# DE GLI ELEMENTI DI EVCLIDE

## LIBRO NONO

### CON LI SCHOLII ANTICHI, ET COMMENTARII

Di Federico Commandino da Vrbino.

### THEOREMA I. PROPOSITIONE I.

SE due numeri piani simili moltiplicandosi insieme producano qualche numero, quello che è prodotto sarà quadrato.

A....4
E.....6
B........9
D..........16
F————24
C————36

Siano due numeri piani simili AB, & A moltiplicãdo B faccia C. Dico C essere quadrato. Il numero A moltiplicando se stesso faccia D. adunque D è quadrato. & perche A moltiplicando se stesso ha fatto D, &

17 del settimo moltiplicando B ha fatto C; come A a

18 del settimo B, cosi sarà D à C. Et perche AB sono piani simili, caderà fra loro vn numero proportionale di mezo. ma se fra due numeri caggiano numeri continuatamente

8. de ll'ottauo. proportionali, quanti ne cadono fra loro, altrettanti ne caderanno fra quelli, c'hanno la medesima proportione. onde anchor fra D C cade vn proportionale

27. dell'ottauo di mezo. & è quadrato D. adunque etiandio C sarà quadrato. il che bisognaua dimostrare.

### THEOREMA II. PROPOSITIONE II.

A...3
.....6
B.........12
D........9
————18
C————36

Se due numeri moltiplicandosi insieme facciano vn numero quadrato, saranno piani simili.

Due numeri A B moltiplicandosi insieme facciano vn numero quadrato C. Dico A B essere piani simili. il numero A moltiplicando se stesso faccia D. adunque D è

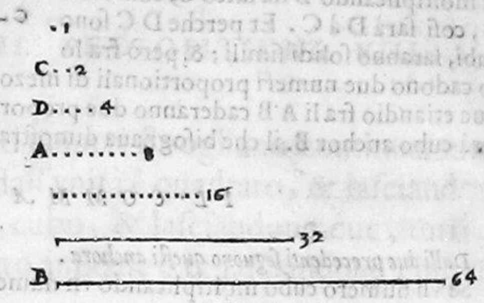
quadrato.

quadrato. & perche A moltiplicando se stesso ha fatto D, & moltiplicando B ha
fatto C, come A a B, cosi sarà D a C. & perche D è quadrato, & è quadrato C, sa- 17. del settimo
ranno D C piani simili. onde fra loro cade vn numero proportionale di mezo; &
è come D a C, cosi A a B. adunque etiandio fra li A B cadera vn numero propor 18. dellottauo.
tionale di mezo. ma se fra due numeri caggia vn proportionale di mezo, saranno 8. dellottauo.
piani simili. onde AB sono piani simili. il che bisognaua dimostrare. 20. dellottauo

## THEOREMA III. PROPOSITIONE III.

### Se vn numero cubo moltiplicando se stesso produca alcun numero, il prodotto sarà cubo.

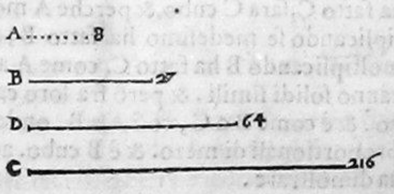
Il numero cubo A moltiplicado
se stesso produca B. Dico B esser
cubo. piglisi il lato di A, che sia C.
& moltiplicando C se stesso faccia
D. è manifesto, che C moltiplican
do D fa il numero A. & perche C 10. com. not.
moltiplicado se stesso ha fatto D,
il C misura D per l'vnita che sono
in esso. ma etiandio l'unita misura
C per l'vnita che sono in esso. on- 6. com. not. conuersa della 20. diff.
de come l'vnità a C, cosi è C a D.
oltre a ciò perche C moltiplican-
do D ha fatto A, D misura A per l'vnità che sono in C; & l'vnità misura C per
l'vnita che sono in esso. adunque come l'unita à C, cosi è D ad A. ma come l'vnità
a C, cosi C a D. come dunque l'unità a C, cosi C a D, & D ad A. & però fra l'vni-
tà & il numero A cadono due numeri di mezo C D continuatamente proportio-
nali. Et perche A moltiplicando se stesso ha fatto B, anchor A misura B per l'vnità
che sono in esso. ma etiandio l'vnita misura A per l'unità che sono in esso. onde
come l'vnità ad A, cosi A a B: & fra l'vnità & A cadono due numeri proportiona-
li di mezo. adunque caderanno anchora due numeri proportionali di mezo fra 8. dellottauo.
A B. ma se fra due numeri caggiano due proportionali di mezo, & il primo sia 23. dellottauo.
cubo, sara cubo anchor il quarto, & A è cubo. adunque sarà cubo anchor B. il
che bisognaua dimostrare.




## THEOREMA IIII. PROPOSITIONE IIII.

### Se vn numero cubo moltiplicando vn numero cubo produca qualche numero, il prodotto sarà cubo.

Il numero cubo A moltiplicando il nu
mero cubo B faccia C. Dico C esser cu-
bo. il numero A moltiplicando se stesso
faccia D. adunque D è cubo. & perche A per l'antecedente.
moltiplicando se stesso ha fatto D, & mol 17. del settimo
tiplicando B ha fatto C, come A a B, cosi
sarà D a C. & perche A B sono cubi, saran 19 dell'ottauo
no solidi simili, & però fra loro caderan-
no due numeri proportionali di mezo. onde etiandio caderanno due proportio- 8. dell'ottauo.
nali di mezo fra D C. & è cubo D. adunque anchor C sarà cubo. 23. dell'ottauo



## THEOREMA V. PROPOSITIONE V.

Se vn numero cubo moltiplicando qualche numero faccia cubo, etiandio il moltiplicato sarà cubo.

Il numero cubo A moltiplicando qualche numero B faccia il cubo C. Dico che B è cubo. il numero A moltiplicando se stesso faccia D. adunque D è cubo. per l'antecedente. & perche A moltiplicando se stesso ha fatto D, 17. del settimo & moltiplicando B ha fatto C, come A à B, cosi sarà D à C. Et perche D C sono 8. dell'ottauo. cubi, saranno solidi simili; & però fra lo 23. dellottauo. ro cadono due numeri proportionali di mezo: & è come D à C, cosi A a B. adunque etiandio fra li A B caderanno due proportionali di mezo. & A è cubo. onde sarà cubo anchor B. il che bisognaua dimostrare.

A........ 8

B ________ 27

D ________________ 64

C __________________________ 216

### IL COMMANDINO.

*Dalli due precedenti seguono questi anchora.*

Se vn numero cubo moltiplicando vn numero non cubo produca alcun numero, il prodotto non sara cubo.

*Percioche se il prodotto sia cubo, anchor quello che è moltiplicato sara cubo per l'antecedente. il che non si pone.*

Se vn numero cubo moltiplicando alcun numero faccia vn numero non cubo, anchora il moltiplicato non sara cubo.

*Perche se sara cubo il moltiplicato, sara etiandio cubo quello che è prodotto, per la quarta di questo, il che non si pone.*

## THEOREMA VI. PROPOSITIONE VI.

Se un numero moltiplicando se medesimo faccia cubo, anchor esso sarà cubo.

Il numero A moltiplicando se medesimo faccia il cubo B. Dico anchor A esser cubo. il numero A moltiplicando B faccia C. perche dunque A moltiplicãdo se diff. 19. medesimo ha fatto B, & moltiplicãdo B 17. del settimo ha fatto C, sara C cubo. & perche A moltiplicando se medesimo ha fatto B, & 19. del settimo moltiplicando B ha fatto C. come A a B, cosi sarà B a C. & essendo cubi B C, saranno solidi simili. & però fra loro caderanno due numeri proportionali di mezo. & è come B a C, cosi A a B. onde etiandio fra li A B caggiono due numeri 23. dellottauo. proportionali di mezo. & è B cubo. adunque anchor A sarà cubo. il che bisognaua dimostrare.

A ...... 8

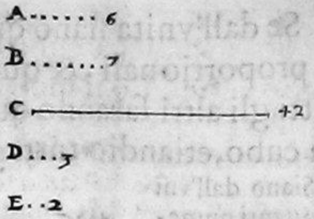
B ______________ 64

C __________________________ 512

## THEOREMA VII. PROPOSITIONE VII.

Se vn numero composto moltiplicando qualche numero, ne produca vn'altro, il prodotto sarà solido.

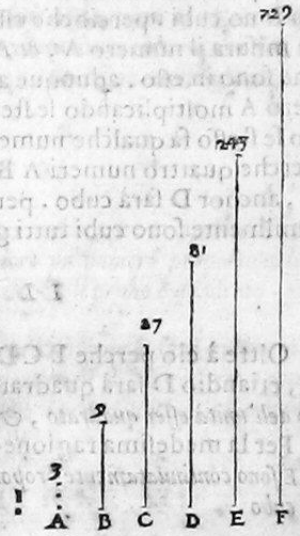
Il numero composto A moltiplicando alcun numero B produca C. Dico C esser solido. Percioche essendo A composto, sarà misurato da 13. diff. qualche numero. misurilo D. & quante volte D misura A, tante vnità siano in E. 9. com. not. adunque E moltiplicando D ha fatto A. Et perche A moltiplicando B ha fatto C, & A è quello che si fa da D E, il numero che si fa da D E moltiplicando B ha fatto C. adunque B moltiplicando quello che si fa da D E ha fatto C. 16 del settimo & però C è solido, li cui lati sono D E. 17. diff. il che bisognaua dimostrare.




### THEOREMA VIII. PROPOSITIONE VIII.

Se dall'vnità siano quanti numeri si vogliano continuatamente proportionali, il terzo dall'vnità è quadrato, & lasciandone vno, tutti. il quarto poi è cubo, & lasciandone due, tutti. il settimo è cubo & quadrato insieme, & lasciandone cinque, tutti.

