Hora narrinsi breuemente le openioni, che s'hanno delle dimostrazioni de gli elementi: le quali sconciamente disturbano le menti de gli studiosi percioche tuttoche questa disput a non rechi alcuna utilità à chi è per essere Geometra, trauglia nondimeno & offende assai in non sò che modo gli amatori di questa disciplina: bramando essi di sapere à chi d'vn coranto seruigio, & singular dono debbia hauer si obligo. Tra gli altri dunque, che di ciò hanno discorso, Giouanni Buteone, & ~~Pietro Ramo~~, huomini amendue di grandissimo giuditio, sono stati di parere in tutto diuerso. Percioche questi nel proemio della sua Matematica non solamente attribuisce à Teone le dimostrazioni (il che hanno fatto molti altri) ma gli elementi ancora: si per esser egli stato l'ultimo scrittore de gli elementi, si perche non si troua che Proclo nelle laudi, ch'egli dà a d Euclide, gli dia questa d'hauer ritrouato propositione alcuna; si ancora perche Teone nel suo commentario sopra il primo libro della gran costruzione di Tolomeo loda nominatamente quanto egli hauea dato fuori sopra gli Elementi: di maniera che Teone con quella ragione stessa, con che prima se gli hauea attribuiti Euclide, se gli puo far suoi. Proualo ancora con quest'altra ragione, dicendo, che le dimostrazioni d'Euclide, che si leggono ne' Commentarij di Proclo, non si confanno con quelle, che hoggi habbiamo sopra gli Elementi. L'altro poi (Buteone voglio dire) nell'annotationi, che fa in Euclide con dottissime ragioni lo nega, & difende l'antica lode di questo eccellentissimo huomo: allegando, che appresso gli Antichi non sia mai stato costume proporre Teoremi senza le loro dimostrazioni; come quelli, che essendo nudi, mancano d'ogni utilità & d'ogni riputatione: & che è verisimile che quelle parole, che si leggono in que' scritti di Teone, i quali egli chiamò οὐνοβολας, onde è proceduta l'occasione di questa disputa, si possano intendere in questa guisa; cioè, che Teone scriuesse commentarij, ma che si siano perduti per le calamità de tempi: come quelli, che Pappo Alessandrino hauea pure scritti in Euclide con quel titolo, che poscia per trascuraggine s'è attribuito ad Euclide: ma noi prendendo la strada di mezzo crediamo, che Euclide ci lasciasse i suoi libri de gli elementi ornati delle sue dimostrazioni. Et come puote essere, che ciò non sia, se Proclo ne' commentarij