DE GLI ELEMENTI
DI EVCLIDE
LIBRO OTTAVO
CON I COMMENTARII
DI FEDERICO COMMANDINO DA VRBINO.

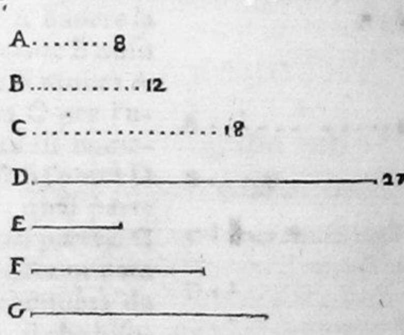
THEOREMA I. PROPOSITIONE I.

SE ſiano quanti numeri ſi vogliano continuatamẽte proportionali, gli eſtremi de quali ſiano primi fra loro; ſaranno minori di tutti quelli c'hanno la medeſima proportione.

Siano quanti numeri ſi vogliano continuatamẽte proportionali A B C D; gli eſtremi de quali A D ſiano primi fra loro. Dico A B C D eſſere minori di tutti quelli c'hanno la medeſima proportione, percioche ſe non è coſi, ſiano E F G H numeri minori delli A B C D, & nella medeſima proportione. Et perche A B C D ſono nella medeſima proportione, che E F G H, & la moltitudine di eſsi A B C D è vguale alla moltitudine delli E F G H, ſarà per l'vgual proportione, come A à D, coſi E ad H: & A D ſono primi fra loro, & i primi numeri, & minori di tutti miſurano vgualmente quelli, che hanno la medeſima proportione, l'antecedente l'antecedente, & il conſeguente il conſeguente. adunque A miſura E, il maggiore il minore, che è impoſsibile. non ſono dunque E F C H minori delli A B C D, eſſendo nella medeſima proportione, che eſsi. & però A B C D ſono minori di tutti quelli c'hanno la medeſima proportione. il che biſognaua dimoſtrare.

14.del ſettim.

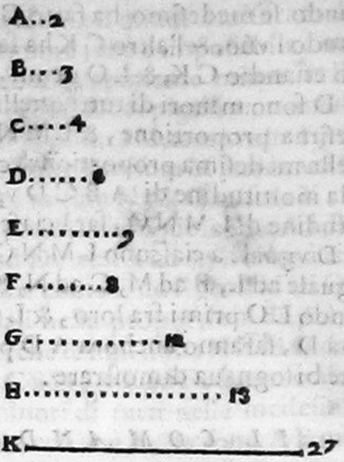
2.del ſettim.



PROBLEMA I. PROPOSITIONE II.

Trouare i numeri continuatamente proportionali minori di tutti, quanti ne ſiano propoſti nella data proportione.

Sia la proportione data ne numeri minori di tutti, quale ha il numero A al B. biſogna trouare i numeri continuatamente proportionali, quanti ne ſiano propoſti nella proportione di A a B. ſiano propoſti quattro, & A moltiplicando ſe ſteſſo faccia C, & moltiplicando B faccia D, & B moltiplicando ſe ſteſſo faccia E. oltre à ciò A moltiplicando i numeri C D E faccia F G H, & B moltiplicando E faccia K. perche dunque A moltiplicando ſe ſteſſo ha fatto C, & moltiplicando B ha fatto D, il numero A moltiplicando i due numeri A B ha fatto C D. onde come A à B, coſi C à D. ſimilmente perche A moltiplicando B ha fatto D, & B moltiplicando ſe ſteſſo ha fatto E, l'vno & l'altro di eſsi A B moltiplicando B hanno fatto l'vno & l'altro D E. come dunque A à B, coſi D ad E. ma come A à B, coſi C à D. onde & come C à D, coſi D ad E. & perche A moltiplicando C D ha fatto i numeri F G, come C à D, coſi ſarà F à G. ma come C à D, coſi era A à B. come dunque A a B, coſi F à G. Et perche A moltiplicando D E ha fatto G H, ſarà come D ad E, coſi G ad H. ma come D ad E, coſi A à B. adũque etiãdio come A a B, coſi G ad H. poi perche A B moltiplicando E fanno H K, ſarà come A a B, coſi H a K. Et ſi è dimoſtrato come A a B, coſi eſſere F a G, & G ad H. onde come F a G, coſi G ad H, & H a K. & percio li numeri C D E, & F G H K ſono proportionali nella proportione di A a B. Dico anchor eſſere minori di tutti. perche A B ſono minori di tutti quelli, c'hanno la medeſima proportione, & i minori ſono anchor primi fra loro; ſaranno A B fra loro primi. & l'vno & l'altro di eſsi A B moltiplicando ſe ſteſſo ha fatto l'vno & l'altro C E, & moltiplicando l'vno & l'altro C E ha fatto FK. adunque C E, & F K ſono primi fra loro. ma ſe ſiano quanti numeri ſi vogliano continuatamente proportionali, gli eſtremi de quali ſiano primi fra loro, ſaranno minori di tutti quelli, c'hanno la medeſima proportione. adunque C D E & F G H K ſono minori di tutti quelli, c'hanno la medeſima proportione, che A B. il che biſognaua fare.



17.del ſettimo

18.del ſettimo

18 del ſettimo

23 del ſettimo

29 del ſettimo

per l'antecedente.

COROLLARIO.

Da queſto è chiaro, ſe tre numeri continuatamente proportionali ſiano minori di tutti quelli, c'hanno la medeſima proportione, che eſsi, i loro eſtremi eſſer quadrati, & ſe quattro, eſſer cubi.

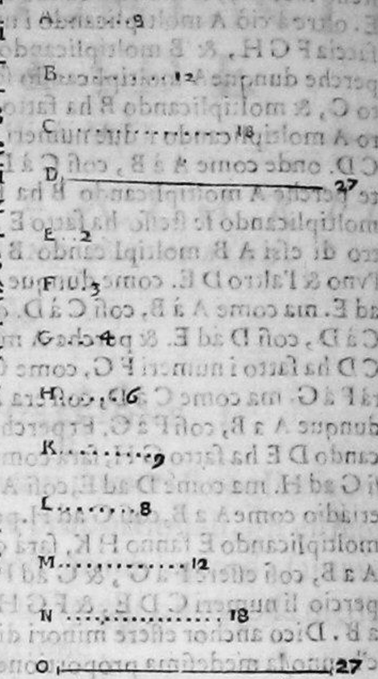
THEOREMA II. PROPOSITIONE III.

Se quanti numeri ſi vogliano continuatamente proportionali ſiano minori di tutti quelli c'hanno la medeſima proportione, gli eſtremi ſaranno primi fra loro.

Siano quanti ſi vogliano numeri continuatamente proportionali A B C D, minori di tutti quelli, c'hanno la medeſima proportione che eſsi. Dico gli eſtremi A D eſſer primi fra loro. piglinſi due numeri minori nella proportione di A B C D & ſiano E F. & piglinſi tre G H K & ſempre continuatamente vno di piu fin tanto, che la moltitudine preſa ſia vguale alla moltitudine di A B C D. piglinſi, &

✠ per l'antecedente.

29. del ſettimo ſiano L M N O. adunque gli eſtremi di eſſi L O ſono primi fra loro, percioche eſſendo E F numeri primi, & l'uno & l'altro di eſsi moltiplicando ſe medeſimo ha fatto G K, & moltiplicando l'vno, & l'altro G K ha fatto L O, ſaranno etiandio G K, & L O primi. Et perche A B C D ſono minori di tutti quelli, c'hanno la medeſima proportione, & L M N O ſono minori nella medeſima proportione, che A B C D: & è la moltitudine di A B C D vguale alla moltitudine di L M N O, ſarà ciaſcuno di eſsi A B C D vguale a ciaſcuno L M N O. adunque A è vguale ad L, B ad M, C ad N, & D ad O. & eſſendo L O primi fra loro, & L vguale ad A, & O à D, ſaranno anchora A D primi fra loro. il che biſognaua dimoſtrare.



