DE GLI ELEMENTI DI EVCLIDE

LIBRO QVARTODECIMO

ET DE SOLIDI QVARTO

Come giudicano alcuni.

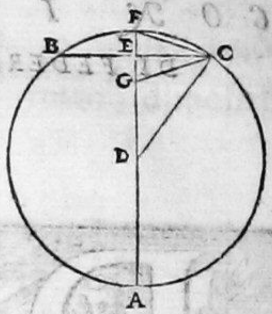
MA SECONDO ALCVNI ALTRI DI HYPSICLE ALESSANDRINO DELLI CINQVE CORPI LIBRO I.

CON I COMMENTARII DI FEDERICO COMMANDINO DA VRBINO.

BASILIDE tyrio ò Protarcho venendo in Aleſſandria, & eſſendo molto caro à noſtro padre, per la commune cognitione delle ſcienze mathematiche, nel tempo del peregrinaggio, pratticò lungamente con eſſo lui, & tal volta eſſaminando quello, che è ſtato ſcritto da Apollonio della comparatione del dodecaedro, & icoſaedro, che ſi deſcriuono nella medeſima ſphera, qual proportione habbiano fra loro, giudicorono ciò non eſſere ſtato ben trattato da Apollonio, & però hauendolo prima emendato, come mio padre diceua, ne fecero memoria. Ma io poi mi ſono abbattuto in un'altro libro mandato in luce da Apollonio, il quale dirittamẽte cõprendeua la dimoſtratione della coſa propoſta: & per la inueſtigatione di detto problema, ne preſi grandiſsimo piacere. quello che ha ſcritto Apollonio ogni vno facilmente lo può vedere, eſſendo nelle mani di tutti. ma quello, che noi habbiamo con gran ſtudio, per quanto ſi può penſare, compoſto, & accommodato mettendolo in ſcritto, ci è piacciuto, dedicarlo à te, come à quello, che per l'eccellente cognitione di tutte le ſcienze mathematiche, maſſimamente della geometria, ſei per eſſaminare prudentemente le coſe, che noi diremo, & per l'amicitia grande c'hai hauuto con mio padre, & per l'amor che mi porti sei per ascolre volentieri, questo mio libro. ma è già tempo che ponendo fine al proemio veniamo alla cosa proposta.

THEOREMA I. PROPOSITIONE II.

La linea retta, che dal centro del cerchio si tira perpendicolare al lato del pentagono, descritto nel medesimo cerchio, è la metà delli due lati, cioè del lato dell'hessagono, & del decagono, che nel medesimo cerchio si descriuono.



Sia il cerchio A B C, & descriuasi in esso il lato del pentagono equilatero B C: & piglisi il centro del cerchio D, & tirata la D E perpendicolare alla B C, prolunghisi per diritto alla D E, la linea retta E F. Dico la D E essere la metà dell'vno & l'altro lato, cioe del lato dell'hessagono, & del decagono, descritti nel medesimo cerchio. giunganси D C C F, & pongasi la E G vguale alla E F: & dal punto G al C tirisi la G C. perche dunque la circonferenza di tutto il cerchio, è quintupla della circonferenza B F C, & la A C F è la metà della circonferenza di tutto'l cerchio, & la F C la metà
A della B F C; sarà anchor la circonferenza A C F quintupla della circonferenza F C: & però la circonferenza
B A C, è quadrupla della C F: & come la A C alla C F, così è l'angolo A D C all'an-
C golo C D F. onde l'angolo A D C è quadruplo dell'angolo C D F. ma l'angolo A D C è doppio dell'angolo E F C. adunque etiandio l'angolo E F C è doppio
D dell'angolo G D C: & è l'angolo E F C vguale all'angolo E G C. l'angolo dunque
E E G C è doppio dell'angolo G D C: & però la D G è vguale alla G C. ma la G C è vguale alla C F. adunque la D G sarà vguale alla C F: & è la G E vguale alla E F: & però la D E è vguale ad amendue le E F F C. pongasi la D E cómune. l'vna in l'altra dunque D F F C è doppia della D E; & la D F è vguale al lato dell'hessagono, & la F C vguale al lato del decagono. adunque D E è la metà del lato dello hessagono, & del lato del decagono, descritti nel medesimo cerchio.

Onde è manifesto per li theoremi del terzodecimo libro, che la linea perpendicolare tirata dal centro del cerchio, al lato del triangolo equilatero è la metà del semidiametro del cerchio.

IL COMMANDINO.

A Sarà anchora la circonferenza A C F quintupla della circonferenza F C,] *per la 15 del quinto.*

B Et come la A C alla C F, così è l'angolo A D C all'angolo C D F,] *per l'ultima del sesto.*

C Ma l'angolo A D C, e doppio dell'angolo E F C] *per la 20 del terzo.*

D Et è l'angolo E F C vguale all'angolo E G C] *perciochе si è posta la F E vguale alla E G, & la E C commune all'vna & l'altra, & gli angoli nel punto E sono retti. la base dunque F C è vguale alla base C G, & il triangolo è vguale al triangolo, & gli altri angoli à gli*

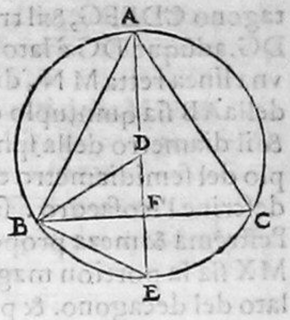
altri

altri angoli, à quali sono sottoposti i lati vguali, per la quarta del primo.