della decima propositione, dopo l'hauer raccontato la dimostrazione d'Apollonio Pergeo, soggiugne cotale parole $\omega\lambda\lambda\alpha\varsigma \delta' \omicron\upsilon\nu\ \kappa\epsilon\iota\tau\tau\epsilon\upsilon\alpha\iota \ \iota\ \tau\omicron\upsilon\ \epsilon\omicron\iota\chi\epsilon\iota\omicron\tau\omicron\upsilon\ \epsilon\tau\omega\delta\ \delta\epsilon\iota\chi\iota\varsigma$. che vol dire molto migliore dunque è la dimostrazione dello Stichiota (che così chiama egli Euclide) e più semplice & più fondata ne' principij. Et come noi diciamo questo veramente, così meritamente concediamo quell'altro; cioè che Teone huomo di eccellentissimo ingegno desse in luce le dimostrazioni d'Euclide più chiaramente, & diffusamente spiegate. Il che si può facilmente conoscere in Proclo. così anche i dati non si hanno in quella propria maniera, che gli dà Pappo nel viij. libro delle collectioni matematiche: ne s'hanno in vn modo quel ch'egli scrive della Perspettiua, & de gli specchi, & quel che noi habbiamo veduto in Roma nella libreria Vaticana. La onde, se per parere di tutti si concedono queste cose ad Euclide, gli elementi ancora non sono da essergli negati: poi che Teone più tosto nelle parole è da lui differente, che ne' modi del dimostrare. sono dunque le dimostrazioni d'Euclide; ma scritte in quel modo, che Teone seguendo Euclide le spiegò à discepoli suoi. Hora parmi che possa essere à lettori & utile, & diletteuol cosa s'io aggiunga quasi per vltimo ornamento à questa disputatione i pareri di Platone, di Senocrate & del nostro Euclide ancora; cosa, che potrà seruire a' desiderosi di Geometria in luogo di largo & leggiadro ragionamento. Platone dunque per mostrar chiaramente questa facoltà esser del tutto necessaria à chi uole essere Philosopho, pose sopra le porte delle sue scuole queste parole $\omicron\upsilon\delta\epsilon\iota\varsigma \ \delta\gamma\epsilon\omega\mu\epsilon\tau\epsilon\iota\omicron\varsigma \ \iota\sigma\epsilon\iota\tau\omega$: cioè niuno non entri qua non partecipe di Geometria. & Senocrate il quale dopo il Maestro ottenne nell'Academia il terzo luogo, disse un giorno ad vno, che non sapea ne di Matematiche, ne di Geometria, & intraua nelle sue scuole; Vatti con Dio: $\lambda\alpha\beta\delta\alpha\varsigma \ \gamma\alpha\gamma \ \delta\upsilon\kappa \ \epsilon\chi\epsilon\iota\varsigma$