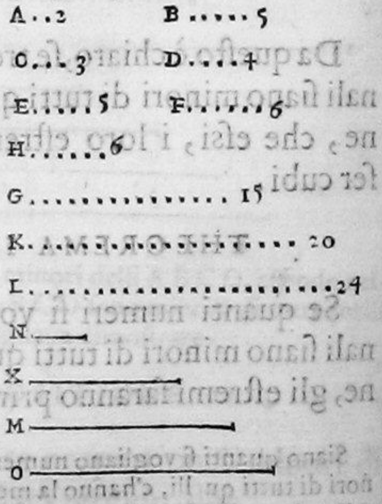
IL COMANDINO.

✻ Piglinſi due numeri minori nella proportione di A B C D] *per quello, che noi habbiamo aggiunto alla 35 del ſettimo.*

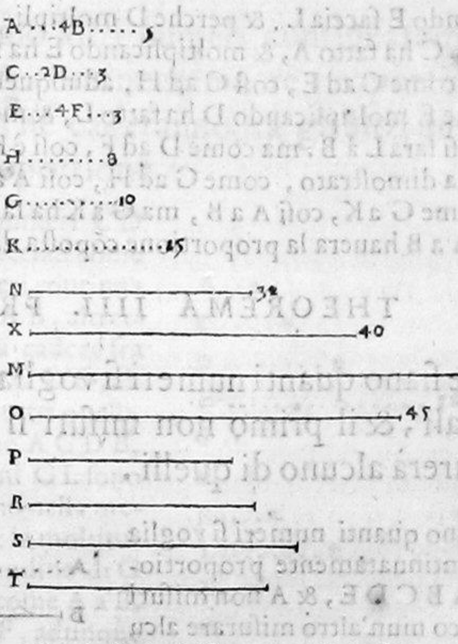
PROBLEMA II.
PROPOSITIONE IIII.

Date quante ſi vogliano proportioni ne numeri minori di tutti, trouare i numeri continuatamente minori nelle date proportioni.

Siano le proportioni date ne numeri minori, cioè la proportione di A a B, & la proportione di C à D, & di E ad F. biſogna trouare i numeri continuatamente minori nelle proportioni di A à B, & C ad D, & E ad F. pigliſi 36. del ſettimo vn numero minore miſurato da B C, & ſia G: & quante volte B miſura G, tante uolte A miſuri H: & quante volte C miſura G, tante volte D miſuri K. onde E ò miſura K ò no. miſurilo prima. & quante volte E miſura K, tante volte F miſuri L. Et perche A vgualmente 17. del ſettimo miſura H, & B miſura G, ſarà come A a B, coſi H a G per la medeſima ragione come C a D, coſi G a K: & anchora come E ad F, coſi K ad L. adunque H G K L ſono continuatamēte proportionali nella proportione di A a B. & nella proportione di C a D, & anchor nella proportione di E ad F. Dico eſſere parimente minori. perche ſe H G K L non ſono continuatamente minori nelle proportioni di A a B, C a D, & E ad F, ſaranno alcuni numero minori di H G K L continuatamente minori nelle medeſime proportioni. Siano N X M O. & perche come A a B, coſi



N ad X, & ſono A B minori di tutti, & li minori miſurano vgualmente quelli,
c'hanno la medeſima proportione, il maggiore il maggiore, & il minore il minore, 21 del ſettimo
cioè l'antecedente l'antecedente, & il conſeguente il cōſeguente : il numero
B miſurera X. per la medeſima ragione anchor C miſurerà X. onde B C lo miſurano, A
& però il minore miſurato da B C miſurerà X. ma il minore miſurato da 37. del ſettimo
B C è G. adunque G miſurerà X, il maggiore il minore, che è impoſsibile. onde
non ſaranno alcuni numeri minori di H G K L continuatamente minori nella
proportione di A à B, C à D, & E ad F. ma E non miſuri K: & pigliſi vn numero 36. del ſettimo
minore miſurato da E K, che ſia M: & quante volte K miſura M, tante volte l'uno
& l'altro H G miſuri l'uno & l'altro N X: & quante volte E miſura M, tante volte
etiandio F miſuri O. perche dunque H vgualmente miſura N, & G miſura X, ſara 17. del ſettimo
come A à G, coſi N ad X. & come H à G, coſi A à B. adunque come A à B,
coſi N ad X. & per la medeſima ragione come C ad D, coſi X ad M. oltre à ciò
perche E vgualmente miſura M, & F miſura O, ſara come E ad F, coſi M ad O.
onde N X M O ſono continuatamente proportionali nelle proportioni di A à B
C à D, & E ad F. Dico che ſono anche minori. perche ſe non ſiano N X M O continuatamente
minori nelle proportioni di A à B, C à D, & E ad F, ſaranno alcuni
numeri minori di N X M O continuatamente minori di tutti nelle medeſime
proportioni. ſiano P R S T. & perche come P ad R, coſi A à B, & ſono A B minori
di tutti, & li minori miſurano vgualmente quelli c'hanno la medeſima proportione, 21. del ſettimo
l'antecedente l'antecedente, & il conſeguente il conſeguente: il numero B miſurerà il
numero R. per la medeſima ragione anchor C lo miſurerà. adunque B
B C miſurano R. & però il 37. del ſettimo
minor miſurato da B C miſurerà
eſſo R. & il minore miſurato da
B C è G. adunque G miſura R, &
è come G ad R, coſi K ad S. onde C
anchor K miſura S. & E parimente
lo miſura. & però E K miſurano
S. adunque il minore miſurato da
E K miſurerà S. ma il minore miſurato
da E K è M. adunque M miſurerà
S, il maggiote il minore
che è impoſsibile. il perche non ſaranno
numeri minori di N X M O
continuatamēte minori nelle proportioni
di A à B, C ad D, & E ad
F: & però N X M O ſono continuatamente
minori nelle medeſime proportioni. il che biſognaua dimoſtrare.



IL COMMANDINO.

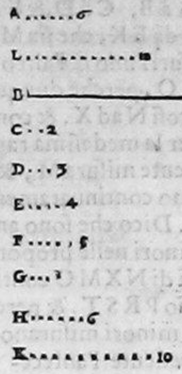
Per la medeſima ragione anchor C miſurera X] *Perche come C à D coſi è X ad M, & C D ſono minori di tutti, & li minori miſurano vgualmente quelli c'hanno la medeſima propoſitione : Il numero C miſurera X.* A

Per la medeſima ragione anchor C lo miſurerà] *Perche come C à D, coſi è R ad S; & ſono C D minori di tutti. adunque per la cagione già detta, C miſurerà R.* B

Et è come G ad R, coſi K ad S] *perche è come G à K, coſi R ad S, onde permutandoſi come G ad R, coſi K ad S.* C

THEOREMA III. PROPOSITIONE V.

I numeri piani hanno fra loro la proportione compoſta da i lati.



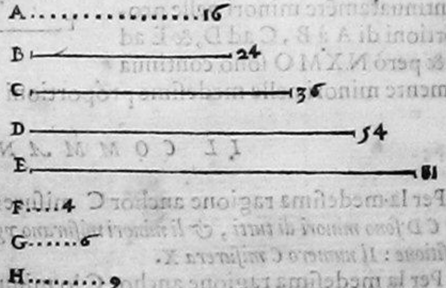
Siano i numeri piani A B, & i lati di A ſiano i numeri C D, & i lati di B ſiano E F. Dico A à B hauere la proportione compoſta da i lati. percioche date le proportioni, cioè quella che ha C ad E, & D ad F. piglinſi li numeri continuatamente minori G H K, nelle proportioni di C ad E, & D ad F: & ſia come C à E, coſi G ad H, & come D ad F, coſi H à K. adunque G H K hanno fra loro la proportione de i lati. ma la proportione di G à K è compoſta della proportione di G ad H, & della proportione di H à K. onde G à K ha la proportione compoſta da i lati. Dico dunque come A à B, coſi eſſere G à K. il numero D moltiplicando E faccia L, & perche D moltiplicando C ha fatto A, & moltiplicando E ha fatto L; ſarà come C ad E, coſi A ad L. & come C ad E, coſi G ad H. adunque come G ad H, coſi A ad L. oltre à cio perche E moltiplicando D ha fatto L, & moltiplicando F ha fatto B, come D ad F. coſi ſarà L à B. ma come D ad F, coſi è H a K. onde come H a K, coſi L a B. & ſi è gia dimoſtrato, come G ad H, coſi A ad L. adunque per l'ugual proportione come G a K, coſi A a B, ma G a K ha la proportione compoſta da i lati. adunque A a B hauera la proportione cõpoſta da i lati. il che biſognaua dimoſtrare.

per l'antecedente.