Et però la D G è vguale alla G C] *perche essendo l'angolo esteriore E G C vguale alli due interiori, & opposti G D C G D C, & doppio dello G D C, sarà l'angolo G C D vguale al l'angolo G D C, & però il lato D G è vguale al lato G C.* E 32. del primo. 6. del primo.

Onde e manifesto per li theoremi del decimoterzo libro, che la linea perpendicolare tirata dal centro del cerchio al lato del triangolo equilatero e la metà del semidiametro del cerchio. F

Sia il cerchio A B C, & descriuasi in esso il triangolo equilatero A B C, & preso il centro del cerchio D, da quello tirisi la D F perpendicolare alla B C, & prolunghisi nel punto E. Dico la D F, essere la metà della D E. giunganſi D B B E. & perche B E è lato dell'hessagono, come appare per la duodecima del decimoterzo libro: & però è vguale al semidiametro, saranno lo D B B E vguali fra loro: & i quadrati d'esse vguali. ma il quadrato della D B è vguale alli quadrati delle B F F D, & il quadrati della B E, vguale alli quadrati delle E F F E. adunque i quadrati delle B F F D sono vguali alli quadrati delle B F F E; & trattone il quadrato commune della B F, sarà il quadrato della D F vguale al quadrato della F E: & però la linea retta D F vguale alla F E. & la D F la metà della D E. il che bisognaua dimostrare. 47. del primo.



THEOREMA II. PROPOSITIONE II.

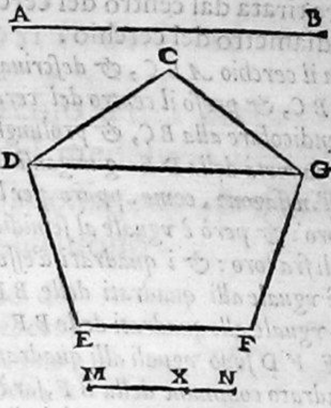
Il medesimo cerchio comprende il pentagono del dodecaedro &il triãgolo dell'icosaedro, descritti nella medesima sphera.

Questo è stato scritto da Aristero nel libro della comparatione delle cinque figure, & da Apollonio nella seconda editione della comparatione del dodecaedro & icosaedro, cioe come la superficie del dodecaedro alla superficie dell'icosaedro, così essere anchora il dodecaedro all'icosaedro, conciosia cosa che la perpendicolare tirata dal centro della sphera al pentagono del dodecaedro sia la medesima, che quella, che e tirata al triangolo dell'icosaedro. onde si deue dimostrare, che il medesimo cerchio comprende il pentagono del dodecaedro; & il triangolo dell'icosaedro descritti nella medesima sphera, posto innanzi questo.

Se nel cerchio sia descritto il pentagono equilatero, i quadrati, che si fanno dal lato del pentagono, & dalla linea retta sotto posta alli due lati del pentagono, sono quintupli del quadrato fatto dal semidiametro del cerchio.

Sia il cerchio ABC, & il lato del pentagono A C, & pigliſi il centro del cerchio D, & tirata la D F, perpendiculare alla AC prolunghisi ne punti BE, & giungasi AB. Dico i quadrati delle B A A C, essere quintupli del quadrato della D E. percioche giunta la A E, è lato del decagono: & perche la B E è doppia della E D, sarà il quadrato della B E quadruplo del quadrato della E D, & al quadrato della B E sono uguali i quadrati delle B A A E. adunque i quadrati delle B A A E, sono quadrupli del quadrato dell E D, & però i quadrati delle B A A E, & E D sono quintupli del quadrato della E D. ma i quadrati delle D E E A sono vguali al quadrato della A C. adunque i quadrati delle B A A C sono quintupli del quadrato della E D. 47. del primo.

Dimostrato questo si dimostrerà il medesimo cerchio comprendere il pentagono del dodecaedro, & il triangolo del icosaedro, descritti nella medesima sphera.