Φιλοσοφίας cioè perche tu non hai il manico della Philosophia . Ma che habbiamo noi à dire del Geometra nostro ? egli rispondendo à Tolomeo Rè, che gli haueua dimandato se vi fosse altro modo, & via più commoda, & più ageuole d'imparare Geometria disse, Niuna strada re gia vi è ò Rè, che conduca alla Geometria . Basti col testimonio di cotanti huomini hauere infino à qui fatto conoscere con che costante diligentia d'animo, & ardente desiderio d'imparare debbano i Giouani abbracciar questi studij, non solo per cagione della Geometria, che per se stessa è nobilissima, ma anche di tutta la Phitosophia. Ragioniamo hora dell' Iscrizione del libro, & insieme dell'intentione dell'autore : perche quando l'iscrizione si piglia dal soggetto dell'opera dallo spiegar, che si fa dell'vna, s'intende l'altro ancora. Pare per quel, che giu dico io, che Proclo legesse il titolo così Εὐκλείδου στοιχείωσις . colui poi, che ci lasciò scritto questo libro essere nato da' Discorsi di Teone legge così ; Εὐκλείδου στοιχείων βιβλίον . lo stesso però significano amendue ò dicasi istituzione elementare, ouero libri xv. de gli Elementi . Ho detto che non Teone (il che molti credono) ma vn certo suo amico, qualunque egli si fosse, huomo di molta dottrina ci lasciò questo libro tale, quale hoggi si legge. & ciò hò fatto io spinto dal testimonio di quelle parole, che si hanno ἐν τῶν τοῦ Θεωνος συνουσιῶν . Percioche Giouanni nominato Philopono confessa apertamente con segni di gratitudine d'hauer raccolto da' ragionamenti, & dispute di Ammonio Hermea que' commentarij, ch'egli compose sopra Aristotile . Non negherò già che questo auditore di Teone non fosse d'animo hauendo taciuto il nome suo di fare, che noi riconoscessimo il frutto di questa fatica, & industria solo da Teone. Ma forse cercherà alcuno, & giustamente certo, perche l'autore habbia dato à questo libro nome d'Elementi, ouero elementare, senz'altro aggiunto: nomi, che sono à molte altre cose comuni : percioche dicendosi delle prime lettere, & de' primi principij naturali, & d'altre cose in tutto era necessario d'aggiugnerui di che cosa fossero elementi : ò di quali Elementi fosse questa istituzione, come fecero poscia i latini, che Geometrici v'aggiunsero . Noi volendo rispondere à questo dubbio, diremmo ciò esser fatto perche subito, & nella prima intrata ragionandosi del punto si conosce di che maniera d'elementi si tratti . Potressimo etiandio, seguitando Ammonio, che dall'istessa colpa difende l'iscrizione di Porphirio, dire che questa sia κατ' ἐξοχὴν ; cioè per eccellenza della Geometria . & benchè sia fatta di nome commune à molte cose, si può nondimeno intendere solo degli elementi geometrici ; come quando diciamo Poeta s'intende detto ò d'Homero, ò di Vergilio . ne s'hà l'huomo da marauigliare poi che erano all'horà molto seguiti, & molto in fiore gli studij della Geometria . Hora il nome d'Elemento si dà qui à quei Teoremi, che tengono luogo di principij : percioche, come dice Proclo, de' Teoremi altri si chiamano Elementari, altri Elementi, & altri ve ne sono separati dalla forza, & dal significato di questi. Elementi dunque si chiamano quelli, la speculatione de' quali appartiene à sapere altre cose, & per mezzo de' quali si veggono sciogliere le dubitationi, che vi potessero occorrere . Percioche come la voce, che si può scriuere ha i suoi primi principij semplici, & indivisibili, che elementi si dicono ; & di questi è composta ciascuna parola, & ciascun ragionamento, così ancora in tutta la Geometria vi sono alcuni theoremi principali, ch'Elementi si chiamano : i quali tengono luogo di principio con le cose, che sieguono : & in tutte entrano : & rendono le ragioni di molti accidenti . Elementari si dicono quelli, che fanno à proposito per molte cose : & hanno seco vna certa semplice, e schietta soauità, che non è però tanta, che s'agguagli con quella de gli Elementi : auuenga che la contemplatione loro non sia commune ad ogni scienza . Quelle cose poi, che non hanno cognitione, che si difonda à più cose, ne dimostrano cosa alcuna dotta, ò elegante, sono fuori della forza di questa voce Elementare . Puossi oltre à ciò secondo, che dice Menechmo doppiamente intendere l'Elemento . percioche quello che conferma è Elemento di quello, ch'è confermato ; come in Euclide il primo è Elemento del secondo, & similmente il quarto del quinto : & così molti altri si diranno tra se medesimi Elementi ; essendo che l'uno per l'altro si proua, & si confermi : percioche da quello elemento, che dice, che gli angoli delle figure rettilinee sono vguale à quattro angoli retti, si dimostra la moltitudine di quelli di dentro, eguale à quattro retti : & per lo contrario con questo si dimostra quell'altro : & è questo elemento simile ad vn Lemma . Altrimenti ancora dicesi elemento quello, in cui come più semplice ogni composto si risolve : & in questa guisa non si chiameranno tutti elementi, ma que' soli, che principalissimi saranno tra gli altri : i qua