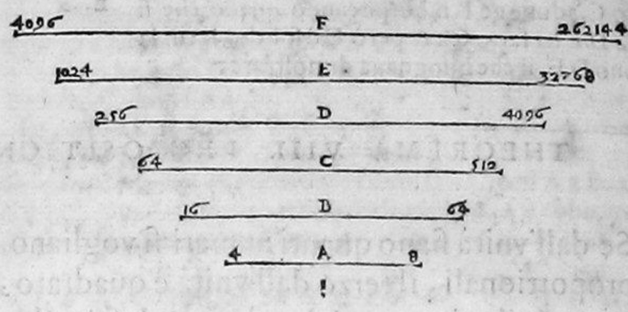
Siano dall'unita continuatamente proportionali quanti numeri si vogliano A B C D E F. Dico il terzo dall'vnita B esser quadrato, & lasciandone vno, tutti: & il quarto C esser cubo, & lasciandone due, tutti: & il settimo F esser cubo & quadrato insieme, & lasciandone cinque, tutti. percioche essendo come l'vnita ad A, così A a B, vgualmente l'vnità misura il numero A, & A misura B. 20. diff. del 7. ma l'vnita misura il numero A per l'vnita che sono in esso. 6. com. not. adunque etiandio A misura B per l'vnita, che sono in A. la onde A moltiplicando se stesso ha fatto B. & per tal cagione B è quadrato. 18. diff. del 7. Et perche B C D sono continuatamente proportionali, & B è quadrato, sara quadrato anchor D. 22 dell'ottauo per la medesima ragione anchor F sara quadrato. similmẽte dimostreremo lasciandone sempre vno, esser quadrati tutti. Dico etiandio il quarto dall'vnità, che è C esser cubo, & lasciandone due, tutti. Perche come l'vnità ad A, così è B a C, vgualmente l'unita misura il numero A, 20. diff. del 7. & B misura C. ma l'vnita misura il numero A per l'unita che sono in esso, 6. com. not. adunque B misura C per l'vnita, che sono in A. & però A moltiplicando B ha fatto C. 9. com. not. perche dunque A moltiplicando se stesso ha fatto B, & moltiplicando B ha fatto C, sara C cubo. diff. 19. & essendo continuatamente proportionali C D E F, & essendo cubo C, anchor F sara cubo. 23. dell'ottauo. & si è dimostrato etiandio esser quadrato. onde il settimo dall'vnita F è cubo & quadrato. similmente dimostreremo lasciandone sempre cinque, tutti esser cubi & quadrati. il che bisognaua dimostrare.



## THEOREMA IX. PROPOSITIONE IX.

Se dall'vnita siano quanti numeri si vogliano continuatamente proportionali, & quello, che è doppo l'vnita, sia quadrato; tutti gli altri saranno quadrati. & se quello che è doppo l'vnità sia cubo, etiandio tutti gli altri saranno cubi.

Siano dall'vnità quanti numeri si vogliano cõtinuatamẽte proportionali A B C D E F, & quello che è doppo l'vnità A sia quadrato. Dico anchor gli altri esser quadrati. per cioche il terzo




nell'antecedente. dall'unità B esser quadrato, & tutti gli altri lasciandone sempre vno, gia si è dimostrato. ma etiandio tutti gli altri saranno quadrati. percioche essendo A B C
22. dellottauo continuatamente proportionali, & A quadrato, anchor C sarà quadrato. oltre
A à ciò perche B C D sono continuatamente proportionali, & è quadrato B, etiandio D sarà quadrato. similmente dimostreremo gli altri tutti esser quadrati. ma sia cubo A. Dico anchor gli altri esser cubi. gia si è dimostrato che il quarto dall'vnita C è cubo, & tutti gli altri lasciandone sempre due. ma anchor gli altri
20 diff. saranno cubi. percioche essendo come l'vnità ad A, cosi A à B, vgualmente l'vnità misura il numero A, & A misura B. ma l'vnità misura il numero A per l'vnità che sono in esso. adunque anchor A misura B per l'unità che sono in esso A, & però A moltiplicando se stesso ha fatto B: & A è cubo. ma se'l cubo moltiplican-
3. di questo. do se stesso fa qualche numero, quel che si fa sarà cubo. adunque B è cubo. & perche quattro numeri A B C D sono continuatamente proportionali, & è cubo
B A, anchor D sarà cubo. per la medesima ragione il numero E altresi è cubo; & similmente sono cubi tutti gli altri. il che bisognaua dimostrare.

### *IL COMMANDINO.*

A Oltre à cio perche B C D sono continuatamente proportionali, & è quadrato B, etiandio D sarà quadrato] *questo mi pare soperchio, essendosi dimostrato di sopra il terzo dell'unità esser quadrato, & lasciandone vno tutti gli altri.*

B Per la medesima ragione il numero E altresi è cubo] *percioche quattro numeri B C*
23. dellottauo. *D E sono continuatamente proportionali, & è cubo B. adunque anchor E necessariamente sarà cubo.*

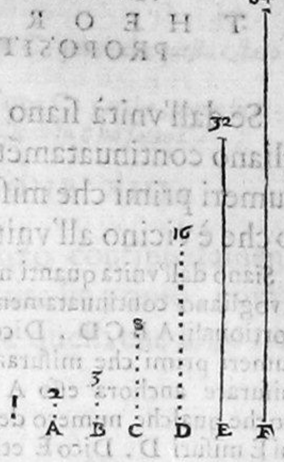
## THEOREMA X. PROPOSITIONE X.

Se dall'vnita siano quanti numeri si vogliano continuatamente proportionali, & quello che è doppo l'unita non sia quadrato, niun' altro sarà quadrato, fuor che'l terzo dall'vnita, & tutti gli altri lasciandone vno. ma se quello, che è doppo l'unita non sia

cubo

cubo, niun'altro sarà cubo, fuor che'l quarto dall'unita, & lasciandone due tutti gli altri.

Siano dall'vnita continuatamente proportionali i numeri A B C D E F, & quello che è doppo l'vnità A non sia quadrato. Dico niun'altro esser quadrato, fuor che'l terzo dall'vnita, & lasciando ne vno, tutti gli altri. percioche se esser può, sia C quadrato, & è quadrato B. adunque B C hanno fra loro la proportione ch'e ha il numero quadrato al numero quadrato & come B à C, così A à B. hanno dunque A B fra loro la proportione che ha il numero quadrato al numero quadrato. onde A B sono numeri piani simili. & B è quadrato. adunque etiandio A sarà quadrato. il che non si pone. non sarà dunque quadrato C. similmente dimostreremo niũ'altro esser quadrato, fuor che'l terzo dall'vnita, & tutti gli altri lasciandone vno. ma non sia A cubo. Dico che niun'altro è cubo, fuor che'l quarto dall'unita, & lasciandone due tutti gli altri. percioche se esser può, sia D cubo; & è cubo C, essendo il quarto dall'vnità: & come C à D, così è B à C. adunque etiandio B à C ha la proportione c'ha il numero cubo al cubo, & però B C sono solidi simili. & è cubo C. adunque anchor B sarà cubo. & perche come l'vnita al numero A, così è A à B, & l'vnita misura il numero A per l'vnita che sono in esso, etiandio A misurerà B per l'vnita che sono in A. onde A moltiplicando se stesso ha fatto il cubo B. ma se vn numero moltiplicando se stesso faccia vn cubo, anchor esso sarà cubo. è dunque A cubo, il che non si pone. & però ne anche D è cubo. similmente dimostreremo non esser cubo alcun'altro; fuor che il quarto dall'unita, & lasciandone due tutti gli altri. il che bisognaua dimostrare.




A 26. dellottauo

B 27. dellottauo

6. di questo.

## IL COMANDINO.

Onde A B sono numeri piani simili & B è quadrato. adunque etiandio A sarà quadrato] *percioche essendo A B simili piani, cadera fra loro vn numero proportionale di mezo. adunque sono tre numeri continuatamente proportionali, & il primo è quadrato. onde etiandio il terzo sara quadrato.*

Et pero B C sono solidi simili, & è cubo C. adunque anchor B sarà cubo] *perche B C sono solidi simili, caderanno fra essi due numeri proportionali di mezo, & saranno quattro numeri continuatamente proportionali, & essendo cubo il primo, anchor il quarto necessariamente sara cubo.*

A 18. dell'ottauo 22. dell'ottauo

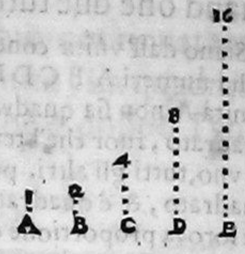
B 19. dell ottauo. 23. dellottauo

## THEOREMA XI. PROPOSITIONE XI.

Se dall'vnità siano quanti numeri si vogliano continuatamente proportionali, il minore misura il maggiore per qualche numero di quelli che sono ne numeri proportionali.

Siano dall'vnita A quanti numeri si uogliano continuatamente proportionali B C D E. Dico che delli B C D E il minore B misura il maggiore E per vno delli C D. percioche essendo come l'vnita A à B, così D ad E, vgualmente l'vnita A misura il numero B, & D misura E. adunque permutandosi vgualmente l'vnita A mi- 15. del settimo.

ſura il numero D, & B miſura E. ma l'unita A miſura D per l'vnita che ſono in eſſo. adunque etiandio B miſura E per l'vnita che ſono in D. & però il minore B miſura il maggiore E per alcun di quelli che ſono ne numeri proportionali. il che biſognaua dimoſtrare.




## THEOREMA XII.
## PROPOSITIONE XII.

Se dall'vnità ſiano quanti numeri ſi vogliano continuatamẽte proportionali, quei numeri primi che miſurano l'vltimo, miſureranno anchora quello che è vicino all'vnita.

Siano dall'vnita quanti numeri ſi vogliano continuatamente proportionali A B C D. Dico quei numeri primi che miſurano D. miſurare anchora eſſo A. percioche qualche numero delli primi E miſuri D. Dico E etiandio miſurare A. percioche E non miſuri A, & E è numero primo; ma (51. del ſettimo) ogni numero primo ad ogni numero, quale egli non miſura è primo. adunque A E ſono primi fra loro. & perche E miſura D, miſurilo per l'unita che ſono in F. onde E moltiplicando F ha fatto D. (9. com, not. A) ſimilmente perche A miſura D per l'vnita che ſono in C, moltiplicando A eſſo C ha fatto D. ma anchor E moltiplicando F ha fatto D. il numero dunque fatto da A C è vguale A quello che ſi fa da E F, & però come A ad E, coſi F à C, & ſono A E primi, ma li primi ſono anche minori di tutti, & li minori miſurano vgualmente quelli che hanno la medeſina proportione, l'antecedente l'antecedente, & il conſeguente il conſeguente. adunque E miſura C. miſurilo per G. onde E moltiplicando G ha fatto C. ma per l'antecedente anchor A moltiplicando B ha fatto C. il numero dunque fatto da A B è vguale à quello, cbe ſi fa da E G, & come A ad E, coſi G à B. & ſono A E primi. ma li primi ſono minori di tutti, & li minori miſurano vgualmente quelli c'hanno la medeſima proportione, l'antecedente l'antecedente, & il conſeguente il conſeguente. per la qual coſa anchor E miſura B, miſurilo per H. adunque E moltiplicando H ha fatto B. ma etiandio A moltiplicando ſe ſteſſo ha fatto B. la onde il numero fatto da H E è vguale à quello, che ſi fa da A. però come E ad A, coſi A ad H. & ſono A E primi, ma li primi ſono anchor minori di tutti, & li minori miſurano vgualmente quelli c'hanno la medeſima proportione, il maggiore il maggiore, & il minore il minore, cioè l'anteeedente l'antecedente, & il conſeguente il conſeguente. il perche E miſura eſſo A. ma non lo miſura, che è impoſsibile. non ſono dunque A E primi fra loro, & però ſaranno composti. ma li composti ſono miſurati da qualche numero primo. onde qualche primo miſurerà li numeri A E. & perche E ſi pone numero primo, & il primo


19. del ſettimo
23. del ſettimo
21. del ſettimo
B
19. del ſettimo
23. del ſettimo
21. del ſettimo
20. del ſettimo
diff. 14.

non è misurato da altro numero, fuor che da se stesso. adunque E misura li numeri A E, & però misura A. ma misura anchor D. la onde E misurerà li A D. similmente dimostreremo quei numeri primi, che misurano D misurare anchora esso A. il che bisognaua dimostrare.