Propongasi il diametro della sphera A B, & in essa sphera descriuasi il dodecaedro & l'icosaedro, & sia vn pentagono del dodecaedro CDEFG, & vn triangolo dell'icosaedro KLH. Dico il medesimo cerchio comprendere il pẽtagono CDEFG, &il triangolo KLH, giungasi
B DG. adũque DG è lato del cubo, & propõgasi vna linea retta M N, di modo che il quadrato della A B sia quintuplo del quadrato della MN: & il diametro della sphera è in potẽza quintuplo del semidiametro del cerchio, dal quale si
C descriue l'icosaedro. seghisi la M N, secondo l'estrema & meza proportione nel punto X, & M X sia la portion maggiore. adunque M X, è lato del decagono. & perche il quadrato della
D A B è quintuplo del quadrato della MN, & triplo del quadrato della D G, saranno tre quadrati della D G vguali à cinque quadrati della
E M N; & come tre quadrati della DG à cinque quadrati della M N, cosi tre quadrati della C G à cinque quadrati della M X. adunque tre quadrati della C G sono vguali à cinque qua-
F drati della MX. ma cinque quadrati della K L sono vguali à cinque della MN, & à cinque della M X. onde cinque quadrati della K L, sono vguali à tre della D G, & à tre della G C. ma tre quadrati della D G, & tre della G C sono vguali à quindici quadrati del semidiametro del cerchio descritto d'in
G torno al pentagono C D E F G, essendosi prima dimostrato i quadrati delle D G G C essere quintupli del quadrato che si fa dal semidiametro del cerchio descritto d'intorno al pentagono C D E F G. & cinque quadrati della K L sono vguali à quindici quadrati del semidiametro del cerchio descritto d'intorno al triangolo
H K L H, percioche si è dimostrato il quadrato della K L essere triplo del quadrato del semidiametro del cerchio descritto d'intorno al triangolo K L H. adunque quindici quadrati del semidiametro del cerchio sono vguali à quindici quadrati del semidiametro del cerchio: & però il diametro è vguale al diametro. onde il medesimo cerchio comprende il pentagono del dodecaedro & il triangolo dell'icosaedro descritti nella medesima sphera.

IL COMMANDINO.

A Ma i quadrati delle D E E A sono vguali al quadrato della A C] *per la decima del decimoterzo libro.*

B Adũque DG è lato del cubo] *percioche segata la D G secõdo l'estrema & meza proportione, la portiõ maggiore sarà vguale al lato del pentagono C D per la 8. del decimoterzo. & se il lato del cubo sia segato secondo l'estrema, & meza proportione, la portion maggiore sarà lato del dodecaedro per lo corollario della decima settima del decimoterzo. ma C D si pone lato del dodecaedro. adunque D G è lato del cubo, perche se due linee rette siano segate secondo l'estrema & meza proportione, sarà tutta à tutta, come la maggior portione alla maggior portione. il che si dimostrerà in fine di questo libro.*

Seghisi la M N secondo l'estrema & meza proportione nel punto X, & M X sia C
la portion maggiore. adunque la M X è lato del decagono] *per le cose dette di sopra seguita, la M N essere semidiametro del cerchio, dal quale si descriue l'icosaedro, cioè il lato dell'hessagono. & se il lato dell'hessagono sia segato secondo l'estrema, & meza proportione, sarà la maggior portione il lato del decagono. Il che noi habbiamo dimostrato di sopra alla nona del decimoterzo libro.*

Et triplo del quadrato della D G] *per la decimaquinta del decimoterzo.* D

Et come tre quadrati della D G à cinque quadrati della M N, cosi tre quadrati E
della C G à cinque quadrati della M X] *perche la C G è portion maggiore della D G segata secondo l'estrema & meza proportione, & similmente la M X è maggiore portione della M N, & come tutta la D G à tutta la M H, cosi è la maggior portione della D G alla maggior portione della M N, il che si mostrerà di sotto.*

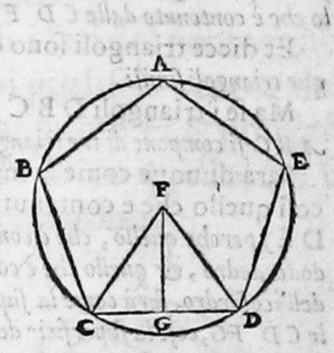
Ma cinque quadrati della K L sono vguali à cinque quadrati della M N, & à cin F
que della M X] *per la decima del decimoterzo, percioche la K L è lato del pentagono descritto nel cerchio, dal quale si descriue l'icosaedro, & il cui semidiametro è M N.*

Essendosi prima dimostrato] *cioè poco fa al principio di questo theorema.* G

Percioche si è dimostrato il quadrato della K L, essere triplo del quadrato del H
semidiametro del cerchio] *nella duodecima del terzo decimo libro.*

THEOREMA III. PROPOSITIONE III.

Se sia il pentagono equilatero, & equiangolo, & d'intorno ad esso vn cerchio, & dal centro del cerchio ad vn lato sia tirata la perpendiculare; quel che si contiene trenta volte, da vn lato, & dalla perpédiculare, è vguale alla superficie del dodecaedro.



Sia il pentagono equilatero & equiangolo A B C D E, & d'intorno ad esso il cerchio. piglisi il centro, & sia F: & dal punto F tirisi la F G perpendicolare al la C D. Dico quello che è contenuto trenta volte dal la C D F G essere vguale a dodeci pentagoni A B C D E. giunganst le C F F D. & perche quello, che è
contenuto dalle C D F G, è doppio del triangolo A
F C D, sarà quello, che è contenuto cinque volte dal le C D F G, vguale à dieci triangoli, & dieci trian
goli sono due pentagoni, & li loro settupli sono vgua B
li. quello dunque che è contenuto trenta volte dalle C D F G, è vguale à dodeci pentagoni. ma dodeci pentagoni sono la superficie del dodecaedro. adunque quello, che è contenuto trenta volte dalle C D F G, sarà vguale alla superficie del dodecaedro.