li si pongono esser causa delle cose fatte, così sono le petitioni & le dignità elementi de' Teoremi. In questo significato fece Euclide gli Elementi suoi. de quali altri sono di quella Geometria, ch'ha per soggetto i piani: altri di quella che attende solo co' solidi. Nella stessa maniera molti furono, che scrissero istituzioni elementari, così Aritmetiche, come astrologiche. Fu adunque intentione d'Euclide in questi libri di porgere gli elementi necessari à tutta la Geometria: cioè i principalissimi Teoremi, & similissimi a' primi principij: senza i quali non si possono comprendere l'altre parti di questa scienza: percioche così Euclide stesso sene vale negli altri suoi libri, come Aristarco, Archimede, Apollonio, Teodosio, Autolico, Menelao, Tolomeo, Pappo, Sereno, & gli altri tutti se ne seruono nelle dimostrazioni loro, come di principij notissimi. per quanto s'aspetta poi alla disposizione, & al metodo de' ragionamenti di Geometria, e di sapere, come dice Proclo, che la Geometria, come anche l'altre scienze tutte, ha alcuni articoli, & distinti principij co' quali si dimostrano quelle cose, che sieguono. Onde è necessario trattar separatamente de' principij: & di questi non rendere alcuna ragione; ma renderla delle cose conseguenti da loro: percioche niuna scienza dimostra i suoi principij: ma circa quegli crede à se stessa, come à cose più euidenti di quelle, che da loro procedono: & i principij conosce da se stessi: & per questi viene in cognitione dell'altre cose. Così il Philosopho naturale da determinato principio tira le sue ragioni, ponendo esser il moto. così parimente il Medico, & il perito di qual si voglia arte. che se auuene ch'alcuno mescoli i principij con quelle cose, che da loro si deriuano, Costui confonde tutta la cognitione: & accozza quelle cose insieme, che tra loro in niun modo s'accommodano. Nel primo luogo dunque si debbono distinguere i principij: & nel secondo quelle cose, che da principij procedono. il che ha offeruato sempre Euclide ne' suoi libri: ponendo prima che tratti d'altro, i principij communi di questa scienza. & questi diuide poi in suppositioni, in diffinitioni, in dimande, & in communi pareri. percioche queste cose tutte sono tra se differenti: ne è lo stesso il parer commune, la dimanda, & la suppositione, come afferma Aristotile: percioche quando alcuno che ascolta qualche proposizione, subito senza che se gli dimostri la riceue come vera, & le dà pienissima fede, quella si chiama commune parere: come sarebbe per esemplo questa: Quelle cose, che sono ad vna medesima cosa uguali, tra se medesime ancora sono uguali: ma quando colui, ch'ascolta ragionando altrui, non ha di ciò, che si dice conoscenza tale, che l'assicuri al credere, & con tutto ciò presuppone ciò che si dice per vero, & condiscende al volere di colui, che per tale lo adopera, viene ad vn atto, che si chiama suppositione: & sia di ciò l'esempio, che noi per vna certa commune conoscenza non sappiamo che il cerchio sia quello, che è: ma con tutto ciò sentendolo dire senza più proue lo concediamo. Ogni volta ancora che colui, che impara, non sa qualche cosa laquale nondimeno di suo consentimento si prende per vera si chiama dimanda: come sarebbe, che tutti gli angoli retti sono uguali. Quelle cose poi, che nascono da primi principij ò sono problemi, ò teoremi. Problema è quello, nel quale, benchè egli non sia il primo principio, si fa fondamento: & si propone di ritrouare alcuna cosa. Teorema è poi quello nel quale in figura già fatta si dimostra qualche cosa essere ò non essere. Chi sarà dunque, che in questa elementare istituzione d'Euclide non resti stupefatto dell'ordine & dell'electione di que' problemi, & teoremi, ch'egli per elementi distribuisce? Percioche non prese tutte le cose, che gli haurebbe potuto dire; ma quelle sole, ch'ei potè dare con ordine elementare: & parimente varie maniere di sillogismi: altri prouati per le loro cause procedenti da segni, & tutti necessarij, certi & accommodati alla scienza. Vò ad appresso tutte le vie, & tutti i modi dialettici; diuidendo nell'inuentioni delle forme: dando le diffinitioni nelle ragioni essenziali: dimostrando ne' progressi, che si fanno da' principij infino a' questi. Poscia risoluendo quelle cose in quei regressi, che da questi a' principij si fanno. Possono anche vederli in questo trattato varie spetie di conuersioni, così semplici, come composte: cioè quelle, che tutte con tutte, & quelle che tutte colle parti, & per lo contrario quelle, di cui le parti con le parti potrebbero conuertirsi. Vedenisi al fine si marauigliosa disposizione. & tal ordine & coherenza de' gli antecedenti, & de' conseguenti, che pare che ne ui si possa aggiugnere, ne se ne possa scemar cosa alcuna.