17. del ſettimo

THEOREMA IIII. PROPOSITIONE VI.

Se ſiano quanti numeri ſi vogliano continuatamente proportionali, & il primo non miſuri il ſecondo, niun altro numero miſurerà alcuno di quelli.



Siano quanti numeri ſi vogliano continuatamente proportionali A B C D E, & A non miſuri B. Dico niun'altro miſurare alcuno di quelli. è chiaro che li numeri A B C D E continuatamente non ſi miſurano, conciosiacoſa che A non miſuri B. Dico che ne anche miſura alcun'altro. & Dico che A non miſura C. perche quanti ſono A B C. tanti numeri ſiano preſi, quali habbiano la medeſima proportione che A B C, & ſiano F G H. perche dunque F G H ſono nella medeſima proportione, che A B C, & la moltitudine di A B C è vguale alla moltitudine di F G H, ſara per l'ugual proportione, come A a C, coſi F ad H. & perche como A a B, coſi è F a G; & A non miſura B, ne anche F miſurera G. adunque F non è l'unita; perche

l'unita miſura ciaſcun numero, & F H ſono primi fra loro. onde F altresì non mi 3. di queſto.
ſura H. & è come F ad H, coſi A à C. adunque ne anchora A miſurerà C. dimo
ſtreremo ſimilmente che non miſura alcun'altro. il che biſognaua dimoſtrare.

THEOREMA V. PROPOSITIONE VII.

Se ſiano quanti numeri ſi vogliano continuatamente proportionali, & il primo miſuri l'ultimo, miſurerà anchor il ſecondo.

Siano quanti numeri ſi vogliano continuatamente proportionali A B C D: & A miſuri D. Dico che A miſurera anche B. percioche ſe A non miſura B, niuno miſurera alcun'altro, che è inconueniente, ponendoſi che A miſuri D. & A miſura D. adunque A miſurera anche B. il che biſognaua dimoſtrare.

A..2
B....4
C........8
D.................16

THEOREMA VI. PROPOSITIONE VIII.

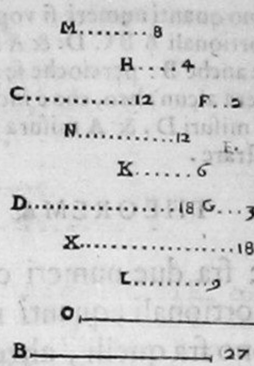
Se fra due numeri caggiano altri numeri continuatamente proportionali, quanti numeri continuatamente proportionali cadono fra quelli, altrettanti ne caderanno fra gli altri numeri che habbiano la medeſima proportione.

Fra due numeri A B caggiano i numeri C D
continuatamente proportionali, & facciaſi come
A a B, coſi E ad F. Dico quanti numeri continua
tamente proportionali cadono fra li A B, altrettanti 35.del ſettimo.
continuatamente proportionali cadere fra
E F. percioche quanti numeri ſono A C D B, altrettanti
numeri ſi piglino minori di tutti quelli,
c'hanno la medeſima proportione, che A C D B,
& ſiano G H K L. adunque gli eſtremi G L ſono 3. di queſto.
primi fra loro. & perche A C D B ſono nella medeſima
proportione, che G H K L, & la moltitudine
di A C D B è vguale alla moltitudine di G
H K L, ſara per l'ugual proportione come A a B, 14.del ſettimo
coſi G ad L. & come A a B, coſi E ad F. adunque
come G ad L, coſi E ad F. & G L ſono primi fra 23.del ſettimo
loro. ma li primi ſono anchor minori di tutti, & 21. del ſettimo
li minori miſurano vgualmente quelli, c'hanno
la medeſima proportione, il maggiore il maggiore,
& il minore il minore. adunque vgualmente G miſura E, & L miſura F. &
quante volte G miſura E, tante volte amendue HK miſurino amendue MN. adunque
i numeri G H K L miſurano vgualmente i numeri E M N F, & percio GHKL 18.del ſettimo
ſono nella medeſima proportione che E M N F. ma G H K L ſono ſimilmente nel
la medeſima proportione, che A C D B. adunque A C D B ſaranno nella medeſima
proportione, che E M N F. ma A C D B ſono continuatamente proportionali.
adunque etiandio E M N F ſaranno continuatamente proportionali. il per
che quanti numeri continuatamente proportionali cadono fra li A B, altrettanti
continuatamente proportionali caderāno fra li EF. il che biſognaua dimoſtrare.

A..2
C....4
D........8
B.................16
G.1
H..2
K....4
L........8
E...3
M......6
N............12
F........................24

THEOREMA VII. PROPOSITIONE IX.

Se due numeri ſiano primi, & fra loro caggiano numeri continuatamente proportionali, quanti numeri continuatamente proportionali cadono fra loro; altrettanti ne caderanno fra ciaſcuno di eſsi & l'unità.



Siano due numeri primi A B, & fra loro caggiano C D continuatamente proportionali, & propongaſi l'vnita E. Dico quanti numeri continuatamente proportionali cadono fra li A B, altrettanti numeri continuatamente proportionali cadere fra l'uno & l'altro di eſsi A B, & l'vnità E.
A piglinſi due numeri minori di tutti F G nella medeſima proportione, che A C D B. &
2. di queſto. piglinſi tre H K L, & ſempre continuatamente vno di piu ſin tanto, che ſi faccia la loro moltitudine vguale alla moltitudine di A C D B. piglinſi dunque, & ſiano M N X O. onde è manifeſto, che F moltiplicando ſe ſteſſo ha fatto H, & moltiplicando H ha fatto M: & G moltiplicando ſe ſteſſo ha fatto L, & moltiplicando L ha fatto O. & perche M N X O ſono minori di tutti quelli, c'hanno la medeſima proportione, che F G, & A C D B altresì ſono minori di quelli, c'hanno la medeſima proportione, che F G; & è la moltitudine di M N X O vguale alla moltitudine di A C D B: ſarà ciaſcuno di eſsi M N X O vguale à ciaſcuno di A C D B. adunque M è vguale ad A, & O vguale à B. & perche F moltiplicando ſe ſteſſo ha fatto H, F miſura H
1.com.not. per l'unita che ſono in F: & l'unita E miſura il numero F per l'unita che ſono in eſſo.
6.com.not. adunque vgualmente l'vnita E miſura il numero F, & F miſura H. onde come
cō.& 20. diff. l'vnita E al numero F, coſi è F ad H. ſimilmente perche F moltiplicando H ha fatto M; H miſura M per l'unita che ſono in F: & l'unita E miſura F per l'unita che ſono in eſſo. adunque vgualmente l'vnita E miſura F, & H miſura M. & perciò
com. 20. diff. come l'vnita E al numero F, coſi H ad M. & ſi è dimoſtrato come l'unita E al numero F, coſi eſſere F ad H. onde come l'unita E al numero F, coſi F ad H, & H ad M. ma M è vguale ad A. adunque come l'unita E al numero F, coſi F ad H, &
B H ad A. & per la medeſima ragione come l'unita E al numero G, coſi G ad L, & L à B. la onde quanti numeri continuatamente proportionali cadono fra li A B, altrettanti continuatamente proportionali caderanno fra l'uno & l'altro di eſsi A B, & l'vnita E. il che biſognaua dimoſtrare.

IL COMMANDINO.