Similmente dimostreremo, che se sia il triangolo equilatero, come ABC, & d'intorno ad esso vn cerchio il cui centro D, & da D la perpendiculare D E, quello che si contiene trenta volte dalle B C D E, è vguale alla superficie dell'icosaedro.

Percioche quello che è contenuto dalle B C D E è doppio del triangolo D B C, saranno due triangoli vguali à quello che è contenuto dalle B C D E, & li loro tripli vguali.

adunque

adunque sei triangoli come D B C, sono vguali à tre rettangoli contenuti dalle B C D E. ma sei triangoli D B C, sono vguali à due triangoli A B C, & li decupli loro. adunque quello che è contenuto trenta volte dalle B C D E, è vguale à vinti triangoli A B C, cioè alla superficie dell'icosaedro. sarà dunque come la superficie del dodecaedro alla superficie del icosaedro, così quello che è contenuto dalle C D F G à quello che è contenuto dalle B C D E.

C
D

COROLLARIO.

Da questo appare, che come la superficie del dodecaedro alla superficie dell'icosaedro, così è quello che si contiene dal lato del pentagono, & dalla linea perpendicolare, che si tira dal centro del cerchio descritto d'intorno al pentagono sopra esso lato, à quello che si contiene dal lato dell'icosaedro, & dalla perpendicolare tirata dal centro del cerchio descritto d'intorno al triangolo sopra il detto lato, essendo il dodecaedro, & icosaedro descritti nella medesima sphera.

IL COMMANDINO.

A Et perche quello che è contenuto dalle CD FG, e doppio del triangolo FCD] *per la quadragesima prima del primo, dal che seguita, i due triangoli FCD essere vguali à quello che è contenuto dalle C D F G.*

B Et diece triangoli sono due pentagoni] *percioche ciascuno pentagono, contiene cinque triangoli simili.*

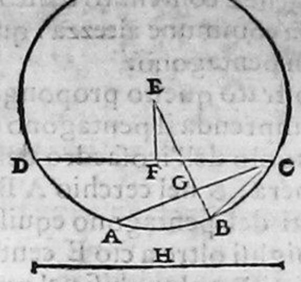
C Ma se i triangoli D B C, sono vguali à due triangoli A B C] *perche il triangolo A B C si compone di tre triangoli D B C.*

D Sarà dunque come la superficie del dodecaedro alla superficie dell'icosaedro, così quello che e contenuto dalle C D F G, à quello che e contenuto dalle B C D E] *perche quello, che è connenuto trenta volte dalle C D F G è vguale alla superficie dal dodecaedro, & quello che è contenuto trenta volte dalle B C D E, è vguale alla superficie dell'icosaedro, sarà come la superficie del dodecaedro à quello che è contenuto trenta volte dalle C D FG, così la superficie dell'icosaedro à quello che è contenuto trenta volte dalle BC DE, & permntandosi come la superficie del dodecaedro alla superficie del icosaedro, così quello che è contenuto trenta volte dalle C D F G, à quello che è trenta volte contenuto dalle B C D E. ma come quello che è contenuto trenta volte dalle C D F G à quello che è contenuto trenta volte dalle B C D E, così quello, che è contenuto vna uolta dalle C D F G à quello che è contenuto vna volta dalle B C D E, per la decima quinta del quinto. come dunque la superficie del dodecaedro alla superficie dell'icosaedro, così quello, che è contenuto dalle C D F G, à quello che è contenuto dalle B C D E.*

THEOREMA IIII. PROPOSITIONE IIII.

Dimostrato questo, bisogna dimostrare, come la superficie del dodecaedro alla superficie dell'icosaedro, così essere, il lato del cubo al lato dell'icosaedro.

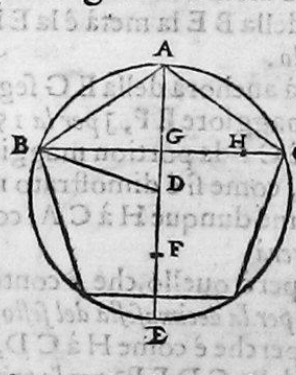
Propongasi il cerchio A B C, che comprenda il pentagono del dodecaedro, &