Nel primo libro tratta delle figure rettilinee: cioè di triangoli, & di parallelogrammi: & prima insegna l'origine, & le proprietà loro così intorno a' lati, come intorno à gli angoli; fa-

cendone tra loro comparatione. Quindi narrate le proprietà delle linee equidistanti, si passaggio à parallelogrammi: & manifesta prima l'origine, & dimostra i propri loro accidenti; & poi in che comunicano i triangoli, & i parallelogrammi: & in che guisa si faccia il parallelogrammo uguale al triangolo: & oltre à ciò mostra che proportionone habbiano que' quadrati, che si formano da' lati, che chiudono l'angolo retto del triangolo, che gli hà retti, con quell'altro; che si forma dal lato solo, che contra detto retto si sottende.

Nel secondo si diffinisce il parallelogrammo rettangolo, & il gnomone: & trattasi delle proportioni, che hanno tra loro i parallelogrammi rettangoli, & i quadrati i quali vengono fatti da partimenti di linee rette diuise. Tra quadrati poi descritti da lati de triangoli d'angoli così acuti, come ottusi, si discorre della proportionone, che hanno i quadrati fatti dalla linea, che si stende sotto gli angoli così acuti, come ottusi, à quelli, che sono fatti da que' lati, che gli comprendono: alfine poi vi si mostra in che modo dato vn rettilineo gli si costituisca eguale un quadrato.

Nel terzo si discorre de gli accidenti del cerchio, & delle linee diritte tirate al circolo, così dentro, come di fuori: & ragionasi de gli angoli posti ouero intorno a' centri, ouero alle circonferenze de' circoli.

Nel quarto dell'iscrizioni, & circoscrizioni delle figure piane.

Nel quinto delle proportioni, ò analogie.

Nel sesto delle proportioni, che hanno le figure tra se medesime: delle figure simili & reci proche: delle linee rette proportionali: delle applicationi de' paralleli alle linee rette, le quali manchino o soprauanzino à parallelogrammi simili: come vna linea diritta terminata si tagli colla ragione dell'estrema, & meza proportionone: trattasi delle proportioni: delle circonferenze: & de gli angoli: & de' segmenti & partimenti de' circoli eguali.

Il settimo, ottauo, & nono appartengono all'Aritmetica.

Nel settimo si tratta de' numeri primi, & composti: & in che guisa de' numeri che non sono primi, la commune & maggior misura si ritroui trattasi della parte, & delle parti de' numeri: de' numeri moltiplici, & de' proportionali: & tutte le cose quasi, ch'egli nel quinto delle grandezze parlando dimostrò in questo particolarmente dimostra de' numeri.

Nell'ottauo poi parla de' numeri proportionali: de' numeri piani, quadrati, cubi, solidi: de' piani simili: & de' solidi simili.

Nel nono de' piani simili, de' cubi, e solidi: & consequentemente de' numeri proportionali, ouero d'alla vnità, ouero semplicemente. Tratta de' numeri primi: de' numeri pari: de' dispari: de' parimente pari: de' parimente dispari: de' numeri parimente pari, & parimente dispari: & de' numeri perfetti.

Nel decimo si discorre delle grandezze commensurabili, & incommensurabili: delle rationali, & delle irrationali.

L'vndecimo, & il duodecimo, & quei, che restano appartengono alla Stereometria: cioè alla consideratione de' corpi solidi.

Nell'vndecimo si ragiona prima delle linee rette, per quanto però appartengono ò si riferiscono à corpi solidi: cioè quando siano in vn piano: quando diritte, ò perpendicolari al piano: quando equidistanti: & come da vn punto eleuato si facciano cadere perpendicolari sopra il piano. ragiona similmente de' piani: & poi de' angoli solidi & de' parallelepipedo solidi: & v'aggiugne alcune cose intorno a' prismi.

Nel duodecimo si parla delle piramidi: de' prismi: de' coni et de' cilindri, & alfine delle sfere.

Nel terzodecimo della costitutione delle cinque figure mondane, che corpi regolari si dicono: cioè del tetraedro, ouero piramide: dell'essaedro, ouero cubo: dell'ottaedro: del dodecaedro, & icosaedro: a chiarezza de' quali prepone alcune cose, che accadono alla linea partita colla ragione dell'estrema & meza proportionone: parla del pentametro equilatero: de' lati del l'essagono & del decagono: & parla ancora del triangolo equilatero.

Nel quartodecimo del paragone del dodecaedro & icosaedro descritti in vna stessa sfera.

Nel quintodecimo, & vltimo della iscrizione: delle cinque dette figure: & de' loro lati, & angoli.