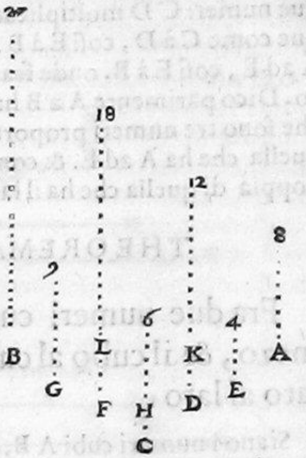
A Piglinſi due numeri minori di tutti F G nella medeſima proportione, che A C D B] *per lo problema poſto da noi alla 35 del ſettimo.*

B Et per la medeſima ragione come l'unita E al numero G coſi G ad L, & L à B] *perche G moltiplicando ſe ſteſſo ha fatto L, il numero G miſura L per l'unita, che ſono in G, & l'vnita E miſura G per l'vnita che ſono in eſſo. adunque vgualmente l'vnita E miſura il numero G, & G miſura L. onde come l'unita E al numero G, coſi è G ad L. oltre à ciò perche G moltiplicando L ha fatto O, il numero L miſura O per l'vnita che ſono in G. ma l'unita E miſura G per l'unita che ſono in eſſo. vgualmente dunque l'vnita E miſura G & L miſura O.*

& pero come l'vnita E à G, coſi L ad O. ma come l'vnita E à G, coſi era G ad L. adunque come l'unita E à G, coſi G ad L, & L ad O, cioè à B, che è vguale ad O. il che biſognaua dimoſtrare.

THEOREMA VIII. PROPOSITIONE X.

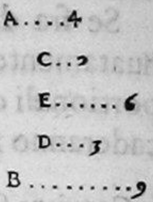
Se fra due numeri & l'unita caggiano altri numeri continuatamente proportionali, quanti numeri continuatamente proportionali cadono fra ciaſcuno di loro, & l'unita, altrettanti ne caderanno fra detti numeri.



Caggiano fra due numeri A B & l'unita C
numeri continuatamente proportionali D E,
& F G. Dico che quanti numeri continuatamente
proportionali cadono fra l'uno & l'altro di eſſi
A B & l'unita C, altrettanti caderanno fra li
numeri A B continuatamente proportionali. il
numero D moltiplicando F faccia H, & amendue
D F moltiplicando H facciano amendue
K L. & perche è come l'unita C al numero D,
coſi D ad E, vgualmente l'unita C miſurerà il 20.diff.
numero D, & D miſurerà E. ma l'unita C miſura 6. com. not.
il numero D per l'unita, che ſono in eſſo. adunque
anchora il numero D miſura E per l'unita
che ſono in D. & pero il numero D moltiplicando
ſe ſteſſo ha fatto E. ſimilmente perche 9. com not.
come l'unita C al numero D, coſi è il numero E
ad A, vgualmente l'unita C miſura il numero 20.diff.
D, & E miſura A. ma l'nita C miſura il numero
D per l'unita, che ſono in D. onde etiandio E miſurerà A per l'unita che ſono
in D: & pero D moltiplicando E ha fatto A. per la medeſima ragione F moltiplicando 9.com.not.
ſe ſteſſo ha fatto G, & moltiplicando G ha fatto B. & perche D moltiplicando
ſe ſteſſo ha fatto E, & moltiplicando F ha fatto H, ſarà come D ad F, coſi 17.del ſettimo
E ad H. & per la medeſima cagione come D ad F, coſi H à G. adunque come E
ad H, coſi H à G. oltre à ciò perche D moltiplicando amendue E H ha fatto amendue
A K, ſarà come E ad H, coſi A à K. ma come E ad H, coſi D ad F. come
dunque D ad F, coſi A à K. & perche amendue D F moltiplicando H hanno fatto 17.del ſettimo
amendue K L, come D ad F, coſi è K ad L. ma come D ad F, coſi era A à K. 18. del ſettimo
adunque come A à K, coſi K ad L. & perche F moltiplicando amendue H G ha
fatto amendue L B, ſarà come H a G, coſi L à B. ma come H à G, coſi D ad F. 17.del ſettimo
adunque come D ad F, coſi L à B. & ſi è dimoſtrato come D ad F, coſi A à K &
K ad L, & L à B. onde i numeri A K L B ſono continuatamente proportionali.
adunque quanti numeri continuatamente proportionali cadono fra l'uno & l'altro
di eſsi A B, & l'unita C, altrettanti continuatamente proportionali caderanno
fra li numeri A B. il che biſognaua dimoſtrare.

THEOREMA IX. PROPOSITIONE XI.

Fra due numeri quadrati cade vn numero proporrionale di mezo; & il qua drato al quadrato ha proportion doppia di quella, che ha il lato al lato.



Siano i numeri quadrati A B, & C ſia il lato di A, & il lato di B ſia D. Dico che fra li A B cade vn numero proportionale di mezo; & A à B ha proportion doppia di quella che ha C à D. il numero C moltiplicando D faccia E. & perche il numero A è quadrato, il cui lato C, il numero C moltiplicando ſe ſteſſo ha fatto A. & per la medeſima ragione D moltiplicando ſe ſteſſo ha fatto B. Perche dũque C moltiplicando amendue C D ha fatto amendue A E, come C à D, coſi ſarà A ad E. oltre à ciò perche C moltiplicando D ha fatto E, & D moltiplicando ſe ſteſſo ha fatto B, li due numeri C D moltiplicando vn medeſimo numero D hanno fatto E B. è dunque come C à D, coſi E à B. ma come C à D, coſi era A ad E. adunque & come A ad E, coſi E à B. onde fra li numeri A B cade vn numero proportionale di mezo. Dico parimente A a B hauer proportione doppia di quella, che ha C a D; perche ſono tre numeri proportionali A E B, hauerà A a B doppia proportione di quella che ha A ad E. & come A ad E, coſi C a D. adunque A a B ha proportion doppia di quella che ha il lato C al lato D. il che biſognaua dimoſtrare.

18. diff.

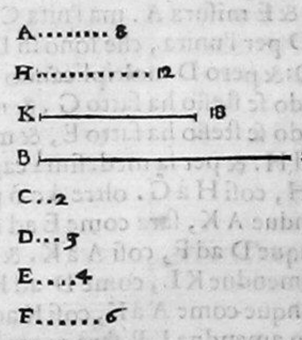
17. del ſettimo

18. del ſettimo

23. diff. del 7.

THEOREMA X. PROPOSITIONE XII.

Fra due numeri cubi cadono due numeri proportionali di mezo, & il cubo al cubo ha proportion tripla di quella c'ha il lato al lato.



Siano i numeri cubi A B, & ſia C il lato di A. & D il lato di B. Dico che fra li A B cadono due numeri proportionali di mezo, & il numero A a B ha proportion tripla di quella, che ha C à D. Il numero C moltiplicando ſe ſteſſo faccia E, & moltiplicando D faccia F, & D moltiplicando ſe ſteſſo faccia G; & amendue C D moltiplicando F facciano amendue H K. perche dunque A è cubo, & C è il ſuo lato, il numero C moltiplicando ſe ſteſſo ha fatto E, & moltiplicando E ha fatto A, & parimente D moltiplicando ſe ſteſſo ha fatto G, & moltiplicando G ha fatto B. Et perche C moltiplicando amendue C D ha fatto amendue E F, come C a D, coſi E ad F. & per la medeſima ragione come C a D, coſi F a G. ſimilmente perche C moltiplicando amendue E F ha fatto A H, ſara come E ad F, coſi A ad H. ma come E ad F, coſi C a D. come dunque C a D, coſi A ad H. oltre a cio perche amendue C D moltiplicando F hanno fatto H K, come C a D, coſi ſara H a K. & perche D moltiplicando F G ha fatto K B, ſara come F a G, coſi K a B. & come F a G, coſi C a D. onde come C a D, coſi K a B. & ſi è dimoſtrato, come C a D, coſi eſſere A ad H, & H a K. come dunque A ad H, coſi H a K, & K a B: & pero fra li A B. cadono due numeri proportionali di mezo H K. Dico anchora A a B hauere proportione tripla di quella, che ha C a D. perche A H K B ſono quat-

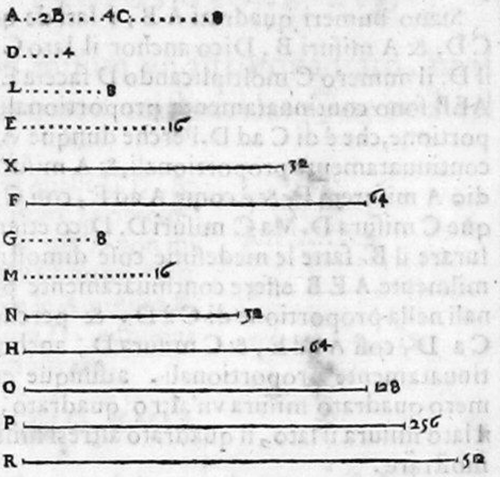
17. del ſettimo

18. del ſettimo

tro numeri proportionali, hauerà A a B tripla proportione di quella che ha A ad H. 23. diff. del 7. & come A ad H, coſi C a D. adunque A a B ha tripla proportione di quella che ha C a D. il che biſognaua dimoſtrare.