il triangolo dell'icosaedro, descritti nella medesima sphera, & in esso descriuasi del triangolo equilatero il lato C D, & del pentagono A C: & preso il centro del cerchio E da esso tirinsi le E F E G, perpendicolari alle DC CA: & prolunghisi per il diritto alla E G, la linea retta G B, & giungasi B C, & propongasi il lato del cubo H. Dico come la superficie del dodecaedro alla superficie dell'icosaedro, così essere H à C D. peroche segata l'vna, & l'altra insieme E B B C, secondo l'estrema, & A
meza proportione, la portion maggiore è la E B, & la metà dell'vna & l'altra è la E G, & della B E la metà è la E F; sarà anchora della E G, segata secondo l'estrema & C B
meza proportione, la portion maggiore E F: & è C A la portion maggiore di H D
segata secondo l'estrema, & meza proportione, come si è dimostrato nel dode- E
caedro. come dunque H à C A, così è G E ad E F: & però quello, che è contenu- G F
to dalle H F E è vguale al contenuto dalle C A E G. & perche è come H à CD, così quello che è contenuto dalle H E F, al contenuto dalle C D E F, & à quel- H
lo che è contenuto dalle H E F, è vguale il contenuto dalle C A E G; sarà come K
H à C D, così il contenuto dalle C A E G, à quello, che è contenuto dalle C D E F, cioè come la superficie del dodecaedro alla superficie dell'icosaedro, così H à C D. L

Dimostreremo altramente, come la superficie del dodecaedro alla superficie dell'icosaedro, così essere il lato del cubo al lato dell'icosaedro, mettendo innanzi questo.

Sia il cerchio ABC, & in esso descriuansi i lati del pentagono equilatero A B A C, & giungasi B C: poi piglisi il centro del cerchio D, & giunta A D, prolunghisi sino al punto E; & pongasi D F la metà di A D, & G C tripla di C H. Dico quello, che si contiene dalle A F B H, essere vguale al pentagono.



Giungasi B D, & perche la A D è doppia della D F, sarà la F A sesquialtera della A D. similmente perche la G C è tripla della C H, sarà la G H doppia della H C. è dunque la C G, sesquialtera della GH. onde come la F A alla AD, così la C G alla G H: & però quello, che è contenuto dalle A F G H è vguale à quello, che è con- 16. del sesto.
tenuto dalle A D C G. ma la C G è vguale alla G B. adunque quello, che è cōtenuto dalle AD B G è vguale à quello, che è contenuto dalle AF M
G H, & il contenuto dalle A D B G è due triangoli, come A B D. quello dunque che e contenuto dalle A F G H, e due triangoli A B D. onde cinque rettangoli contenuti dalle A F G H, sono diece triangoli, & diece triangoli sono due pentagoni. adunque cinque rettangoli contenuti dalla A F G H, sono vguali à due pentagoni. & perche la G H e doppia della H C, sara il contenuto dalle A F G H doppio di quello, che e contenuto dalle A F H C. due rettangoli dunque contenuti dalle A F H C, sono vguali ad vno, che e contenuto dalle A F G H: & li quintupli loro. per la qual cosa diece rettangoli contenuti dalle A F H C sono vguali a cinque contenuti dalle A F

N G H, cioe a due pentagoni. adunque cinque rettangoli contenuti dalle AF HC sono vguali ad vn pentagono, & cinque contenuti dalle A F H C, sono vguali a quello, che e contenuto dalle A F B H, perche la B H e quintupla della H C, & A F e la commune altezza. quello dunque che e contenuto dalle A F B H e vguale ad vn pentagono.

Dimostrato questo propongasi hora il cerchio, che comprenda il pentagono del dodecaedro, & il triangolo dell'icosaedro descritti nella medesima sphera; & nel cerchio A B C descriuansi B A A C lati del pentagono equilatero: & giungasi B C. piglisi oltre a ciò E centro del cerchio, & giunta A E prolunghisi nel punto F; & sia la A E doppia della E G, & la K C tripla della C H. & per

O G, tirisi la D M perpendicolare alla A F. adunque D M e lato del triangolo equilatero, & e equi

P latero il triangolo A D M. & perche il rettangolo

Q contenuto dalle A G B H, e vguale al pentagono, & il contenuto dalle A G D e vguale al triangolo A D M; sara come il rettangolo contenuto dalle A G B H,

R al rettangolo A G D, cosi il pentagono al triangolo. ma come il rettangolo con

S tenuto dalle A G B H al rettangolo A G D, cosi B H a D G. & come dunque dodici B H a vinti D G, cosi dodici pentagoni a venti triangoli, cioe la superficie

T del dodecaedro alla superficie dell'icosaedro. & dodeci B H sono diece B C, percioche B H e quintupla di H C, & B C sestupla di C H. onde dodici B H son vguali a diece B C, & vinti D G sono dieci D M, conciosiacosa, che D M sia dop

V pia di D G. come dunque dieci B C a dieci D M, cioe come B C a D M, cosi la

X superficie del dodecaedro alla superficie dell'icosaedro. & B C e lato del cubo & D M lato dell icosaedro. adunque come la superficie del dodecaedro alla superficie dell'icosaedro, cosi B C a D M, cioe il lato del cubo al lato del icosaedro.

IL COMMANDINO.