### IL COMMANDINO.

Similmente perche A misura D per l'vnita che sono in C] *percioche questo è stato dimostrato nell'antecedente.* A

Ma per l'antecedente anchor A moltiplicando B ha fatto C] *perche, come fu dimostrato nell'antecedente, A misura C per B, etiandio A moltiplicando B ha fatto C.* B

## THEOREMA XIII. PROPOSITIONE XIII.

Se dall'vnita siano quanti numeri si vogliano continuatamente proportionali, & quello che è doppo l'unita sia primo, niun'altro misurerà il maggiore di tutti, fuor che quelli che sono ne numeri proportionali.

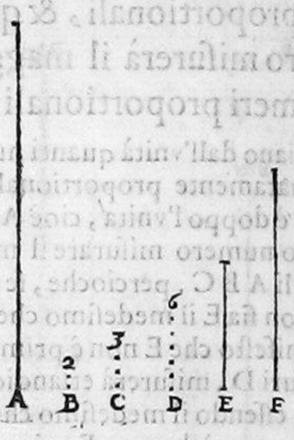

Siano dall'vnità quanti numeri si vogliano continuatamente proportionali A B C D, & quello che è doppo l'vnita, cioè A sia primo. Dico niun'altro numero misurare il maggior di tutti, fuor che li A B C. percioche, se esser può, E misuri D, & non sia E il medesimo che alcuno delli A B C. è manifesto che E non è primo, che se sia primo & misuri D, misurerà etiandio esso A, che è primo per l'antecedente: non essendo il medesimo che A. il che non può essere. non è dunque E primo. & però sarà composto. ma ogni numero composto è misurato da 13. diff. qualche primo. Dico che niun'altro primo misura E fuor che A. percioche se vn'altro numero misura E, & E misura D, anchor quello misurerà D, & però misurera etiandio esso 12. com. not. A che è primo, non essendo il medesimo che A, & ciò è impossibile. adunque A per l'antecedente. misura E. & perche E misura D, misurilo per F. non sara F il medesimo che alcuno delli A B C. percioche se sia il medesimo, & misuri D per E, anchor vno di essi A B C misurera D per E. ma vno delli A B C misura D per qualcuno di 11. di questo. essi A B C. onde anchor E sara il medesimo, che vno delli A B C. il che non si pone. non è dunque F il medesimo che alcuno delli A B C. similmente dimostreremo A misurare esso F, dimostrando altresì non essere F numero primo, percioche se sia primo, & misuri D, misurera etiandio esso A, che è primo, non essendo il medesimo che A. il che non può essere. adunque F non è primo. adunque è composto, & qualche numero primo lo misurera. Dico che niun'altro misurera F fuor per lantecedente. che A. & se vn'altro numero misura F, & F misura D, anchor quello misurera D. onde misurera anchor A che è primo, non essendo il medesimo che A, che è impossibile. adunque A misura F. & perche E misura D per F, & E moltiplicando F ha fatto D. ma anchor A moltiplicando C ha fatto D. il numero dunque che si fa da A C e vguale a quello, che si fa da E F. onde come A ad E, così è F a C. 19. del settimo ma A misura E. adunque anchor F misurera C. misurilo per G. similmente dimostreremo G non essere il medesimo che vno di essi A B C, & A misurare esso G. & perche F misura C per G, moltiplicando F esso G ha fatto C. ma anchor A moltiplicando B ha fatto C. adunque il numero fatto da A B e vguale a quello, che si fa da F G. & come A ad F, così è G a B. ma A misura F. onde etiandio G

misu-

misurerà B . misurilo per H . non altramente dimostreremo H non essere il medesimo che A . & perche G misura B per H , G moltiplicando H ha fatto B . ma anchor A moltiplicando se stesso ha fatto B . il numero dunque che si fa da HG è
20. del settimo vguale al quadrato di A . il perche come H ad A , così A à G . & A misura G . adunque etiandio H misurerà esso A , che è primo, non essendo il medesimo che A . il che è inconueniente. onde niun'altro numero misurerà D maggior di tutti, fuor che li A B C . il che bisognaua dimostrare.

## THEOREMA XIIII. PROPOSITIONE XIIII.

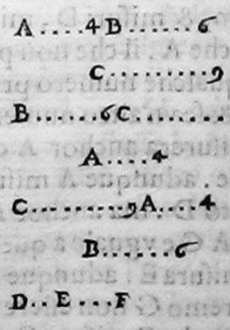
Se li numeri primi misurino vn numero minore di tutti quelli che sono misurati da loro, niun'altro primo lo misurerà fuor che quelli, che lo misurauano da principio.




I numeri primi B C D misurino il numero A minore di tutti quelli, che sono misurati da loro, Dico niun'altro numero primo misurare esso A, fuor che li B C D . percioche s'egli è possibile, E misuri A , & non sia E alcuno delli B C D . & perche E misura A , mi surilo per F. adunque E moltiplicãdo F ha fatto A. & i numeri primi B C D misurano A. ma se due numeri moltiplicãdosi fra loro producano vn'altro numero, & vn numero primo
32. del settimo misuri il numero prodotto, misurerà etiandio vno di quelli che furon posti da principio. adunque B C D misureranno uno di essi E F. ma non misureranno gia E, conciosia cosa che E sia numero primo, & non sia il medesimo che alcuni di essi B C D . & per tal cagione misureranno F, che è minore di A. il che è impossibile, ponendosi A minore di tutti quelli che sono misurati da B C D. adunque niun'altro numero primo misurerà esso A, fuor che li B C D. il che bisognaua dimostrare.

## THEOREMA XV. PROPOSITIONE XV.

Se siano tre numeri continuatamente proportionali, & minori di tutti quelli c'hanno la medesima proportione, due di loro quali si siano composti insieme saranno primi al rimanente.




Siano tre numeri continuatamente proportionali, minori di tutti quelli, c'hanno la medesima proportione A B C. Dico due di loro, quali si siano composti insieme esser primi al rimanente, cio
A è A B à C, B C ad A , & A C à B . piglinsi due numeri minori di tutti quelli, c'hanno la medesima
2. dell'ottauo. proportione, che A B C, & siano D E , E F. è chiaro che D E moltiplicando se stesso produce A , & moltiplicando E F produce B , & E F moltiplicando se stesso produce C. & perche D E E F sono mi
24. del settimo nori di tutti, saranno primi fra loro. ma se due nu
30. del settimo meri sono primi fra loro , & l'vno & l'altro insieme a ciascuno di essi sarà primo . adunque D F all'vno, & l'altro di essi D E E F è primo. ma anchor D E è primo ad E F. onde D F D E ad E F sono primi, & però

il numero fatto da F D D E è primo ad E F. ma se due numeri sono primi fra lo ro, quel che si fa da vno di essi sarà primo al rimanente. il numero dunque fatto da F D D E à quello che si fa da E F è primo. ma il numero fatto da F D D E è quello che si fa da D E insieme con quello che si fa da D E E F. onde il numero fatto da D E insieme cō quello che si fa da DE EF è primo à quello che si fa da EF. ma il numero fatto da D E è A, & quello che si fa da D E E F è B, & quello che da E F è C. adunque AB cōposti insieme sono primi à C. similmente dimostreremo anchor B C ad A esser primi. Dico etiandio A C esser primi à B. percioche essen do D F a ciascuno di essi D E E F primo, anchor quello che si fa da D F sarà primo à quello che si fa da D E E F. ma al numero fatto da D F sono vguali quelli che si fanno da D E & E F, insieme con quello che due volte si fa da D E E F. adun que i numeri fatti da D E & E F insieme con quello che due volte si fa da D E E F sono primi a quello che si fa da DE EF. & diuidendosi quelli che si fanno da D E & E F insieme con quello che vna volta si fa da D E E F sono primi a quello che si fa da D E E F, & di nuouo diuidendosi quelli che si fanno da D E & E F a quel lo che si fa da DE E F sono primi. Ma quello che si fa da D E è A, & quello che si fa da D E E F è B, & quello che da E F è C. adunque A C composti insieme so no primi ad esso B. il che bisognaua dimostrare.

26. del settimo
27. del settimo
B
C
D
E
F

## IL COMMANDINO.

Piglinsi due numeri minori di tutti quelli c'hanno la medesima proportione, che A B C. ] *Per quello c'habbiamo dimostrato alla 35 del settimo.* A

Ma il numero fatto da F D D E è quello che si fa da D E insieme con quello che si fa da D E E F. ] *Questo nelle linee è stato dimostrato da Euclide nel secondo libro alla propositione terza. ma perche i numeri hanno i principij, che sono proprij, Barlaam monacho non solo questo ha dimostrato da essi, ma tutto quello che si tratta nel secondo libro. le quali dimostrationi noi habbiam poste in questo luogo. ma egli dimostra questo nel terzo theorema.* B

Percioche essendo D F a ciascuno di essi D E E F primo, anchor quello che si fa da D F sarà primo à quello che si fa da D E E F ] *perche D F è primo all'vno & l'al tro di essi D E E F, sarà D F primo à quello, che si fa da D E E F per la 26 del settimo. adunque per la 27 del medesimo anchor quello che si fa da D F è primo à quello che si fa da D E E F.* C

Ma al numero fatto da D F sono vguali quelli che si fanno da D E & E F in- sieme con quello che due volte si fa da D E E F ] *questo si dimostra nelle li- nee alla quarta propositione del secondo libro, ma ne numeri Barlaam ci ha dimostrato nel quar to theorema.* D