THEOREMA XI. PROPOSITIONE XIII.

Se ſiano quanti numeri ſi vogliano continuamente proportionali, & ciaſcuno di loro moltiplicando ſe ſteſſo produca altri numeri, li prodotti ſaranno proportionali. & ſe li numeri poſti da principio moltiplicando li prodotti ne facciano de gli altri, anchor quelli ſaranno proportionali: & ſempre queſto auuiene intorno à gli eſtremi.



Siano quanti numeri proportionali ſi vogliano A B C. & ſia come A a B, coſi B a C. & A B C moltiplicando ſe ſteſsi facciano D E F, & moltiplicando D E F facciano G H K. Dico li numeri DEF, & GHK eſſere continuatamente proportionali. il numero A moltiplicando B faccia L. & amendue A B moltiplicando L facciano amendue M N. oltre à cio B moltiplicando C faccia X, & amendue BC moltiplicando X facciano amendue O P. Dimoſtreremo, come di ſopra DLE, A & G M N H eſſere continuatamente proportionali nella proportione di A a B, & parimente E X F, & H O P K B eſſere continuatamente proportionali nella proportione di B a C. & è come A a B, coſi B a C. adunque etiandio D L E ſono nella medeſima proportione, che EXF. & ſono G M N H nella medeſima proportione, che H O P K. & è la moltitudine di DLE vguale alla moltitudine di E X F, & la moltitudine di G M N H vguale alla moltitudine di A O P K. adunque per l'vgual proportione, come D ad E, coſi E ad F. 14 del ſettimo & come G ad H, coſi H a K. il che biſognaua dimoſtrare.

IL COMMANDINO.

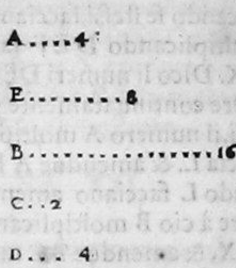
A Dimoſtreremo, come di ſopra, D L E, & G M N H eſſere continuatamente proportionali nella proportione di A a B] *Perche A moltiplicando due numeri A B ha fatto D L, ſara come A a B, coſi D ad L.* 17.del ſettimo *ſimilmente perche B moltiplicando due numeri A B ha fatto L E, come A a B, coſi ſara L ad E. ma come A a B, coſi è D ad L. adunque come A a B, coſi è anchora D ad L, & L ad E. onde ſeguita D L E eſſere continuatamente proportionali nella medeſima proportione, che è di A a B. & perche A moltiplicando due numeri D L ha fatto G M, ſara come D ad L, cioè come A a B, coſi G ad M.* 17 del ſettimo *Poi perche due numeri A B moltiplicando L hanno fatto M N, come A a B, coſi ſara M ad N. oltre a queſto perche il numero B moltiplicando due L E fa N H, ſara come L ad E, cioè come A a B, coſi N ad H.* 18.del ſettimo *ma come A a B, coſi era G ad M, & M ad N. adunque come G ad M, coſi M ad N, & N ad H.*

onde G M N H ſono continuatamente proportionali nella medeſima proportione, che è di A a B.

B Et parimente EXF, & HOPK eſſere continuátamente proportionali nella proportione di B à C] *Dimoſtreremo queſto nel medeſimo modo che di ſopra. perche il numero B moltiplicando due numeri B C ha fatto E X, & il numero C moltiplicando due numeri B C ha fatto X F, ſara come B a C, coſi E ad X, & X ad F. oltre a cio il B moltiplicando due numeri EX ha fatto HO, & due numeri BC moltiplicando X hanno fatto OP, & C moltiplicando due numeri X F ha fatto P K. onde come E ad X, cioè come C a B, coſi H ad O. Poi come C a B, coſi O a P, & come X ad F, cioè come B a C, coſi P a K. adunque come B a C, coſi H ad O, O a P, & P a K. dalle qual coſe è chiaro che EXF, & H O P K ſono continuamente proportionali nella proportione di B a C.*

THEOREMA XII. PROPOSITIONE XIIII.

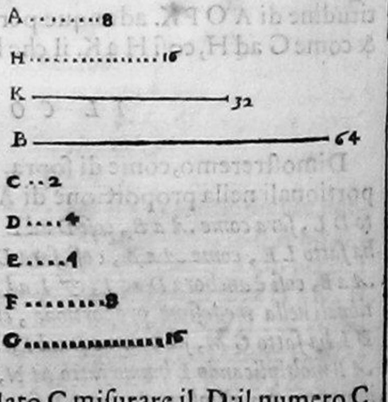
Se vn numero quadrato miſura vn'altro quadrato, il lato anchora miſurerà il lato, & ſe il lato miſura il lato, il quadrato altresì miſurerà il quadrato.



Siano numeri quadrati A B, i lati de quali ſiano
CD, & A miſuri B. Dico anchor il lato C miſurare
il D. il numero C moltiplicando D faccia E. adunque
per le coſe dimoſtrate nella 2. di queſto. AEB ſono continuatamente proportionali nella pro
portione, che è di C ad D. Perche dunque A E B ſono
continuatamente proportionali, & A miſura B, etian
7. di queſto. dio A miſurerà E, & è come A ad E, coſi C a D. adun
que C miſura D. Ma C miſuri D. Dico etiandio A mi
ſurare il B. fatte le medeſime coſe dimoſtreremo ſi
milmente A E B eſſere continuatamente proportio
nali nella proportione di C à D. & perche è come
C a D, coſi A ad E, & C miſura D, anchor A miſurerà E. & ſono A E B con
tinuatamente proportionali. adunque etiandio A miſura B. però ſe vn nu
* mero quadrato miſura vn'altro quadrato, il lato anchora miſurerà il lato; & ſe
il lato miſura il lato, il quadrato altresì miſurerà il quadrato. il che biſognaua di
moſtrare.

IL COMMANDINO.

* Adunque etiandio A miſura B] *perche A E B ſono continuatamente proportionali, & A miſura E, anchor E miſurera B. onde è neceſſario che A miſuri B per la 12 commune notitia.* 20. diff.



THEOREMA XIII. PROPOSITIONE XV.

Se vn numero cubo miſura vn'altro cubo, il lato anchora miſurerà il lato, & ſe il lato miſura il lato, il cubo etiandio miſurerà il cubo.

Il numero cubo A miſuri il numero cubo B, & di A ſia il lato C, & di B il lato D. Dico il lato C miſurare il D. il numero C moltiplicando ſe ſteſſo faccia E, & moltiplicando D faccia F, & D moltiplicando

ſe ſteſſo faccia G, & amendue C D moltiplicando F facciano H K. è manifeſto A
E F G & A H K B eſſere continuatamente proportionali nella proportione, che
è di C à D. & perche A H K B ſono continuatamente proportionali, & A miſu-
ra B; miſurera etiandio H: & è come A ad H, coſi C à D. adunque C miſurerà 7. di queſto.
D. Ma C miſuri D. Dico A miſurare il B. hauendo fatto le medeſime coſe di-
moſtreremo altresì A H K B eſſere continuatamente proportionali nella pro-
portione di C à D. & perche C miſura D, & è come C à D, coſi A ad H; & A
miſura H. onde miſurerà anchor eſſo B. B

IL COMANDINO.