A Perche segata l'vna, & l'altra insieme E B B C secondo l'estrema, & meza proportione, la portion maggiore e la E B] *per la nona del terzodecimo.*

B Et la metà dell'vna & l'altra è la E G] *per la prima di questo.*

C Et della B E la metà è la E F] *per le cose che habbiamo dimostrato al fine della prima di questo.*

D Sarà anchora della E G segata secondo l'estrema, & meza proportione la portion maggiore E F,] *per la 15. del quinto.*

E Et è C A la portion maggiore di H segata secondo l'estrema, & meza proportione, come si è dimostrato nel dodecaedro] *nella 17. del terzodecimo.*

F Come dunque H à C A, cosi è G E ad E F] *questo esser cosi al fine di questo libro si dimostrerà.*

G Et però quello, che è contenuto dalle H F E è vguale al contenuto dalle C A E G] *per la decimasesta del sesto.*

H Et perche è come H à C D, cosi quello, che è contenuto dalle H E F al contenuto dalle C D E F] *per la prima del sesto.*

K Et à quello, che è contenuto dalle H E F è vguale il contenuto dalle C A E G] *il che poco fa si è dimostrato.*

L Cioe come la superficie del dodecaedro alla superficie dell'icosaedro, cosi H à C D] *percioche di sopra si è dimostrato, che come la superficie del dodecaedro alla superficie dell'icosaedro, cosi è quello, che è contenuto dalle C A E G à quello, che è contenuto dalle C D E F.*

M Et il contenuto dalle A D B G è due triangoli come A B D] *cioè il contenuto dal-*

le A D B G è vguale à due triangoli A B D, percioche è doppio del triangolo A B D, per la 41 del primo libro.

Et cinque contenuti dalle A F H C sono vguali à quello, che è contenuto dalle A F B H perche la B H è quintupla della H C, & A F è la commune altezza] *per la prima del sesto.*

Adunque D M è lato del triangolo equilatero] *percioche la perpendicolare tirata, dal centro del cerchio, al lato del triangolo equilatero, è la metà del semidiametro del cerchio come noi habbiamo dimostrato alla fine della prima di questo.*

Et perche il rettangolo contenuto dalle A G B H è vguale al pentagono] *per quello, che ha dimostrato poco di sopra.*

Et contenuto dalle A G D è vguale al triangolo A D M] *per le cose che si sono dimostrate nella quadragesimaseconda del primo.*

Et come il rettangolo contenuto dalle A G B H al rettangolo AGD, cosi BH a D G] *percioche i parallelogrammi, che hanno la medesima altezza sono fra loro come le basi, per la prima del sesto.*

Et come dunque dodici B H à venti D G, cosi dodici pentagoni à venti triangoli] *percioche dalle cose sopradette segue, che come B H à D G, cosi è il pentagono al triangolo.*

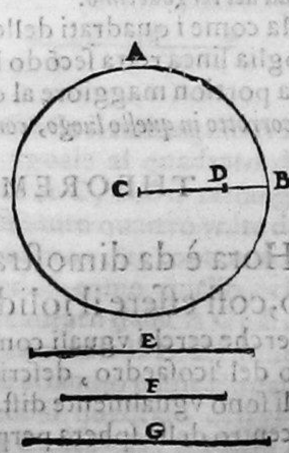
Et dodeci B H sono dieci B C percioche B H è quintupla di H C, & B C sestupla di C H] *percioche essendo B H quintupla di H C & B C sestupla della medesima H C, hauerà H B à B C quella proportione, che ha cinque à sei. ma cinque moltiplicando dodici fa 60, & sei moltiplicando dieci fa similmente 6 0. adunque dodici B H sono vguali à dieci B C.*

Cioe come B C à D M] *per la 15 del quinto.*

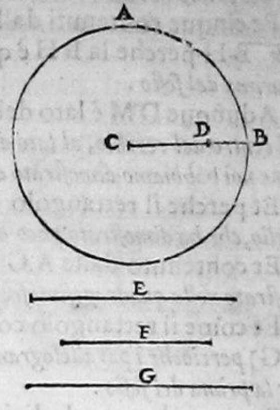
Et B C è lato del cubo] *questo è stato dimostrato da noi di sopra nella seconda di questo libro.*

THEOREMA V. PROPOSITIONE V.

Bisogna dimostrare, che segata qual si voglia linea retta secondo l'estrema, & meza proportione, qual proportione ha quella, che può il quadrato di tutta la linea, & della portion maggiore à quella, che può il quadrato di tutta, & della portion minore, la medesima hà il lato del cubo al lato dell'icosaedro.



Sia il cerchio A B, che comprenda il pentagono del dodecaedro, & il triangolo dell'icosaedro, descritti nella medesima sphera: & piglisi il centro del cerchio C, & da esso prolunghisi vna linea retta C B in qual si voglia modo, & seghisi, secondo l'estrema, & meza proportione nel punto D, di modo, che C D sia la portion maggiore. onde C D è lato del decagono, descritto nel medesimo cerchio. Propongasi il lato dell'icosaedro E, del dodecaedro F, & del cubo G. adunque E sarà lato del triangolo equilatero F, del pentagono descritto nel medesimo cerchio, & F è la portion maggiore di G. & perche E è vguale al lato del triangolo equilatero, & il lato del triangolo equilatero è in potenza triplo de B C, sarà il quadrato di E triplo del quadrato di B C: & i quadrati delle C B B D sono tripli del quadrato di C D: & permutandosi. come dunque il quadrato di E à quadrati delle C B B D, cosi il quadrato di B C al quadrato di C D. ma come il quadrato di B C al quadrato di C D, così è il quadrato di G al quadrato di F, percioche F è la maggior portione di G. come dunque il quadrato di E à quadrati delle C B B D, così il quadrato di G al quadrato di F: & permutandosi, & conuertendosi. adunque come il quadrato di G al quadrato di E, così il quadrato di F à quadrati delle C B B D. ma al quadrato di F sono vguali i quadrati delle B C C D, percioche il lato del pentagono