Et diuidendosi quelli che si fanno da D E & E F insieme con quello, che vna volta si fa da D E E F sono primi a quelli che si fa da D E E F. *perche se non sono primi, saranno composti, & qualche numero, che sia commune misura, gli misurerà. misu- rando dunque quel tal numero ciascuno di loro, misurerà anchor il composto da essi, cioè quelli che si fanno da D E & E F insieme con quello che due volte si fa da D E E F. ma misura etian dio quello, che si fa da D E E F. adunque quelli che si fanno da D E & E F insieme con quel lo che due volte si fa da DE EF non sono primi a quello, che si fa da DE EF. ma sono primi, il che è inconueniente. non sono dunque composti, & però quei numeri che si fanno da DE & EF insieme con quello, che vna volta si fa da D E E F sono primi à quello che si fa da D E E F.* E

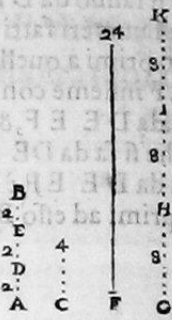
Et di nuouo diuidendosi quelli che si fanno da D E & E F à quello che si fa da DE EF sono primi ] *percioche se non sono primi nel medesimo modo, che di sopra, dimo- streremo quelli che si fanno da D E & E F insieme con quello che si fa da DE & EF non esser primi à quello, che si fa da D E E F. il che è inconueniente, essendo primi, come fu dimostra- to. la onde quelli che si fanno da D E & E F necessariamente sono primi à quello che si fa da D E EF.* F

Dimo-

## *Dimoſtratioue arithmetica di Barlaam monacho di quelle coſe che Euclide nel ſecondo libro ha dimoſtrato nelle linee.*

### THEOREMA I.

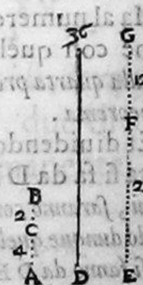
Se propoſti due numeri l'vno di eſsi ſia diuiſo in quanti numeri ſi vogliano, il numero piano fatto da numeri propoſti da principio ſarà vguale alli numeri piani, che ſi fanno dal numero non diuiſo, & da ciaſcuna parte del numero diuiſo.




*Siano due numeri A B. C, & A B ſia diuiſo in quanti numeri ſi vo
gliano A D D E E B. Dico il numero piano fatto da C A B eſſere
vguale alli numeri piani, che ſi fanno da C A D, & da C D E, &
da C E B. ſia il numero piano F quello che ſi fa da C A B, & G H
quello che ſi fa da C A D, & H L quello che ſi fa da C D E, & L K*
10.com. not. *quello che ſi fa da C E B. perche dunque A B moltiplicando C ha fat
to F, C miſura F per l'unita che ſono in A B. per la medeſima ragio-
ne C miſura G H per l'vnita che ſono in A D, & miſura H L per l'v-
nita, che ſono in D E, & L K per l'vnità che ſono in E B. adunque C
miſura tutto G K per l'vnità che ſono in A B. ma miſuraua anchor*
1.com. not. *F per l'vnità che ſono in A B. & però l'vno & l'altro di eſſi F G K,
è vgualmente moltiplice di C. ma quelli che ſono vgualmente molti-
plici a'vn medeſimo ſono vguali fra loro. onde F è vguale à G K. &
è F il numero piano fatto da C A B, & G K è compoſto di numeri piani, che ſi fanno da C &
da ciaſcuno di eſſi A D D E EB. adunque il numero piano fatto da C A B è vguale alli nume
ri piani fatti da C & da ciaſcuno di eſſi A D D E E B. la onde ſe propoſti due numeri l'vno
di eſſi ſia diuiſo in quanti numeri ſi vogliano, il numero piano fatto da numeri propoſti da prin-
cipio ſarà vguale alli numeri piani che ſi fanno dal numero non diuiſo, & da ciaſcuna parte del
numero diuiſo. il che biſognaua dimoſtrare.*

### THEOREMA II.

Se un numero ſia diuiſo in due numeri, i due numeri piani che ſi fanno dal tutto & da ciaſcuna parte, compoſti inſieme, ſono vguali al numero quadrato che ſi fa da tutto'l numero.

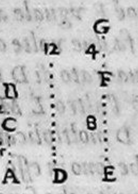



*Il numero A B ſia diuiſo in due numeri A C C B. Dico i due numeri
piani che ſi fanno da B A A C, & da A B B C compoſti inſieme eſſere
vguali al quadrato di A B. il numero A B moltiplicando ſe ſteſſo faccia*
10. com not. *D, & A C moltiplicando A B faccia E F, & C B moltiplicando il mede
ſimo A B faccia F G. perche dunque A C moltiplicando AB ha fatto EF,
A B miſura E F per l'vnita che ſono in A C. ſimilmente perche C B molti
plicando AB ha fatto F G, A B miſura F G per l'vnità che ſono in C B, &
miſuraua E F per l'vnità che ſono in A C. adunque A B miſura tutto E G
per l'vnità che ſono in ſe ſteſſo. oltre à ciò perche A B moltiplicando ſe
ſteſſo ha fatto D, A B miſura altresì D per l'vnità che ſono in ſe ſteſſo. la
onde AB miſura l'vno & l'altro D & E G per l'vnità che ſono in ſe ſteſſo,
& però quante volte D è moltiplice di A B, tante volte anchora E G ſa-*
1. com.not. *rà moltiplice di A B. ma quei numeri che ſono vgualmente moltiplici del medeſimo numero,
ſono vguali fra loro. adunque D è vguale ad EG. & è D il numero quadrato di A B. & E G
è compoſto da due numeri piani, che ſi fanno da A B B C, & da B A A C. per la qual co-
ſa il quadrato di A B è vguale al numero cōpoſto da due numeri piani che ſi fanno da AB BC,
& da B A A C. ſe dunque vn numero ſia diuiſo in due numeri, i due numeri piani che ſi fan
no dal tutto, & da ciaſcuna parte compoſti inſiemi, ſono vguali al numero quadrato che ſi fa
da tutto'l numero. & queſto è che biſognaua dimoſtrare.*

## *THEOREMA III.*

Se un numero sia diuiso in due numeri, il numero piano che si fa dal tutto, & da vna parte è vguale al numero piano fatto dalle parti insieme col quadrato della detta parte.

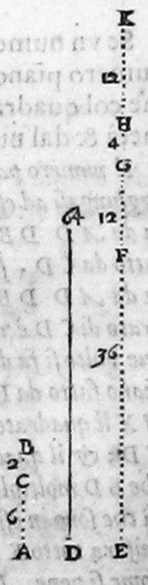
*Il numero A B sia diuiso in due numeri A C C B. Dico il numero piano che si fa da A B B C essere vguale al numero piano fatto da A C C B insieme col quadrato di C B. il numero A B moltiplicando B C faccia D & A C moltiplicando C B faccia E F, & C B moltiplicando se stesso faccia F G. adunque perche A B moltiplicando B C ha fatto D, B C misura D per l'unità che sono in A B. similmente perche A C moltiplicando C B ha fatto E F, misura C B esso E F per l'vnità che sono in A C. & perche C B moltiplicando se stesso ha fatto F G, C B misura F G per l'vnità che sono in se stesso. ma misuraua anchor E F per l'vnità che sono in A C. adunque B C misura tutto E G* 10.com.not. *per l'vnità che sono in A B, & misuraua anchora D per l'vnità che sono in A B: & però C B misura vgualmente l'vno & l'altro D & E G. ma quei numeri quali il medesimo numero misura* 4. com.not. *vgualmente, sono fra loro vguali. il perche D è vguale ad E G. & D è'l numero piano che si fa da A B B C & è E G quallo che si fa da A C C B insieme col quadrato di C B. adunque il numero piano fatto da A B B C è vguale à quello che si fa da A C C B & al quadrato di C D. la onde se vn numero sia diuiso in due numeri, il numero piano fatto dal tutto & da vna parte è vguale al numero piano che si fa dalle parti insieme col quadrato di detta parte. il che bisognaua dimostrare.*




## *THEOREMA IIII.*

Se vn numero sia diuiso in due numeri, il quadrato che si fa dal tutto è vguale alli quadrati delle parti & al numero piano fatto due volte dalle dette parti.

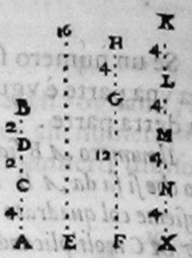
*Il numero piano A B sia diuiso in due numeri A C C B. Dico il quadrato di A B essere vguale alli quadrati di A C C B, & al numero piano, che due volte si fa da A C C B. sia D il quadrato di A B, & E F il quadrato di A C, & G H il quadrato di C B. & il numero piano che si fa da A C C B sia l'uno & l'altro di essi F G H K. perche dunque A C moltiplicando se stesso ha fatto E F, A C misura E F per l'vnità che sono in esso. & perche B C moltiplicando C A ha fatto F G, C A misura F G per l'unità che* 10.com.not. *sono in B C. ma misuraua anchor E F per l'vnità che sono in esso. adunque A C misura tutto E G per l'vnità che sono in A B, & però A B moltiplicando A C ha fatto E G; & E G è numero piano che si fa da B A A C.* 9 com. not *similmente dimostreremo G K esser numero piano fatto da A B B C & è D il numero quadrato di A B. ma se vn numero sia diuiso in due numeri, il quadrato di tutto'l numero è vguale alli due numeri piani che si fanno* 2. di questo. *dal tutto & da ciascuna parte. adunque D è vguale ad E K. ma EK è composto dalli quadrati di A C C B, & dal numero piano che due volte si fa da A C C B; & D è quadrato di A B. il quadrato dunque di A B è vguale alli quadrati di A C C B & al numero piano che due uolte si fa da A C C B. & però se vn numero sia diuiso in due numeri. il quadrato che si fa dal tutto è vguale alli quadrati delle parti, & al numero piano fatto due volte dalle dette parti. il che bisognaua dimostrare.*




## *THEOREMA V.*

Se vn numero pari sia diuiso per mezo, & sia anchor diuiso in numeri disuguali, il numero piano che si fa dalle parti disuguali insieme, il quadrato del numero interposto è vguale al quadrato fatto dalla metà.

