

APPUNTI SUI QUADRILATERI

- Un **quadrilatero** è un poligono con quattro lati, quattro angoli e due diagonali; ciascun lato è minore della somma degli altri tre; la somma dei lati si chiama **perimetro** e si indica usualmente con **2p** (di conseguenza il **semiperimetro** si indica con p); due quadrilateri con lo stesso perimetro si dicono **isoperimetrici**.
- La somma degli **angoli interni** vale sempre **360°**.
- Contrariamente a quanto avviene coi triangoli non sempre è possibile tracciare una circonferenza **inscritta** (tangente internamente tutti i lati) e una **circoscritta** (passante per tutti i vertici).
- Condizione necessaria affinché si possa tracciare una circonferenza inscritta a un quadrilatero è che siano uguali le somme dei lati opposti. Per tracciare una circonferenza circoscritta a un quadrilatero è necessario che siano uguali le somme degli angoli opposti (visto che la somma degli angoli interni vale sempre 360°, allora la somma degli angoli opposti deve essere $360°:2=180°$, si dice, più brevemente, che gli angoli opposti devono essere supplementari).

Classificazione dei quadrilateri

- **Trapezio**: sono i quadrilateri con almeno due lati paralleli; i due lati opposti paralleli prendono il nome di **basi** (spesso la base maggiore viene indicata con *B*, e la minore con *b*) mentre gli altri due vengono chiamati **lati obliqui**, in tutti i trapezi gli angoli adiacenti a uno stesso lato obliquo sono supplementari.

Si distinguono tre tipi di trapezi:

- **trapezio scaleno**: tutti i lati disuguali,
- **trapezio rettangolo**: un lato obliquo perpendicolare alla due basi,
- **trapezio isoscele**: lati obliqui congruenti, proiezioni dei lati obliqui sulla base maggiore congruenti, diagonali congruenti. Inoltre, poiché gli angoli alla base sono congruenti, gli angoli opposti sono supplementari e tutti i trapezi isosceli sono *inscrivibili* in una circonferenza. I trapezi isosceli hanno un asse di simmetria.
- **Parallelogrammi**: sono i quadrilateri con i lati opposti paralleli (e congruenti). Gli angoli opposti sono congruenti, gli angoli adiacenti a ciascun lato sono supplementari, le diagonali non sono congruenti, si tagliano scambievolmente a metà (si *bisecano*), il punto di incontro delle diagonali costituisce il centro di simmetria. In generale, i parallelogrammi non hanno asse di simmetria e le diagonali non sono bisettrici degli angoli.
- **Rombi**: sono i parallelogrammi con tutti i lati (*l*) congruenti (*equilateri*). Le diagonali di un rombo sono fra loro perpendicolari e bisettrici dei rispettivi angoli, essendo generalmente disuguali prendono il nome di diagonale maggiore (*D*) e diagonale minore (*d*). I rombi oltre al centro di simmetria, hanno due assi di simmetria, coincidenti con le diagonali. In tutti i rombi è possibile *inscrivere* una circonferenza (infatti poiché i rombi hanno i lati tutti uguali allora anche le somme dei lati opposti sono uguali, $2l=2l=p$).
- **Rettangoli**: sono i parallelogrammi con tutti gli angoli congruenti (*equiangoli*). Poiché la somma degli angoli interni di un quadrilatero è 360°, ciascun angolo sarà $360°:4=90°$, cioè retto. Le diagonali sono congruenti ma non sono di solito bisettrici dei rispettivi angoli. I rettangoli hanno un centro di simmetria e due assi di simmetria, coincidenti con gli assi dei lati. I rettangoli, avendo angoli opposti supplementari $90°+90°=180°$, sono *inscrivibili* in una circonferenza.
- **Quadrati**: sono quadrilateri *regolari* (equiangoli e equilateri). Poiché sono contemporaneamente rombi e rettangoli hanno le caratteristiche di entrambi: tutti i lati sono congruenti, quattro angoli retti, diagonali congruenti che sono anche perpendicolari e bisettrici degli angoli retti (che risultano di conseguenza divisi in due angoli di $90°:2=45°$).

I quadrati sono dotati di centro di simmetria e di quattro assi di simmetria, due coincidenti con le diagonali e due coincidenti con gli assi dei lati. Usualmente il lato del quadrato viene indicato con l e la diagonale con d . Si osserva infine che, come in tutti i poligoni regolari, è possibile tracciare sia la circonferenza *inscritta* sia quella *circoscritta*.

- **Deltoidi:** sono i quadrilateri con le diagonali perpendicolari. In generale, nei deltoidi le diagonali sono disuguali (diagonale maggiore D e diagonale minore d) e non si bisecano. I lati sono congruenti a due a due.

Formule dirette e inverse

- Area del trapezio: $A = \frac{(B+b) \times h}{2}$, $h = \frac{2 \times A}{B+b}$, $B+b = \frac{2 \times A}{h}$
- Area del parallelogramma: $A=b \times h$, $b=A:h$, $h=A:b$
- Perimetro del parallelogramma: $2p=2l_1+2l_2=2(l_1+l_2)$, $p= l_1+l_2$
- Area del rombo: $A=l \times h$, $h=A:l$, $l=A:h$, $A=D \times d:2$, $D=A \times 2:d$, $d=A \times 2:D$
- Perimetro del rombo: $2p=4l$, $p=2l$, $l=2p:4$
- Area del rettangolo: $A=b \times h$, $h=A:b$, $b=A:h$
- Perimetro del rettangolo: $2p=2b+2h=2(b+h)$, $p=b+h$, $b=p-h$, $h=p-b$
- Area del quadrato: $A=l \times l=l^2$, $l = \sqrt{A}$, $A=d^2:2$, $d = \sqrt{2 \times A} = l \times \sqrt{2}$
- Perimetro del quadrato: $2p=4l$, $p=2l$, $l=2p:4$
- Area del deltoide: $A=D \times d:2$, $D=A \times 2:d$, $d=A \times 2:D$