E manifeſto E F G & A H K B eſſere continuatamente proportionali nella pro A
portione che è di C à D] *Queſto ſimilmente dimoſtreremo, come nella 13.*

Et A miſura H, onde miſurerà anchor eſſo B] *perche come A ad H, coſi è H a K,* B
& A miſura H, miſurera H eſſo K. onde anchor A lo miſurera. oltre a cio perche come A 20.diff.
ad H, coſi è K a B, etiandio K miſurera B. adunque è neceſſario che A miſuri eſſo B. 12. com.not.

THEOREMA XIIII. PROPOSITIONE XVI.

Se vn numero quadrato non miſura vn'altro quadrato, ne il lato miſurerà il lato: & ſe il lato non miſura il lato, ne anche il quadrato miſurerà il quadrato.

Siano numeri quadrati A B, i lati de quelli C D, & A non miſuri B. Dico ne anche C miſurare D. percioche ſe C miſuri D, anchor A miſurerà B. ma A non miſura B. adunque ne C miſurerà D. Ma C non miſuri D. Dico ne anche A miſurare B. perche ſe A miſura B, anchor C miſurerà D. ma C non miſura D. adunque ne A miſurerà B. il che biſognaua dimoſtrare. 14. di queſto.

A........9

B................16

C..3

D....4

THEOREMA XV. PROPOSITIO. XVII.

Se vn numero cubo non miſura vn'altro cubo, ne il lato miſurerà il lato: & ſe il lato non miſura il lato, ne il cubo miſurerà il cubo.

Il numero cubo A non miſuri il cubo B, & C ſia il lato di A, & D il lato di B. Dico che C non miſura D. perche ſe C miſura D, anchor A miſurerà B. ma A non miſura B. adunque C non miſurerà D. Ma C non miſuri D. Dico ne ancho A miſurare B. perche ſe A miſura B, etiandio C miſurerà D. ma C non miſura D. adunque ne A miſurerà B. il che biſognaua dimoſtrare.

A........8

B...........................27

C..2

D...3

THEOREMA XVI. PROPOSITIONE XVIII.

Fra due ſimili piani numeri cade vn numero proportionale di mezo: & il numero piano all'altro piano ha doppia proportione di quella, che ha il lato homologo al lato homologo.

Siano due numeri piani ſimili fra loro A B, & di 21. diff. del 7. A ſiano i lati C D, & di B i lati E F. & perche ſono piani ſimili quelli c'hanno i lati proportionali, ſarà come C à D, coſi E ad F. Dico che fra li A B cade vn numero proportionale di mezo. & A à B hà proportion doppia di quella, c'ha il lato homologo C al lato homologo E. ò uero D ad F. perche dũque è come C à D, coſi E ad F, permutandoſi ſarà come C ad E, coſi D ad F. & perche A è numero piano, li cui lati ſono C D, il numero D moltiplicando C ha fatto A. & per la medeſima ragione E moltiplicando F ha fatto B. ma il numero D moltiplicando E faccia G. & perche D moltiplicando C ha fatto A, 17. del ſettimo & moltiplicando E ha fatto G, ſarà come C ad E, coſi A à G. ma come C ad E. coſi D ad F. adunque come D ad F, coſi A à G. oltre à ciò perche E moltiplicando D ha fatto G, & moltiplicando F ha fatto B, ſarà come D ad F, coſi G à B, & ſi è dimoſtrato come D ad F, coſi A à G. adunque come A à G, coſi G à B. & perciò A G B ſono continuatamente proportionali; & fra A B cade vn proportionale di mezo. Dico anchor A à B hauer doppia proportione di quella, che ha il lato homologo al lato homologo, cioè C ad E, ò D ad F. & perche A G B ſono con 23. diff. del 7. tinuatamente proportionali, hauerà A à B doppia proportione di quella, che ha a G. & è come A a G, coſi C ad E, & D ad F. adunque anchor A a B ha doppia proportione di quella che ha C ad E; ò D ad F. il che biſognaua dimoſtrare.

A..... 6
G............12
B..........................24
C..2
D...3
E....4
F......6

THEOREMA XVII. PROPOSITIONE XIX.

Fra due ſolidi numeri ſimili cadono due proportionali di mezo: & il numero ſolido all'altro ſolido ha proportione tripla di quella, che ha il lato homologo al lato homologo.

Siano due numeri ſolidi ſimili A B, & C D E ſiano 21. diff. del 7. i lati di A, & di B ſiano i lati F G H. & perche ſono ſolidi ſimili quelli c'hanno i lati proportionali, ſarà come C à D, coſi F à G, & come D ad E, coſi G ad H. Dico fra A B cadere due proportionali di mezo, & A à B hauere tripla proportione di quella che ha C ad F, & D à G, & anchora D ad H. il numero C moltiplicando D faccia K; & F moltiplicando G faccia L. & perche C D ſono nella medeſima propor- 21. diff. del 7. per l'antecedente. tione che F G, & da C D ſi fa K, & da F G ſi fa L: ſaranno K L numeri primi ſimili. onde fra loro cade vn numero proportionale di mezo. ſia queſto M. adunque M ſi fa da D F, come nel precedente theore- 17 del ſettimo ma. adunque come K ad M coſi è M ad L. & perche D moltiplicando C ha fatto K, & moltiplicando F ha 17. del ſettimo fatto M. ſarà come C ad F, coſi K ad M. ma come K ad M, coſi M ad L. adunque K M L ſono continuatamente proportionali nella proportione di C ad F. & perche come C a D, coſi F a G, ſara permutandoſi come C ad F, coſi D a G. poi perche come D ad E, coſi G ad H, & permutandoſi ſara come D a G, coſi E ad H. il perche K M L ſono continuatamente proportionali nella proportione di C ad F, & D a G, & E ad H. ma amendue E H moltiplicando M facciano

A...... 8
N.............12
X..................18
B..........................27
C..2
D..2
E..2
F...3
G...3
H...3
K....4
M......6
L........9

amendue N X . & perche A è ſolido , & ſono i ſuoi lati C D E, il numero E moltiplicando quello , che ſi fa da C D ha fatto A , & quello che ſi fa da C D è K . adunque E moltiplicando K ha fatto A . per la medeſima ragione H moltiplicando L che ſi fa da F G , ha fatto B . & perche E moltiplicando K ha fatto A , & moltiplicando M ha fatto N , ſara come K ad M , coſi A ad N , & come K ad M , coſi C ad F , & D a G , & anchor E ad H . adunque come C ad F , & D a G , & E ad H , coſi A ad N . oltre a ciò , perche amendue E H moltiplicando M hanno fatto amendue N X , ſara come E ad H , coſi N ad X . ma come E ad H, coſi C ad F, & D a G. adunque è come C ad F , & D a G , & E ad H , coſi A ad N , & N ad X , ſimilmente perche H moltiplicando M ha fatto X , & moltiplicando L ha fatto B , ſara come M ad L , coſi X a B . ma come M ad L , coſi C ad F , & D a G , & E ad H. adunque come C ad F , & D a G , & E ad H , coſi non ſolo X a B , ma anchora A ad N , & N ad X . adunque A N X B ſono continuatamente proportionali nelle dette proportioni de lati . Dico anchor A a B hauere tripla proportione di quella che ha il lato homologo al lato homologo , cioè quella che ha il numero C ad F , ò uero D a G , & E ad H. percioche eſſendo quattro numeri proportionali A N X B, hauera A a B tripla proportione di quella, che ha A ad N. ma come A ad N, coſi ſi è dimoſtrato C ad F, D a G , & E ad H. adunque A a B ha tripla proportione di quella , che ha il lato homologo al lato homologo, cioè che ha C ad F , & D a G , & E ad H. il che biſognaua dimoſtrare.

A

B

23. diff.

IL COMMANDINO.