*Sia il numero pari A B, che sia diuiso per mezo in A C C B, & sia anchor diuiso in parti disuguali A D D B. Dico il quadrato di C B essere vguale al numero piano che si fa da A D D B insieme col quadrato di C D. sia E il quadrato di C B: & il numero piano fatto da A D D B sia F G, & G H il quadrato di D C. perche dunque il numero B C è diuiso in due numeri B D D C, sarà il quadrato di B C,*



per l'antecedente. *cioè E vguale alli quadrati di B D D C insieme col numero piano, che si fa due volte da B D D C. sia K L il quadrato di B D, & N X il quadrato di D C. & il numero piano che si fa da B D D C sia l'vno & l'altro L M M N. adunque tutto K X è vguale ad E. & perche B D moltiplicando se stesso ha fatto K L, B D misura K L per l'vnità*

10.com. not. *che sono in esso. similmente perche C D moltiplicando D B ha fatto L M, D B misura L M per l'vnita che sono in C D, & misuraua K L per l'vnita che sono in se stesso. adunque D B misura tutto K M per l'vnita che sono in C B. & C B è vguale à C A. onde D B misura K M per l'vnita che sono in C A. oltre à ciò perche C D moltiplicando D B ha fatto M N, D B misura M N per l'vnità, che sono in C D, & misuraua K M per l'unità che sono in A C. adunque D B misura tutto K N per l'vnita che sono in A D. ma anchor D B misura F G per l'vnita che sono in A D, ponendosi F G quel che si fa da A D D B. è dunque F G vguale à K N, percioche quel*

1. com. not. *li che sono vgualmante moltiplici del medesimo, sono vguali fra loro. & è G H vguale ad N X, che l'vno & l'altro si pone quadrato di C D. onde tutto K X è vguale à tutto F H, & K X è vguale ad E. adunque F H sarà vguale ad E. & F H è'l numero piano che si fa da A D D B insieme col quadrato di D C. & E è'l quadrato di C B. per la qual cosa il numero piano fatto da A D D B insieme col quadrato di D C è vguale al quadrato di C B. adunque se vn numero pari sia diuiso per mezo, & sia anchor diuiso in numeri disuguali, il numero piano che si fa dalle parti disuguali insieme col quadrato del numero interposto, è vguale al quadrato della metà. il che bisognaua dimostrere.*

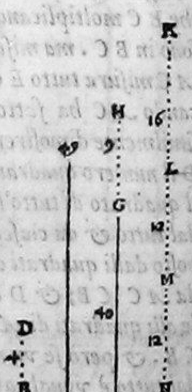
## THEOREMA VI.

Se vn numero pari sia diuiso per mezo, & vi si aggiunga vn'altro numero, il numero piano che si fa da tutto il numero con l'aggiunto, & dall'aggiunto, insieme col quadrato della metà è vguale al quadrato di quello che si compone dalla metà & dal numero aggiunto.

*Il numero pari A B sia diuiso per mezo in numeri A C C B, & aggiungasi ad esso vn'altro numero B D. Dico il numero piano che si fa da A D D B insieme col quadrato di C B essere vguale al quadrato fatto da C D. sia E il quadrato di C D. & il numero piano, che si fa da A D D B sia F G: & G H il quadrato di C B. & perche il qua-*

4. de gli antecedenti, *drato di C D è vguale alli quadrati di D B B C insieme con quello, che due volte si fa da D B B C, il quadrato di B D sia K L, e'l numero piano fatto da D B B C sia l'uno & l'altro di essi L M M N. & sia N X il quadrato di B C. adunque tutto K X è vguale al quadrato di C D; & il quadrato di C D è E. & però K X è vguale ad E. & per-*

5. com.not, *che B D moltiplicando se stesso ha fatto K L, B D misura K L per l'vnità che sono in esso. & misura L M per l'vnità che sono in C B. onde D B misura tutto K M per l'unità che sono in C D. & è C B vguale à C A, come si pone. D B dunque misura tutto K N per l'vnità che sono in A D, ma D B misura anchor F G per l'vnità che sono in A D, ponendo si F G quello che si fa da A D D B. adunque F G è vguale à K N. & è H G vguale ad N X, conciosiacosa, che l'vno & l'altro sia quadrato di C B. tutto dunque F H è vguale à tutto K X. ma K X si è dimostra to vguale ad E. onde anchor F H sarà vguale ad E. & è F H il numero piano che si fa da A D D B insieme col quadrato di C B, & E è il quadrato di C D. il*



*numero dunque che si fa da A D D B insieme col quadrato di C B è vguale al quadrato di CD. & però se vn numero pari sia diuiso per mezo, & vi si aggiunga vn'altro numero, il numero piano che si fa da tutto'l numero con l'aggiunto & dall'aggiunto insieme col quadrato della metà, è vguale al quadrato di quello, che si compone dalla metà & dal numero aggiunto. il che bisognaua dimostrare.*

## *THEOREMA VII.*

Se vn numero sia diuiso in due numeri, il quadrato del tutto insieme col quadrato di vna parte è vguale al numero primo, che due volte si fa dal tutto & dalla detta parte insieme col quadrato dell'altra parte.


*Il numero A B sia diuiso in numeri A C C B. Dico i quadrati che si fanno da B A A C essere vguali al numero piano che si fa due volte da B A A C insieme col quadrato di B C. percioche essendo il quadrato di A B vguale alli quadrati di B C C A & al numero piano fatto due volte da B C C A, pongasi commune il quadrato di A C. adunque il quadrato di B A insieme col quadrato di A C è vguale alli due quadrati di A C & al quadrato di C B insieme con quello che due volte si fa da B C C A. & perche quel che vna volta si fa da B A A C è vguale à quel lo che vna volta si fa da B C C A insieme col quadrato di C A; il numero fatto due volte da B A A C sarà vguale à quello che due volte si fa da B C C A insieme con due quadrati di C A. pongasi il quadrato di B C commune. adunque due quadrati di A C, & vn quadrato di C B, insieme con quello, che due volte si fa da B C C A, sono vguali à quello che due volte si fa da B A A C, insieme col quadrato di C B. il quadrato dunque di A B col quadrato di A C è vguale à quello che due volte si fa da B A A C insieme col quadrato dell'altra parte C B. & per tal cagione se vn numero sia diuiso in due numeri, il quadrato del tutto insieme col quadrato di vna parte è vguale al numero piano, che due volte si fa dal tutto & dalla detta parte insieme col quadrato dell'altra parte. il che bisognaua dimostrare.*

4. de gli antecedenti.

3 de gli antecedenti.

## *THEOREMA VIII.*

Se vn numero sia diuiso in due numeri, il numero piano fatto quattro volte dal tutto & da vna parte insieme col quadrato dell'altra parte è vguale al quadrato che si fa dal tutto & dalla detta parte, si come da un numero solo.


*Il numero A B sia diuiso in due numeri A C C B. Dico il numero piano fatto quattro volte da A B B C insieme col quadrato di A C essere vguale al quadrato che si fa da A B B C, si come da vn sol numero. pongasi BD vguale à B C. & perche il quadrato di A D è vguale alli quadrati di A B B D & al numero piano che due volte si fa da A B B D, & è B D vguale à B C: sarà il quadrato di A D vguale alli quadrati di A B B C, & al numero piano fatto due volte da A B B C. ma li quadrati di A B B C sono vguali al numero piano, che due volte si fa da A B B C insieme col quadrato di A C. per la qual cosa il quadrato di A D è vguale à quello, che quattro uolte si fa da A B B C & al quadrato di A C. & è il quadrato di A D quello che si fa da A B B C si come da vn numero solo; percioche B D è vguale à B C. adunque il quadrato fatto da A B B C come da vn numero solo è vguale à quello che si fa quattro uolte da A B B C, & al quadrato di A C. la onde se vn numero sia diuiso in due numeri, il numero piano che si fa quattro volte dal tutto & da vna parte, insieme col quadrato dell'altra parte, è vguale al quadrato, che si fa dal tutto & dalla detta parte si come da vn numero solo. il che bisognaua dimostrare.*

per l'antecedente.

## THEOREMA IX.

**Se un numero pari sia diuiso per mezo, & sia diuiso anchora in nùmeri disuguali, i quadrati che si fanno dalli numeri disuguali, sono doppij del quadrato fatto dalla metà insieme col quadrato del numero interposto.**

*Il numero pari A B sia diuiso per mezo in numeri A C C B: & sia diuiso anchora in numeri disuguali A D D B. Dico i quadrati di A D D B essere doppij delli quadrati di A C C D. Percioche essendo A B diuiso per mezo in numeri A C C B, & in numeri disuguali A D D B, quel che si fa da A D D B insieme col quadrato di C D, è vguale al quadrato di A C. onde quel che si fa due volte da A D D B insieme con due quadrati di C D è doppio del quadrato di A C. perche dunque A B è diuiso per mezo in numeri A C C B, il quadrato fatto da A B è quadruplo del quadrato di A C. & perche quel che si fa due volte da AD DB insieme con due quadrati di C D, è doppio del quadrato di A C; ma se siano due numeri, l'vno de quali sia quadruplo di vn numero, & l'altro sia doppio del medesimo, quel che è quadruplo è doppio del doppio: sarà il quadrato di A B doppio di quello, che due volte si fa da A D D B insieme con due quadrati di C D. il numero dunque che si fa due volte da A D D B è minore della metà del quadrato di AB, quanto è il doppio del quadrato di C D. oltre à ciò perche quello che due volte si fa da A D D B insieme col composto da quadrati di A D D B è uguale al quadrato di A B, sara il composto da quadrati di A D D B maggiore che la metà del quadrato di A B, quanto è il doppio del quadrato di C D. & è il quadrato di A B quadruplo del quadrato di AC. la onde il composto da quadrati di AD DB è maggiore che doppio del quadrato di AC, quanto è il doppio del quadrato di C D. adunque è doppio delli quadrati fatti da A C C D. & però se vn numero pari sia diuiso per mezo, & sia diuiso anchora in numeri disuguali, i quadrati che si fanno da numeri disuguali sono doppij del quadrato fatto dalla metà insieme col quadrato del numero interposto. il che bisognaua dimostrare.*

5. de gli antecedenti.

B 2 D 3 C 5 A

4. de gli antecedenti.

