

Forze

Legge di Gravitazione Universale

Una forza di attrazione ***gravitazionale*** agisce tra due corpi rispettivamente di massa M_1 ed M_2 , separati da una distanza R tra i loro centri. Questa forza è direttamente proporzionale al prodotto delle masse ed è inversamente proporzionale al quadrato della distanza che li separa.

Quando ero ragazzo, passavo molte delle tiepidi notti d'estate a guardare le stelle. Vivevo in campagna, e il panorama comprendeva milioni di piccoli punti luminosi, che ammiccavano provocatoriamente. Malgrado passassi ore ad ammirare le stelle, non avevo mai notato che alcune erano doppie: due stelle molto vicine che girano una intorno all'altra, come i pianeti girano intorno al sole.

Tuttavia, quando lo imparai all'università, divenne cosa chiara. Una delle stelle del Gran Carro è chiaramente una doppia (una binaria), una volta che sai cosa guardare noterai questa caratteristica.



Gran Carro

Non è assolutamente chiaro come si formino le binarie, può essere che una stella venga "intrappolata" da un'altra nel suo vagare per la galassia. Se la risposta è "intrappolata", qual è l'attrazione gravitazionale tra due oggetti di massa così grande come le stelle?

L'attrazione gravitazionale tra due oggetti si calcola con la formula

$$F_g = G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{r^2}$$

dove G è chiamata **costante di gravitazione** e vale:

$$G := 6.6732 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{\text{newton m}^2}{\text{kg}^2}$$

M_1 e M_2 sono le masse dei due oggetti che si attraggono, e r è la distanza tra di loro.

Progettiamo un sistema binario composto da una stella come il nostro Sole ed una stella come Sirio (la stella più luminosa nei nostri cieli):

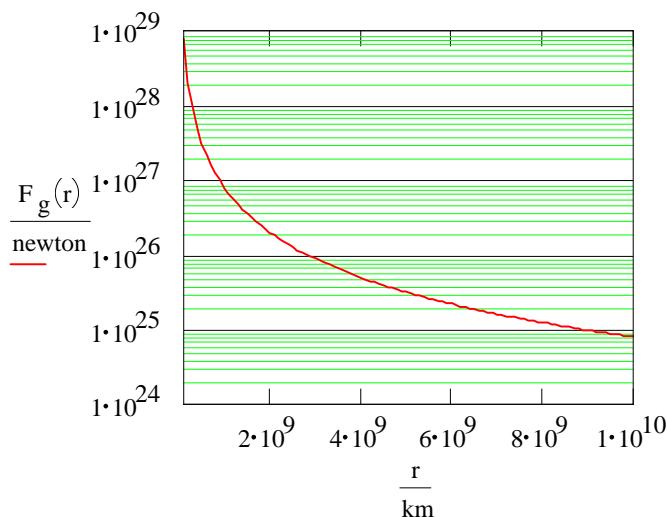
$$M_{\text{sole}} := 1.99 \cdot 10^{30} \cdot \text{kg}$$

$$M_{\text{sir}} := 3 \cdot M_{\text{sole}}$$

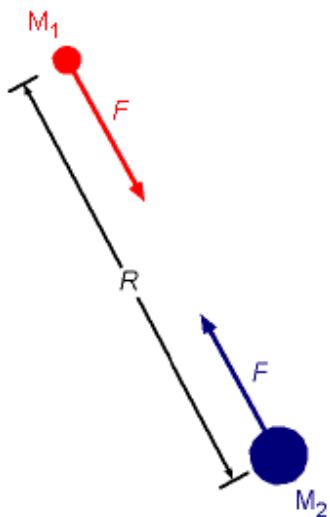
Vediamo come varia l'attrazione gravitazionale tra due masse del genere in funzione della distanza tra di essi:

$$F_g(r) := \frac{G \cdot M_{\text{sole}} \cdot M_{\text{sir}}}{r^2}$$

$$r := 100 \cdot 10^6 \cdot \text{km}, 200 \cdot 10^6 \cdot \text{km}, \dots 10000 \cdot 10^6 \cdot \text{km}$$



Queste sono forze molto grandi e, come si nota dal grafico precedente, il loro valore cade rapidamente all'aumentare della distanza. La forza di gravitazione è infatti inversamente proporzionale al quadrato della distanza tra i due corpi, ciò significa che, dividendo una quantità per un numero molto grande, il valore della forza diminuisce molto velocemente. Cosa succede se si cambiano i valori delle masse? Se ambedue avessero avuto la massa del Sole? Se ambedue avessero avuto la massa di Sirio?