Et perche E moltiplicando K ha fatto A] *percioche K ſi fa da C D , & E moltiplicando quello , che ſi fa da C D ha fatto A .*

A

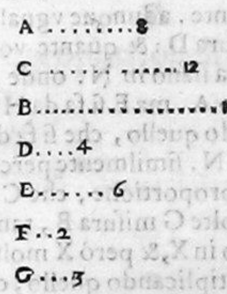
Similmente perche H moltiplicando M ha fatto X , & moltiplicando L ha fatto B] *percioche L ſi fa da F G , & H moltiplicando quello , che ſi fa da F G ha fatto B.*

B

THEOREMA XVIII. PROPOSITIONE XX.

Se fra due numeri caggia vn numero proportionale di mezo, i numeri ſaranno ſimili piani.

Fra due numeri A B caggia vn proportionale di mezo C . Dico i numeri A B eſſer piani ſimili. piglinſi numeri minori di tutti D E, quali habbiano la medeſima proportione, che A C B. è dunque come D ad E, coſi A à C, & come A à C , coſi C à B . adunque come D ad E coſi C à B . onde vgualmente D miſura A , & E miſura C . & quante uolte D miſura A , tante vnita ſiano in F , & pero F moltiplicando D ha fatto A , & moltiplicando E ha fatto C . onde A è numero piano, li cui lati ſono D F . oltre a ciò perche D E ſono numeri minori di tutti quelli, che hanno la medeſima proportione che C B , vgualmente D miſura C , & E miſura B . & quante volte E miſura B , tante vnita ſiano in G . adunque E miſura B per l'unita , che ſono in G , & pero G moltiplicando E ha fatto B , & B è numero piano, li cui lati ſono E G . adunque i numeri A B ſono piani . Dico etiandio eſſer ſimili . perche amendue F G moltiplicando E hanno fatto amendue C B , ſarà come F à G , coſi C à B . & come C à B , coſi D ad E . adunque come D ad E , coſi F à G : & per tal cagione A B ſono piani ſimili , eſſendo i lati loro proportionali. il che biſognaua dimoſtrare.



A

20. diſt.

9. com. not.

12. del ſettimo

10. com. not.

18. del ſettimo

B

IL COMMANDINO.

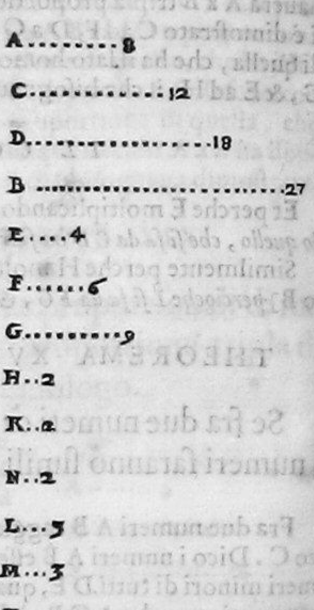
A Piglinſi numeri minori di tutti D E, quali habbiano la medeſima proportione, che A C B] *per quello che noi habbiamo aggiunto alla 35 del ſettimo*.

B Et pero A B ſono piani ſimili eſſendo i lati loro proportionali] *perche come D ad E, coſi è F à G, ſarà permutandoſi come D ad F, coſi E à G. & ſono D F lati di A, & E G lati di B. adunque i numeri piani A B hauendo i lati proportionali, ſaranno ſimili fra loro.*

THEOREMA XIX. PROPOSITIONE XXI.

Se fra due numeri caggiano due proportionali di mezo, i numeri ſaranno ſolidi ſimili.

Fra due numeri A B caggiano due proportionali
di mezo C D. Dico A B eſſer ſolidi ſimili.
A piglinſi tre numeri minori di tutti quelli,
c'hanno la medeſima proportione che ACDB:
3. di queſto. & ſiano E F G. adunque gli eſtremi E G ſono
primi fra loro. & perche fra E G è caduto vn
per l'antecedente: proportionale di mezo, ſaranno i numeri E G
ſimili piani. & ſiano di eſſo E i lati H K: & di G
B i lati L M. è dunque manifeſto per l'antecedente
i numeri E F G eſſere continuatamente proportionali,
nella proportione di H ad L, & nella
proportione di K ad M. & perche E F G ſono
minori di tutti quelli c'hanno la medeſima proportione,
che A C D; ſarà per l'ugual proportione
come E à G, coſi A à D. & ſono E G
23 del ſettimo 21.del ſettimo primi. ma li primi ſono anchor minori di tutti,
& li minori miſurano vgualmente quelli, c'hanno
la medeſima proportione, il maggiore il
maggiore, & il minore il minore, cioè l'antecedente
l'antecedente, & il conſeguente il conſeguente.
adunque vgualmente E miſura A, & G
miſura D: & quante volte E miſura A, tante
9.com. not. vnita ſiano in N. onde N moltiplicando E ha
fatto A. ma E ſi fa da H K, & pero N moltiplicando
quello, che ſi fa da H K, ha fatto A. il perche A è ſolido, li cui lati ſono
H K N. ſimilmente perche E F G ſono minori di tutti quelli, c'hanno la medeſima
proportione, che C D B; vgualmente E miſura C, & G miſura B. & quante
volte G miſura B, tante vnita ſiano in X. adunque G miſura B per l'unita che
ſono in X, & però X moltiplicando G ha fatto B. ma G ſi fa da L M. adunque X
moltiplicando quello, che ſi fa da L M, ha fatto B, & moltiplicando E ha fatto
C. onde B è ſolido, & i ſuoi lati ſono L M X. & pero A B ſono ſolidi. Dico eſſere
C anchora ſimili. perche N X moltiplicando E hanno fatto A C, come N ad X,
coſi ſarà A à C, cioè E ad F. ma come E ad F, coſi H ad L, & K ad M. adunque
come H ad L, coſi K ad M; & N ad X: & ſono H K N lati di A: & L M X lati di B.
adunque A B ſaranno ſolidi ſimili. il che biſognaua dimoſtrare.



IL COMMANDINO.

A Piglinſi tre numeri minori di tutti quelli, c'hanno la medeſima proportione che A C D B] *trouinſi prima due numeri minori di tutti, quali habbiano la medeſima proportione che ACDB per quello che habbiamo ſcritto alla trigeſima quinta del ſettimo. Poi per la ſeconda di queſto, trouinſi tre numeri minori di tutti, quali habbiano la medeſima proportione, ò vero piglinſi per la trigeſima quinta del ſettimo tre uumeri minori, quali habbiano la medeſima proportione, che A C D.*

B E dunque manifeſto per l'antecedente i numeri E F G eſſere continuatamente proportionali nella proportione di H ad L, & nella proportione di K ad M] *perche E G ſono piani ſimili, i lor lati hanno la medeſima proportione. adunque come H a K, coſi è L ad M: & permutandoſi come H ad L, coſi K ad M: & K moltiplicando L faccia F. onde perche K moltiplicando H ha fatto E, & moltiplicando L ha fatto F, come H ad L, coſi ſara E ad F.* 17. del ſettimo *ſimilmente perche L moltiplicando K ha fatto F, & moltiplicando M ha fatto G, come K ad M, coſi F a G. & ſi è dimoſtrato, come H ad L, coſi eſſere K ad M. adunque come E ad F, coſi F a G; & pero ò E F G ſono continuatamente proportionali nella proportione di H ad L, & nella proportione di K ad M.*

C Perche N X moltiplicando E hanno fatto A C, come N ad X, coſi ſarà A a C.] *Percioche vgualmente E miſura C, & G miſura B, come ſi è dimoſtrato: & quante volte G miſura B, tante vnita ſono in X. adunque X moltiplicando E ha fatto C.*

THEOREMA XX. PROPOSITIONE XXII.

Se ſiano tre numeri continuatamente proportionali, & il primo ſia quadrato, ſara quadrato anchora il terzo.

Siano tre numeri A B C continuatamente proportionali: & ſia il primo A quadrato. Dico etiandio il terzo C eſſer quadrato. Perche fra li A C cade vn numero proportionale di mezo B, ſaranno A C piani ſimili. 20. di queſto. ma A è quadrato. adunque anchor C ſarà quadrato. il che biſognaua dimoſtrare.