## IL COMANDINO.

*La precedente dimostratione è alquanto oscura, & poco piu apertamente si spiegherà in questo modo.*

*Perche il numero A D si diuide in numeri A C C D, sarà per il quarto theorema de gli antecedenti il quadrato di AD vguale alli quadrati di AC CD insieme col numero piano, che due volte si fa da A C C D. & essendo il numero C B vguale ad A C, il quadrato di A D sarà vguale alli quadrati di B C C D insieme con quello che due volte si fa da B C C D. aggiungasi il quadrato di D B commune. adunque i quadrati di AD D B sono vguali alli quadrati di B C C D D B insieme con quello che due volte si fa da BC CD ma i quadrati di B C C D per il settimo theorema de gli antecedenti sono vguali à quello che due volte si fa da B C C D insieme col quadrato di D B. onde i quadrati di A D D B sono vguali alli doppij de quadrati di B C C D, cioè alli doppij de quadrati di AC CD: & per tal cagione i quadrati di AD D B sono doppij de quadrati di AC C D. il che bisognaua dimostrare.*

B 2 D 5 C 5 A

## THEOREMA X.

**Se vn numero pari sia diuiso per mezo, & vi si aggiunga vn'altro numero, i due quadrati che si fanno dal tutto con l'aggiunto, & dall'aggiunto, sono doppij del quadrato che si fa dalla metà, & del quadrato fatto dalla metà con l'aggiunto, si come da un numero solo.**

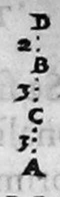
*Il numero pari A B sia diuiso per mezo in numeri A C C B, & aggiungasi ad esso vn'altro numero A D. Dico i quadrati di AD DB esser doppij delli quadrati di A C CD. percioche*

diui-

*diuidendosi il numero A D in numeri A B B D, saranno i quadrati di A D D B vguali al numero piano che si fa due volte da A D D B insieme col quadrato di A B. ma il quadrato di A B è vguale à quattro quadrati fatti da A C C B, conciosiacosa che A C sia vguale à C B. i quadrati dunque di A D D B sono vguali à quello che due volte si fa da A D D B, & à quattro quadrati di A C C B. Et perche quello che si fa da A D D B insieme col quadrato di C B è vguale al quadrato di C D, sarà quello che due volte si fa da A D D B insieme con due quadrati di C B, vguale à due quadrati di C D. adunque i quadrati di A D D B sono vguali à due quadrati di C D, & a due quadrati di A C, & però sono doppij delli quadrati di A C C D. & è il quadrato di AD quello che si fa da tutto'l numero con l'aggiunto; & il quadrato di D B quello che si fa dall'aggiunto: & il quadraro di C D quello che si fa dalla metà con l'aggiunto. il quadrato dunque fatto dal tutto con l'aggiunto insieme con quello che si fa dall'aggiunto, è doppio del quadrato fatto della metà insieme col quadrato che si fa dalla metà con l'aggiunto. & però se vn numero pari sia diuiso per mezo, & vi si aggiunga vn'altro numero, i due quadrati che si fanno dal tutto con l'aggiunto & dell'aggiunto sono doppij del quadrato che si fa dalla metà, & del quadrato fatto dalla metà con l'aggiunto si come da un numero solo. il che bisognaua dimostrare.*

7. de gli antecedenti.

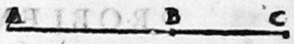
6 de gli antecedenti.




## *IL COMMANDINO.*

Ma quello che risponde all'vndecima del secondo libro, cioè diuidere vn numero di tal maniera, che il numero piano fatto dal tutto & da vna parte sia vguale al quadrato che si fa dall'altra parte, non si può fare in alcuu modo.

*Percioche, se esser può, diuidasi il numero A B in numeri A C C B, si che il numero piano fatto da A B B C sia vguale al quadrato di A C. quello dunque che si fa quattro volte da A B B C è quadruplo del quadrato di A C, & pero quel lo che si fa quattro volte da A B B C insieme col quadrato di A C è quintuplo del quadrato di A C. ma quello che si fa quattro volte da AB B C insieme col quadrato di A C è numero quadrato, essendo vguale al quadrato che si fa da tutto A B & dalla parte BC si come da vn numero solo, per l'ottauo theorema de gli antecedenti. & è quadrato quello che si fa da A C. adunque due numeri quadrati hanno fra loro la proportione che cinque ad vno il che non può essere. la onde vn numero non si diuide di tal maniera, che il numero piano fatto dal tutto & da vna parte sia vguale al quadrato che si fa dall'altra parte. il che bisognaua dimostrare.*



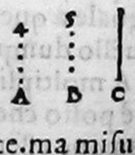

## THEOREMA XVI. PROPOSITIONE XVI.

### Se due numeri siano primi fra loro, non sarà come il primo al secondo, cosi il secondo ad vn'altro.

Siano due numeri A B primi fra loro. Dico che non è come A a B, cosi B ad vn'altro. percioche, se esser può, sia come A a B, cosi B a C: & sono A B primi. ma li primi sono anchor minori di tutti, & li minori vgualmente misurano quelli che hanno la medesima proportione, l'antecedente l'antecedente, & il conseguente il conseguente. adunque A misura B come l'antecedente l'antecedente. ma misura etiandio se stesso, & però A misura essi A B, che sono primi fra loro, il che è inconueniente. non è dunque come A à B, cosi B a C. & ciò bisognaua dimostrare.

23 del settimo

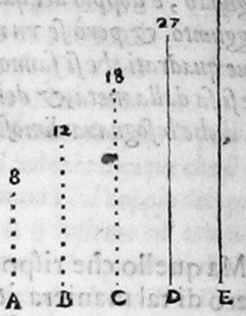
21. del settimo



## THEOREMA XVII. PROPOSITIONE XVII.

Se siano quanti numeri si vogliano continuatamente proportionali, gli estremi de quali siano primi fra loro, non sarà come il primo al secondo, così l'vltimo ad vn'altro.

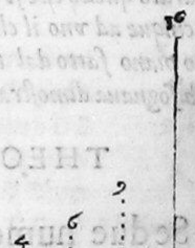
Siano quanti numeri si vogliano continuatamente proportionali A B C D, gli estremi de quali A D siano primi fra loro. Dico che non è come A à B, così D ad vn'altro. percioche se esser può sia come A à B, così D
23 del settimo ad E. adunque permutãdosi come A à D, così sarà B ad
21.del settimo E: & sono A D primi, ma li primi sono anchor minori di tutti, & li minori vgualmente misurano quelli c'han no la medesima proportione, l'antecedente l'antecedente, & il conseguente il conseguente. onde A misura B, & è come A a B, così B à C. & però anchor B mi-
12.com.not. sura C, & A medesimamente misura esso C. & perche è come B à C, così C a D, & B misura C; misurerà etiãdio C esso D ma A misura C. adunque misura anchor D, & misura se stesso. per la qual cosa A misura essi A D primi fra loro, che non può essere non è dunque come A à B, così D ad vn'altro. il che bisognaua dimostrare.

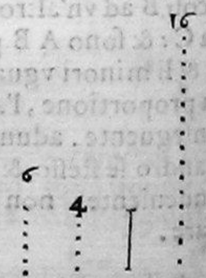



## PROBLEMA I. PROPOSITIONE XVIII.

Dati due numeri, considerare se ad essi si troui il terzo proportionale.

Siano dati due numeri A B, & bisogni considerare se ad essi si possa trouare il terzo proportionale. adunque A B ò sono primi fra loro, ò no. & se sono primi, già si è mostrato non potersi trouare il terzo proportionale ad essi. ma non siano A B primi fra loro: & B moltiplicando se stesso faccia C. adunque A ò misura C, ò non lo misura. misurilo prima per D. onde A moltiplicando D ha fatto C. ma etiandio B moltiplicando se stesso ha fatto C. quello dunque che si fa da A D è vguale à quello che si fa da B. & pero come A a B, così B a D: & ad essi A B si è trouato il terzo proportionale D. Ma non misuri A esso C. Dico ad essi A B non potersi trouare il terzo proportionale. percioche, se esser può, si sia trouato D. adunque quello che si fa da A D è vguale à quello che si fa da B. ma quello che si fa da B è C. quello dunque che si fa da A D è vguale à C. per la qual cosa A moltiplicando D ha fatto C, & A misura C per D. ma si è posto che non lo misura, che è inconueniente. non può dunque essere che ad essi A B si troui il terzo proportionale, quando A non misura C. il che bisognaua dimostrare.

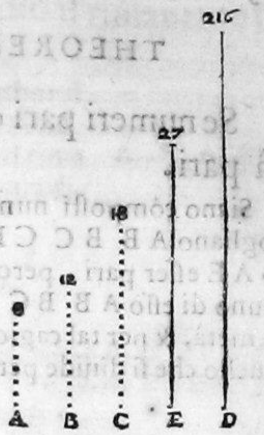


## PROBLEMA II. PROPOSITIONE XIX.

Dati tre numeri considerare se ad essi si possa trouare il quarto proportionale.

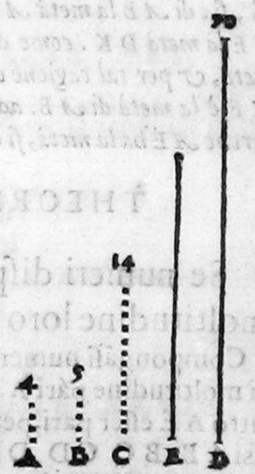
Siano dati tre numeri ABC, & bisogni considerare se ad essi trouar si possa il quarto proportionale. moltiplichi B esso C, & faccia D. adunque A ò misura D, ò nò. misurilo prima. Dico potersi trouare il quarto proportionale. percioche misurando A esso D, misurilo per l'vnità che sono in E. adunque A moltiplican do E ha fatto D. ma anchor B moltiplicando C ha fatto D. il numero dunque fatto da A E è vguale à quello 9. com. not.
che si fa da B C. & però come A à B, cosi è C ad E. ma 19. del settimo
non misuri A esso D. Dico ad essi A B C non potersi trouare il quarto proportionale. percioche se trouar si possa, trouisi, & sia E. adunque quello che si fa da A E 19. del settimo
è vguale a quello che si fa da B C. ma quello che si fa da B C à D. onde quello che si fa da A E è uguale à D, & però A moltiplicando E ha fatto D. adunque A misura D per E. ma non lo misura, che è inconueniente. la onde non può essere, che si troui il quarto proportionale ad essi A B C, quando A non misura D. il che bisognaua dimostrare.

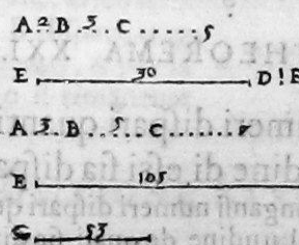



## THEOREMA XVIII. PROPOSITIO. XX.

I numeri primi sono più d'ogni proposta moltitudine de numeri primi.

Siano proposti i numeri primi A B C. Dico i numeri primi esser più che li A B C. piglisi il numero minore di tutti, misurato dalli A B C, & sia D E. & ad esso D E aggiungasi l'vnità D F. adunque E F ò è numero primo, ò no. sia primieramente primo. si sono dunque trouati i numeri primi A B C E F, quali sono piu che li A B C. ma non sia E F primo. adunque qualche primo lo misurerà. misurilo G. Dico G non essere il medesimo che vno delli A B C. percioche se sia il medesimo, & essi A B C misurano D E, misurerà G altresi D E. & misura E F. a- per l'antecedente.
dunque misurerà etiandio la rimanente vnita, essendo numero, che è incouueniente. la 13. com. not.
onde G non è il medesimo che vno di essi A B C, & si pone primo. si sono dunque trouati i numeri primi A B C G, quali sono piu che la proposta moltitudine di numeri primi A B C. il che bisognaua dimostrare.