Variabili

Massa del corpo1 :

M_1

Massa del corpo2:

M_2

Distanza tra i corpi:

R

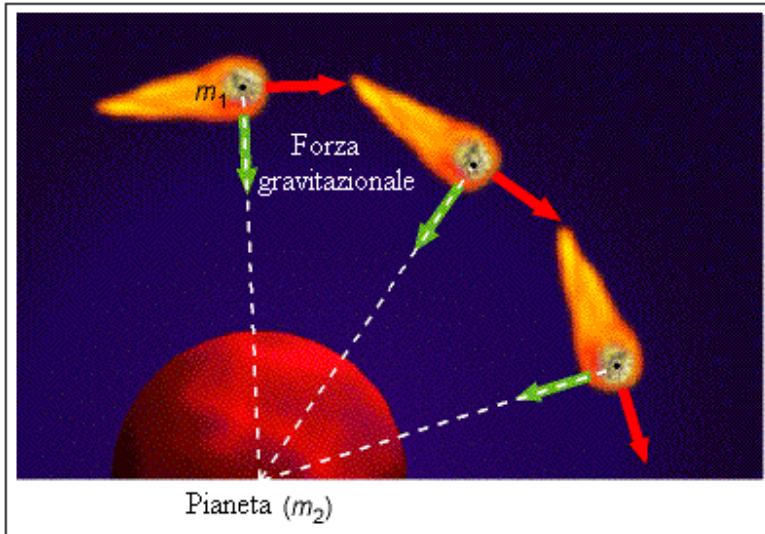
Costante gravitazionale

$$G := 6.6732 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{\text{newton m}^2}{\text{kg}^2}$$

Formula

Forza Gravitazionale:

$$F = G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{R^2}$$



Esempio 1

Tracciamo la forza che la Terra esercita su una navicella spaziale lanciata verticalmente dalla superficie della Terra stessa. Supponiamo che la massa della navicella sia $M_{\text{navicella}} = 10^3 \cdot \text{ton}$, e prendiamo la massa della Terra ed il raggio dalle **Tabelle di Riferimento specifiche**.

$$M_t := 5.977 \cdot 10^{24} \cdot \text{kg}$$

$$R_t := 6371 \cdot \text{km}$$

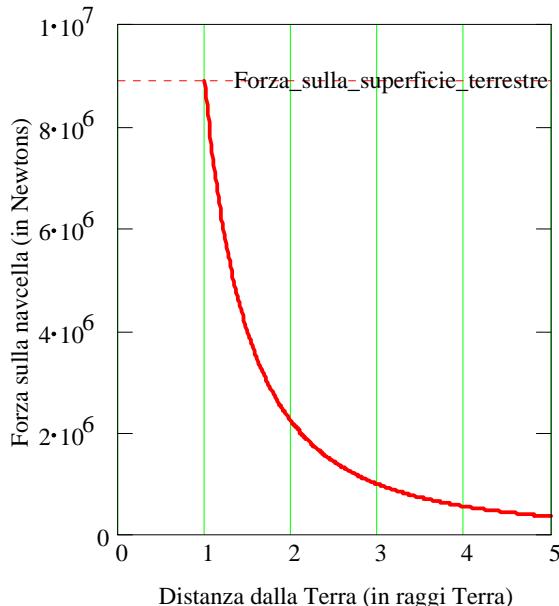
Usiamo la legge della gravitazione universale di Newton per calcolare la forza che la Terra esercita sulla navicella:

$$F(R) := G \frac{M_t M_{\text{navicella}}}{R^2}$$

Nel grafico questa forza è disegnata come una funzione della distanza che separa la navicella dalla Terra.

$$R := 1 \cdot R_t, 1.01 \cdot R_t, \dots 5 \cdot R_t$$

$$\text{Forza_sulla_superficie_terrestre } F(R_t)$$



Tenete presente che, in realtà, i razzi non sono lanciati verticalmente e che la velocità associata alla rotazione della Terra attorno al suo asse ha bisogno di essere presa in considerazione nei calcoli. Dovete anche approfondire l'argomento con le conoscenze che troverete nel paragrafo relativo alla **velocità di fuga** (minima velocità richiesta ad una navicella per superare la forza di attrazione di un pianeta).

Esempio 2

Un uomo di massa $m := 68 \cdot \text{kg}$ pesa $252 \cdot \text{newton}$ sul Pianeta X. Il raggio del Pianeta X è $3380 \cdot \text{km}$. Qual è la massa M del Pianeta X?

$$m := 68 \cdot \text{kg}$$

$$F := 252 \cdot \text{newton}$$

$$R := 3380 \cdot \text{km}$$

La forza F tra l'uomo ed il Pianeta X è il peso dell'uomo. La distanza che separa l'uomo ed il pianeta è la distanza tra lui ed il centro del pianeta, proprio come se tutta la massa del pianeta fosse localizzata nel centro del pianeta.

Possiamo risolvere l'equazione, relativa alla Legge della Gravitazione Universale, rispetto alla massa del pianeta:

$$M := \frac{F \cdot R^2}{G \cdot m}$$

$$M = 6.34 \cdot 10^{23} \text{ kg}$$

Questo corrisponde, grossolanamente, alla massa del pianeta Marte.