A . . . 4

B 6

C 9

THEOREMA XXI. PROPOSITIONE XXIII.

Se ſiano quattro numeri continuatamente proportionali, & il primo ſia cubo, ſarà etiandio cubo il quarto.

Siano quattro numeri continuatamente proportionali A B C D. & A ſia cubo. Dico che ſara cubo anchor D. Perche fra li A D cadono due numeri proportionali di mezo B C, ſaranno A D ſolidi ſimili, 21. di queſto. & A è cubo. adunque ſara cubo anchor D. il che biſognaua dimoſtrare.

A 8

B 12

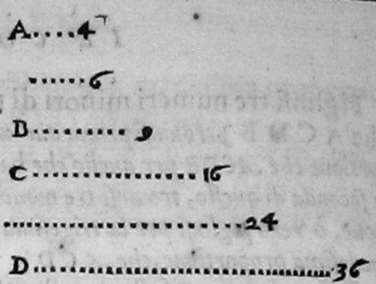
C 18

D 27

THEOREMA XXII. PROPOSITIONE XXIIII.

Se due numeri habbiano fra loro la proportione che ha il numero quadrato al numero quadrato, & il primo ſia quadrato, ſarà quadrato etiandio il ſecondo.

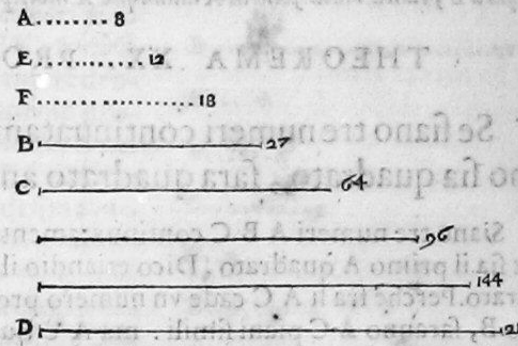
Due numeri AB habbiano fra loro la pro
portio ne che ha il numero quadrato C al
numero quadrato D. & A ſia quadrato. Di-
co eſſer quadrato anchora B. perche C D ſo
no numeri quadrati, ſaranno C D piani ſimi
18. di queſto. li: & pero fra loro cade un numero propor-
tionale di mezo: & è come C a D, coſi A a
.di queſto. B. onde anchor fra li AB cade vn proportio
21. di queſto. nale di mezo, & è quadrato A. adunque an-
chor B ſarà quadrato. il che biſognaua di-
moſtrare.



THEOREMA XXIII. PROPOSITIONE XXV.

Se due numeri fra loro habbiano la proportione che ha il numero cubo al numero cubo, & il primo ſia cubo; ſarà cubo anchora il ſecondo.

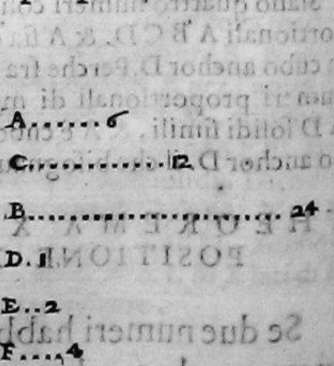
Due numeri A B habbiano fra
loro la proportione, che ha il nu-
mero cubo C al numero cubo D:
& ſia cubo A. Dico anchora B eſſer
cubo. Perche ſono cubi C D, ſaran
no C D ſolidi ſimili: & pero cado-
9·di queſto: no fra loro due numeri proportio
8.di queſto. nali di mezo: & quanti numeri
proportionali di mezo cadono fra
CD, altrettanti caderanno anchor
fra quelli che hanno la medeſima
proportione. adunque fra li A B
caderanno due numeri proportio
nali di mezo: caggiano E F. & per
che quattro numeri A E F B ſono
23 .di queſto: continuatamente proportionali, & A è cubo, ſarà cubo anchora B. il che biſogna
ua dimoſtrare.



THEOREMA XXIIII. PROPOSITIONE XXVI.

I numeri piani ſimili hanno fra loro la proportione, che ha il numero quadrato al numero quadrato.

Siano numeri piani ſimili A B. Dico A a B ha
ue re la proportione, che ha il numero quadrato
al numero quadrato. Perche A B ſono piani ſi-
18. di queſto: m ili, cade fra loro vn numero proportionale di
35. del ſettimo m ezo. caggia & ſia C. & piglinſi li numeri DEF
m inori di tutti quelli, che hanno la proportio-
Cor. della 2. di queſto. ne medeſima, che A B C. adunque gli eſtremi
loro D F ſono quadrati. & perche è come D ad
F, coſi A a B, & ſono D F quadrati; hauerà A
à B la proportione, che ha il numero quadrato
al numero quadrato. il che biſognaua dimo-
ſtrare.

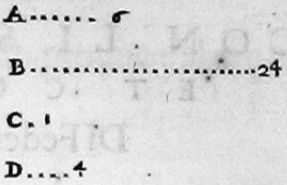


IL COMMANDINO.

Ma il conuerſo anchora di queſto è vero, qual dimoſtreremo in queſto modo.

I numeri piani c'hanno fra loro la proportione, che ha il numero quadrato al numero quadrato, ſono ſimili.

Siano i numeri piani A B, quali habbiano la proportione che ha il numero quadrato C al numero quadrato D. Dico queſti eſſere fra loro ſimili. Perche C D ſono quadrati, ſaranno piani ſimili. onde cade fra loro vn proportionale di mezo: & è come C a D, coſi A a B. adunque anchor fra li A B cade vn proportionale di mezo. & però i numeri A B ſono piani ſimili. il che biſognaua dimoſtrare.

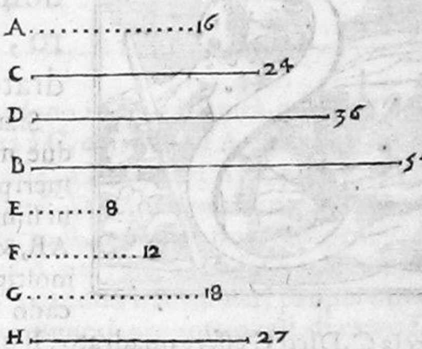


18. di queſto.
8. di queſto.
20. di queſto.

THEOREMA XXV. PROPOSITIONE XXVII.

I numeri ſolidi ſimili hanno fra loro la proportione che ha il numero cubo al numero cubo.

Siano i numeri A B ſolidi ſimili. Dico A à B hauer la proportione che ha il numero cubo al numero cubo. Perche A B ſono ſolidi ſimili, caderanno fra loro due proportionali di mezo. caggiano C D, & piglinſi i numeri minori di tutti, quali habbiano la medeſima proportione che A C D B, di moltitudine vguali ad eſsi E F G H. adunque gli eſtremi loro E H ſono cubi. & è come E ad H, coſi A a B. onde A a B ha la proportione, che ha il numero cubo al numero cubo. il che biſognaua dimoſtrare.



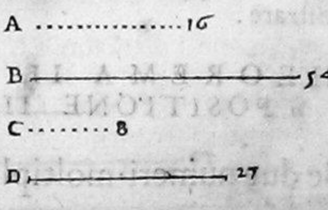
19. di queſto.
35. del ſettimo
Cor. della ſecõda di queſto.

IL COMANDINO.

Il conuerſo etiandio di queſto è vero, che ſi dimoſtra in queſto modo.

I numeri ſolidi, quali hanno la proportione, che ha il numero cubo al numero cubo, ſono ſimili fra loro.

Siano i numeri ſolidi A B, quali habbiano la proportione, che il numero cubo C al numero cubo D. Dico A B eſſer ſimili fra loro. Perche C D ſono cubi ſaranno ſolidi ſimili: & però cadono fra loro due numeri proportionali di mezo. & è come C a D, coſi A a B. onde caderanno anchor fra li A B due proportionali di mezo. & però A B ſono ſolidi ſimili. il che biſognaua dimoſtrare.



19. di queſto.
8. di queſto.
21. di queſto.

IL FINE DELL'OTTAVO LIBRO.