## S C H O L I O.

*In questo theorema Euclide vuol dimostrare infiniti essere i numeri primi, percioche se i numeri primi sono piu d'ogni proposta moltitudi-*

*ne de numeri primi, è manifesto che sono infiniti. il che se così è, pare contrasti a quello che dicono i philosophi cioè, che le cose prime sono determinate & minori di numero. che diremo dunque? i numeri primi non essere principio de numeri, ma l'istessa vnita, la quale è ristretta & sola. adunque etiandio ne numeri ciò si serua. il principio non essere infinito, ma determinato.*

## THEOREMA XIX. PROPOSITIONE XXI.

Se numeri pari quanti si vogliano siano composti, il tutto sarà pari.

Siano composti numeri pari quanti si vogliano A B B C C D D E. Dico il tutto A E esser pari. percioche essendo ciascuno di esso A B B C C D D E pari, ha la metà, & per tal cagione anchor tutto A E hauerà la metà. ma il numero pari è quello che si diuide per mezo. adunque A E è pari. il che bisognaua dimostrare.

diff. 6:

## IL COMMANDINO.

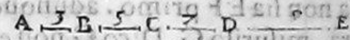
Et per tal cagione anchor tutto A E hauerà la metà] *perche ciascuno di loro la metà, sia di A B la metà A F & di B C la metà B G, & di C D la metà C H, & finalmente di D E la metà D K. come dunque A B alla sua metà A F, così è ciascuno de gli altri alla sua metà, & per tal cagione come A B ad A F, così tutti A E à tutti A F B G C H D K. ma A F è la metà di A B. adunque anchor A F B G C H D K sono la metà di tutto A E. & perche A E ha la metà, si diuiderà per mezo, & perciò sarà pari.*

12. del settimo

## THEOREMA XX. PROPOSITIONE XXII.

Se numeri dispari quanti si vogliano siano composti, & la moltitudine loro sia pari, il tutto sarà pari.

Compongasi numeri dispari quanti si vogliano di moltitudine pari A B B C C D D E. Dico il tutto A E esser pari. percioche essendo ciascuno di essi A B B C C D D E dispari, tratta da ciascuno l'vnità, sarà il rimanente parti, & il composto da essi similmente pari. & è pari la moltitudine dell'vnità. adunque il tutto sarà pari. il che bisognaua dimostrare.

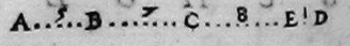


per l'antecedente.

## THEOREMA XXI. PROPOSITIONE XXIII.

Se numeri dispari quanti si vogliano siano composti, & la moltitudine di essi sia dispari; il tutto sarà dispari.

Componganſi numeri dispari quanti si vogliano, la moltitudine de quali sia dispari A B B C C D. Dico etiandio il tutto esser dispari. traggasi da C D l'vnità D E. adunque il rimanente A E è pari, & è pari A C. onde anchor il tutto A E sarà pari: & D E è l'vnità. adunque A D è dispari. il che bisognaua dimostrare.



21. di questo

*IL COMMANDINO.*

Et D E è l'vnità. adunque A D è dispari ] *percioche il numero dispari è differente dal pari per l'vnità.* 7. diff.

## THEOREMA XXII. PROPOSITIONE XXIIII.

Se dal numero pari si tragga il pari, etiandio il rimanente sarà pari.

Dal numero pari A B traggasi il pari B C. Dico anchor il rimanente C A esser pari. Perche essendo A B pari, ha la metà. & per la medesima ragione ha la metà B C. onde altresì il rimanente A C ha la metà. & però A C è pari. il che bisognaua dimostrare. *

A..6..C..4.B

*IL COMMANDINO.*

Onde altresi il rimanente A C ha la metà. ] *sia di A B la metà B D, & di C B la metà B E, sarà A B à B D, come C B à B E, & permutandosi A B à B C, come D B à B E, & diuidendosi A C à C B, come D E ad E B, & di nuouo permutandosi A C à D E, come C B à B E. ma B E è la metà di C B. onde anchor D E è la metà di A C. hauendo dunque A C la metà, si diuide per mezo; & percio è pari. il che bisognaua dimostrare.* *

A..3..D.1.C.2.E.2.B

## THEOREMA XXIII. PROPOSITIONE XXV.

Se dal numero pari si tragga il dispari, anchor il rimanente sarà dispari.

Dal numero pari A B traggasi il dispari B C. Dico etiandio il rimanente C A esser dispari. traggasi da B C l'vnità C D. onde D B è pari: & è pari A B. il rimanente dunque A D è pari: & C D è l'vnità. per la qual cosa C A è dispari. il che bisognaua dimostrare. per l'antecedente.

A..7..C.1.D..4.B

## THEOREMA XXIIII. PROPOSITIONE XXVI.

Se dal numero dispari si tragga il dispari, il rimanente sarà pari.

Dal numero dispari A B traggasi il dispari B C. Dico il rimanente C A esser pari. percioche essendo A B dispari, traggasi l'vnità B D. adunque il rimanente A D è pari, & per la medesima ragione è pari C D. onde etiandio il rimanente A C è pari. il che bisognaua dimostrare. 24. di questo.

A..4..C..6..D.1.B

## THEOREMA XXV. PROPOSITIONE XXVII.

Se dal numero dispari si tragga il pari, il rimanente sarà dispari.

Dal numero pari A B traggasi il pari B C. Dico il rimanente C A esser dispari.

24. di questo. traggasi l'vnita A D. adunque D B è pari. & è pari B C. onde il rimanente anchora C D è pari. & D A è l'vnita. per la qual cosa C A è dispari. il che bisognaua dimostrare.

A . D . 4 . C . 4 . B

## THEOREMA XXVI. PROPOSITIONE XXVIII.

Se'l numero dispari moltiplicando il pari produca qualche numero, il prodotto sarà pari.

Il numero dispari. A moltiplicando il pari B produca C. Dico C esser pari. perche A moltiplicando B ha prodotto C, il C si compone di tanti numeri vguali à B, quãte vnita sono in A & è B pari. adunque C si compone di numeri pari. ma se numeri pari quanti si
21. di questo. vogliano siano composto, il tutto sara pari. onde C è pari. il che bisognaua dimostrare.

3 4 12
A B C

## THEOREMA XXVII. PROPOSITIONE XXIX.

Se'l numero dispari moltiplicando il dispari produca qualche numero, il prodotto sarà dispari.

Il numero dispari A moltiplicando il dispari B produca C. Dico C esser dispari. perche A moltiplicando B ha prodotto C, il C si compone di tanti numeri vguali à B, quante sono l'vnita in A. & l'vno & l'altro A B è dispari. adunque C si compone di numeri di
23. di questo. spari, la moltitudine de quali è dispari. ma il numero che si compone di numeri dispari, de quali la moltitudine è dispari, anchor esso sara dispari. adunque C è dispari. il che bisognaua dimostrare.

3 5 15
A B C

## THEOREMA XXVIII. PROPOSITIONE XXX.

Se'l numero dispari misura il pari, misurerà anchor la metà.

Il numero dispari A misuri il pari B. Dico che misura anchor la meta. perche A misura B, misurilo per C. Dico C non essere
9. com. not. dispari. che se egli è possibile, sia dispari. & perche A misura B per C, A moltiplicando C ha fatto B. adunque B si compone di numeri dispari, la moltitudine de quali è dispari, & per tal cagione è dispari, che è inconueniente; percioche pari si pone. non è
* dunque C dispari. onde è pari, & A misura B parimente, & perciò misura etiandio la metà. il che bisognaua dimostrare.

3 4 12
A C B

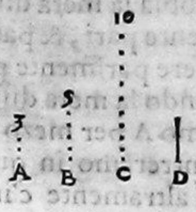
### SCHOLIO.

* Et perciò misura etiandio la metà] *percioche misurando A esso B per C, anchor C misurerà B per A. & l'vno & l'altro di loro C B ha la metà. adunque come C à B, cosi sarà la*
10. com. not. *metà alla metà. ma C misura B per A. onde anchor la metà di C misurerà la metà di B per*
10. com. not. *A. & però A moltiplicando la metà di C ha fatto la metà di B. adunque A misura la metà di B per la metà di C.*

## THEOREMA XXIX. PROPOSITIONE XXXI.

Se'l numero dispari sia primo à qualche numero, sarà etiandio primo al doppio di esso.

Il numero dispari A sia primo à qualche numero B, & sia C doppio di B. Dico A etiandio à C esser primo. percioche se A C non siano primi, qualche numero gli misurerà. misurigli, & sia D. & è dispari A. adunque anchor D è dispari. & perche D essendo dispari misura C, & C è pari, an- ✻ per l'antecedente.
chor D misurerà la meta di C. ma la metà di C è B. adunque D misura B, & misura etiandio A. onde D misura essi A B, che sono primi fra loro. il che non può essere. non è dunque uero, che A non sia primo à C. & però A C sono primi fra loro. il che bisognaua dimostrare.



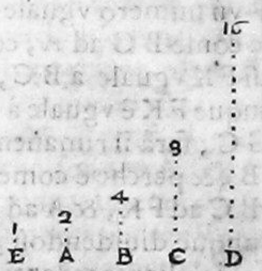

### SCHOLIO.

Et è dipari A. adunque anchor D è dispari] *perche A è dispari, & il numero D lo misura, come si pone, & D misura se stesso, sarà D dispari. conciosiacosa che'l numero dispari misuri i numeri dispari.* ✻

## THEOREMA XXX. PROPOSITIONE XXXII.

De numeri doppiati dal due, ciascuno è parimente pari solamente.

Dal due A doppiansi quanti numeri si vogliano B C D. Dico B C D essere parimente pari solamente. percioche ciascuno di essi B C D essere parimente pari, è manifesto, essendo doppiato dal due. Dico etiandio solamente. propongasi l'vnità E. perche dunque dall'vnità quanti numeri si vogliano sono continuatamente proportionali, & doppo l'vnità A è primo, niun'altro misurerà il maggior di tutti, cioè D, fuor che essi A B C. & è ciascuno di loro pari. adunque D è parimente pari solamente. nel medesimo modo dimostreremo anchor ciascuno di essi A B C essere parimente pari solamente. il che bisognaua dimostrare. 13 di questo.




## THEOREMA XXXI. PROPOSITIONE XXXIII.

Se vn numero ha la meta dispari, sarà parimente dispari solamente.

Il numero A habbia la metà dispari. Dico A essere parimente dispari solamente. percioche essere parimente dispari è chiaro; conciosiacosa, che la metà di esso essendo dispari, lo misuri parimente. Dico anchor solamente. perche se A sia etiandio parimente pari, la metà di esso sarà pari, & il numero pari per vn numero pari lo misurerà. adunque vn numero pari misura la metà di esso, essendo dispari, il che è inconueniente. la onde A è parimente dispari solamente.