E può il lato dell'hessagono, & del decagono. come dunque il quadrato di G al quadrato di E, così i quadrati delle B C C D à quadrati delle C B B D.

F ma come i quadrati delle B C C D à quadrati delle C B B D, così segata qual si voglia linea retta secondo l'estrema, & meza proportione, il quadrato di tutta, & della portion maggiore al quadrato di tutta, & della portion minore. onde come il quadrato di G al quadrato di E, così segata qual si voglia linea retta secondo l'estrema & meza proportione, il quadrato di tutta, & della portion maggiore al quadrato di tutta, & della portion minore. & è G lato del cubo, & E dell'icosaedro. se dunque la linea retta sgaeta secondo l'estrema & meza proportione, sarà come quella, che può tutta la linea & la portion maggiore à quella, che può tutta & la portion minore, così il lato del cubo al lato dell'icosaedro, descritti nella medesima sphera.

IL COMMANDINO.

A Onde C D è lato del decagono] *percioche se il lato dell'hessagono sia segato secondo l'estrema, & meza proportione, la portion maggiore è lato del decagono descritto nel medesimo cerchio, come di sopra habbiamo dimostrato, alla nona del decimoterzo.*

B Et F è la portion maggiore di G] *per lo corollario della decimasettima del terzodecimo, cioe segata essa G secondo l'estrema, & meza proportione.*

C Et il lato del triangolo equilatero è in potenza triplo di B C] *per la duodecima del terzodecimo.*

D Et i quadrati delle C B B D sono tripli del quadrato di C D] *per la quarta del terzodecimo.*

E Percioche il lato del pentagono può il lato dell'hessagono & decagono] *per la decima del terzodecimo.*

F Ma come i quadrati delle B C C D à quadrati delle C B B D, così segata qual si voglia linea retta secodo l'estrema & meza proportione il quadrato di tutta, & della portion maggiore al quadrato di tutta, & della portion minore.] *il testo greco è corrotto in questo luogo, come appare nella tradottione latina.*

THEOREMA VI. PROPOSITIONE VI.

Hora è da dimostrare come il lato del cubo al lato dell'icosaedro, così essere il solido del dodecaedro al solido dell'icosaedro.

A Perche cerchi vguali comprendono il pentagono del dodecaedro, & il triangolo dell'icosaedro, descritti nella medesima sphera, & nelle sphere i cerchi vguali sono vgualmente distanti dal centro, conciosiacosa che le linee rette tirate

B dal centro della sphera perpendiculari sopra i piani de cerchi siano vguali, & caggiano ne centri de cerchi; saranno le linee, che si tirano dal centro della sphera al centro del cerchio, che comprende il pentagono del dodecaedro, & il triangolo dell'icosaedro, vguali fra loro, cioè esse perpendiculari, & però le pyramidi, che

hanno

hanno per basi i pentagoni del dodecaedro, & i triangoli dell'icosaedro sono vgualmente alte, & le pyramidi vgualmente alte fra loro sono come le basi. adun C
que come il pentagono al triangolo, cosi la pyramide, la cui base è'l pentagono del dodecaedro & la cima il centro della sphera alla pyramide, la cui base è il triangolo dell'icosaedro, & la cima il centro della sphera. adunque come dodici pentagoni à venti triangoli, cosi dodici pyramidi c'hanno le basi pentagonali, à venti pyramidi c'hanno le basi triangolari. ma dodici pentagoni sono la superficie del dodecaedro, & uenti triangoli la superficie dell'icosaedro. come dunque la superficie del dodecaedro alla superficie dell'icosaedro, cosi sono dodici pyramidi c'hanno le basi pentagonali à venti pyramidi c'hanno le basi triangolari, & le dodeci pyramidi c'hanno le basi pentagonali, sono il solido del dodecaedro, & le venti pyramidi c'hanno le basi triangolari sono il solido dell'icosaedro. la onde come la superficie del dodecaedro alla superficie dell'icosaedro, cosi è il solido del dodecaedro al solido dell'icosaedro: & come la superficie del dodecaedro alla superficie dell'icosaedro, cosi si è dimostrato, essere il lato del cubo al lato dell'icosaedro. adunque come il lato del cubo al lato dell'icosaedro, cosi è il solido del dodecaedro al solido dell'icosaedro.

IL COMMANDINO.