A . . . . . . . . . . 10

## THEOREMA XXXII. PROPOSITIONE XXXIIII.

Se vn numero pari non sia doppiato dal due, ne habbia la meta dispari, è parimente pari, & parimente dispari.

A ......................... 24

Il numero A non sia doppiato dal due, ne habbia la meta dispari. Dico A essere & pari mente pari, & parimente dispari. percioche essere parimente pari, è manifesto, non hauendo la meta dispari. Dico etiandio essere parimente dispari. perche se segheremo A per mezo, & la sua metà per mezo, & ciò faremo sempre alla fine c'incontreremo in qualche numero dispari, che misurerà esso A per vn numero pari, altramente c'incontreremo nel due, & A dal due sarà doppiato, il che non si pone. adunque A etiandio è parimente dispari: & si è dimostrato essere parimente pari. è dunque A & parimente pari, & parimente dispari. il che bisognaua dimostrare.

## THEOREMA XXXIII. PROPOSITIONE XXXV.

Se siano quanti numeri si vogliano continuatamente proportionali, & dal secondo & dall'vltimo si traggano numeri vguali al primo, sarà come l'eccesso del secondo al primo, così l'eccesso dell'vltimo à tutti gli altri, che gli vanno innanzi.

A..2

B.2.G.2.C

D........8

E....8....L..4..K.2.H.2.F

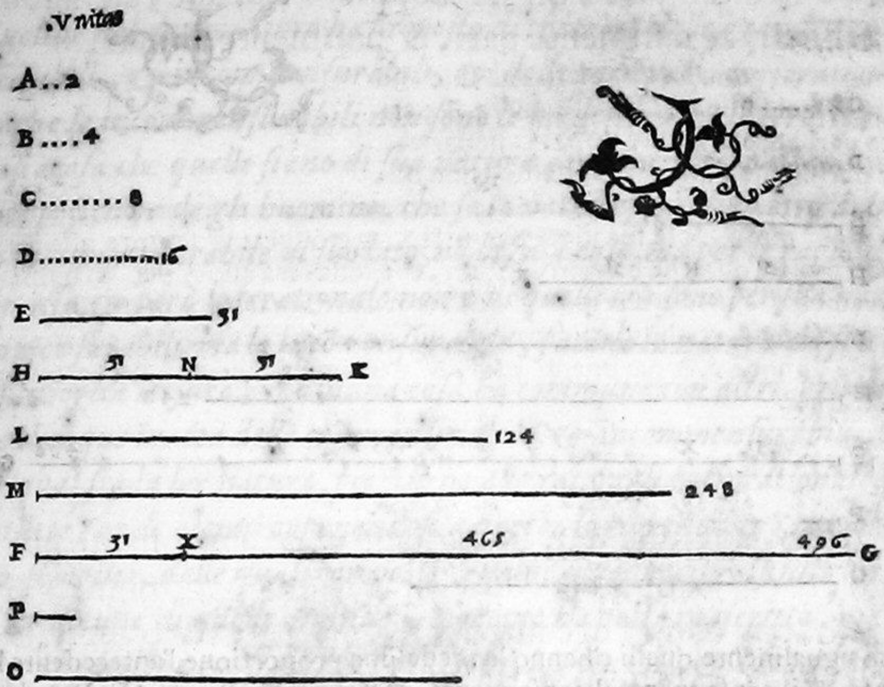
Siano quanti numeri si vogliano continuatamente proportionali A B C D E F, comminciando dal minore di tutti A. & traggasi da B C, & da E F vn numero vguale ad A, cioè G C H F. Dico che come B G ad A, così è E H ad A B C D. pongasi F K vguale à B C, & F L vguale à D. perche dunque F K è vguale à B C, de quali F H è vguale à G C, sarà il rimanente H K vguale al rimanente G B. & perche è come E F à D, così D à B C, & B C ad A, & è D vguale ad F L, & B C ad F K, & A ad F H; sarà come E F ad F L, così L F ad F K, & K F ad F H.
* adunque diuidendosi, come E L ad L F, così L K a K F, & K H ad H F. & come vno de gliantecedenti ad vno de conseguenti, così tutti gli antecedenti a tutti i conseguenti. è dunque come K H ad H F, così E L L K K H ad L F K F H F. & e K H vguale a B G, & F H vguale ad A, & L F K F H F vguali a D B C A. onde come B G ad A, così E H a D B C A. come dunque l'eccesso del secondo al primo, così l'eccesso dell'ultimo a tutti gli altri, che gli vanno innanzi. il che bisognaua dimostrare.

### *IL COMMANDINO.*

* Adunque diuidendosi come E L ad L F, così L K a K F, & K H ad H F] *per quello che noi habbiamo dimostrato alla 14 del settimo.*

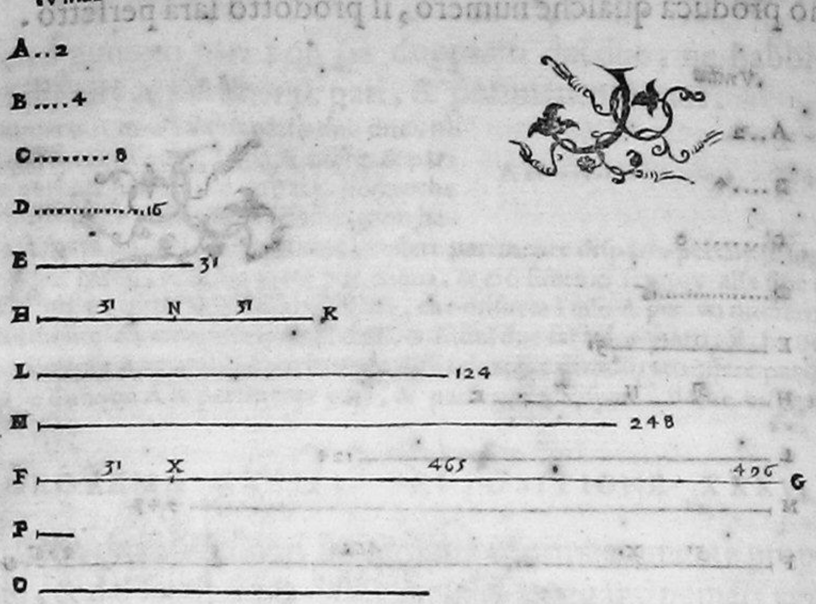
## THEOREMA XXXIIII. PROPOSITIONE XXXVI.

Se dall'vnita si propongano quanti numeri si vogliano continuatamente proportionali nella analogia doppia, sin tanto che tutto il composto si faccia primo, & il tutto moltiplicato nell'vl timo produca qualche numero, il prodotto sarà perfetto.




Propongasi dall'vnita quanti numeri si vogliano continuatamente proportionali nell'analogia doppia sin tanto che tutto'l composto si faccia primo A B CD. & al tutto sia vguale E, & E moltiplicando D faccia F G. Dico F G esser perfetto. Quanti sono di moltitudine A B C D, tanti se ne piglino da esso E nell'analo gia doppia, quali siano E HK L M. adunque per l'vgual proportione come A à 19. del settimo
D, cosi sara E ad M. & perciò quello che si fa da E D e vguale a quello che si fa da A M. ma quello che si fa da ED è FG. adunque F G si fa da A M. & però A molti 10. com. not.
plicando M ha fatto F G. onde M misura F G per l'vnità che sono in A. & A è due. adunque F G è doppio di M. & sono M L HK E continuatamente doppij fra loro & per tal cagione E HK L M FG sono continuatamente proportionali nell'analogia doppia. traggasi dal secõdo HK, & dall'vltimo FG un numero vguale per l'antecedente.
al primo E l'vno & l'altro H N F X. è dunque come l'eccesso del secondo numero al primo, cosi l'eccesso dell'ultimo à tutti gli altri che gli uanno innanzi. onde come N K ad E, cosi X G ad M L HK E. & N K è vguale ad E. adunque anchor X G è vguale ad esi M L HK E. ma etiandio F X è vguale ad E, & E vguale ad esi A B C D & all'vnità. tutto dunque F G è vguale ad esi E HK L M, & ad esi A B C D & all'vnità. & tutti misurano F G. Dico che niun'altro misura FG, fuor che esi A B C D E HK L M & l'vnità. percioche se esser può, qualche numero misuri F G, che sia O, & O non sia il medesimo, che alcuno di esi ABCDE HK 9 com. not.
L M. & quante volte O misura F G, tante vnita siano in P. adunque P moltipli- 19. del settimo
cando O ha fatto F G. ma etiandio E moltiplicando D ha fatto F G, & però come E à P, cosi O à D. & perche dall'vnità sono continuatamente proportionali 13. di questo.
A B C D, & doppo l'vnità A e primo, niun'altro misurerà D fuor che A B C; & si pone O non essere il medesimo che alcuno di esi A B C. adunque O non misu ra D. ma come O a D, cosi E a P. onde ne ancho E misurera P. & E e primo. ma ogni numero primo ad ogni numero, quale egli non misura, e primo. & però 31. del settimo
E P sono primi fra loro. ma li primi sono anchor minori di tutti, & li minori mi 23. del settimo 21. del settimo

surano




ſurano vgualmente quelli c'hanno la medeſima proportione, l'antecedente l'antecedente, & il conſeguente il conſeguente. & è come E a P, coſi O a D. adunque E vgualmente miſura O, & P miſuſa D. ma niun'altro miſura D fuor che A B C.
19.del ſettimo adunque P e il medeſimo che uno di eſsi A B C. ſia il medeſimo che B: & quanti ſono di moltitudine B C D, tanti ſi piglino da E, cioe E HK L & ſono E HK
19.del ſettimo L nella medeſima proportione che B C D. la onde per l'vgual proportione come B a D, coſi E ad L. quello dunque, che ſi fa da B L e vguale a quello, che ſi fa da D E. ma quello che ſi fa da D E e vguale a quello che ſi fa da P O. adunque quello che ſi fa da P O ſara vguale a quello che ſi fa da B L. & però come P a B, coſi e L ad O. & e P il medeſimo che B. per la qual coſa etiandio L ſara il medeſimo che O, il che non può eſſere, percioche O non ſi pone il medeſimo, che alcuno delli numeri propoſti. adunque niunaltro miſura F G, fuorche A B C D E HK L M, & l'vnita, & ſi e dimoſtrato F G vguale ad eſsi A B C D E HK L M & all'unita. & e il numero perfetto quello che e vguale a tutte le ſue parti. onde F G ſara perfetto. il che biſognaua dimoſtrare.

## IL FINE DEL NONO LIBRO.