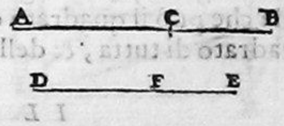
Et nelle sphere i cerchi vguali sono vgualmente distanti dal centro] *per la sesta* A
propositione del primo libro delli spherici di Theodosio.

Et caggiano ne cẽtri de cerchi] *per lo secõdo corollario della prima del medesimo libro.* B

Et le pyramidi vgualmente alte fra loro sono come basi] *per la quinta, & sesta* C
del duodecimo.

THEOREMA VII. PROPOSITIONE VII.

Ma se due linee rette siano segate secondo l'estrema, & meza proportione, quelle essere nella soggetta analogia, cosi dimostreremo.



Seghisi la A B secondo l'estrema & meza proportione nel punto C, la cui portion maggiore sia A C. & similmente la D E seghisi nel punto F secondo l'estrema & meza proportione, dimodo che D F sia la portion maggiore. Dico come tutta la A B alla portion maggiore A C, cosi essere tutta la D E alla maggior portione D F. percioche essendo il rettangolo A B C vguale al quadrato della A C, & il rettangolo D E F vguale al quadrato della D F, sarà come il rettangolo A B C al quadrato della A C, cosi il rettangolo D E F al quadrato della DF. & come il rettangolo contenuto quattro volte delle A B B C, al quadrato della A C, cosi quello, che è quattro volte contenuto dalle D E E F, al quadrato della D F; & componendosi come quello, che è quattro volte contenuto dalle A B B C, insieme col quadrato della A C, al quadrato della A C, cosi quello, che è quattro volte contenuto dalle D E E F insieme col quadrato della D F al quadrato della D F. adunque etiandio come il quadrato dell'vna & l'altra A B B C al quadrato della A C, cosi il quadrato dell'vna & A
l'altra D E E F, al quadrato della D F. & in lunghezza come l'vna, & l'altra A B B
B C alla A C, cosi l'vna & l'altra D E E F alla D F; & componendosi come l'vna, & l'altra A B B C insieme con la A C alla A C, cioè due A B alla A C, cosi

l'vna, & l'altra D E E F insieme con la D F, cioè due D E alla D F: & la metà de gli antecedenti, cioe come la A B alla A C, così la D E alla D F.

COROLLARIO.

Dimostrato dunque questo, cioè segata qual si voglia linea retta secondo l'estrema, & meza proportione, qual proportione ha quella, che puo il quadrato di tutta la linea, & della portion maggiore à quella, che puo il quadrato di tutta, & della portion minore, la medesima ha il lato del cubo al lato dell'icosaedro; & dimostrato questo anchora, che come il lato del cubo, al lato dell'icosaedro, così è la superficie del dodecaedro alla superficie dell'icosaedro, descritti nella medesima sphera; & oltre a ciò, essendosi conosciuto, che come la superficie del dodecaedro alla superficie dell'icosaedro, così è il dodecaedro, all'icosaedro; percioche il medesimo cerchio comprende il pentagono del dodecaedro, & il triangolo dell'icosaedro: è manifesto, che se nella sphera sia descritto il dodecaedro, & l'icosaedro, haueranno fra loro la medesima proportione, che segata la linea retta secondo l'estrema & meza proportione, ha quella, che puo il quadrato di tutta la linea, & il quadrato della portion maggiore à quella, che può il quadrato di tutta, & della portion minore.

Percioche essendo come il dodecaedro all'icosaedro, così la superficie del dodecaedro alla superficie dell'icosaedro, cioè il lato del cubo al lato dell'icosaedro, & come il lato del cubo al lato dell'icosaedro, così segata qual si voglia linea retta secoda l'estrema & meza proportione, quella che puo il quadrato di tutta, & della portion maggiore à quella, che puo il quadrato di tutta, & della portion minore: sarà come il dodecaedro all'icosaedro descritti nella sphera medesima, così segata qual si voglia linea retta secondo l'estrema, & meza proportione, quella che può il quadrato di tutta, & della porrion maggiore à quella, che può il quadrato di tutta, & della portion minore.

IL COMMANDINO.

A Adunque etiandio come il quadrato dell'vna & l'altra A B B C al quadrato della A C, così il quadrato dell'vna, & l'altra D E E F al quadrato della D F] *per l'ottaua del secondo, percioche quello, che è quattro volte contenuto dalle A B B C insieme col quadrato della A C è vguale al quadrato di A B B C come di vna linea. & similmente quello, che è contenuto quattro volte dalle D E E F insieme col quadrato della D F è vguale al quadrato di D E E F come d'vna linea.*

B Et longhezza come l'vna, & l'altra A B B C alla A C, così l'vna, & l'altra D E E F alla D F] *per la vigesima seconda del sesto.*

C La medesima ha il lato del cubo al lato dell'icosaedro] *per la quinta di questo.*

D Così è la superficie del dodecaedro, alla superficie dell'icosaedro, descritti nella medesima sphera] *per la quarta di questo.*

E Così il dodecaedro all'icosaedro] *per la sesta di questo.*

IL FINE DEL QVARTO DECIMO LIBRO