

Il sogno di Urania



A CURA DI LUIGI
COSTAMAGNA

LICEO SCIENTIFICO “GALEAZZO ALESSI”, PERUGIA

ESAME DI STATO A.S. 2008/2009, CLASSE 5[°]C

Il Sogno di Urania

A CURA DI *LUIGI COSTAMAGNA*

INDICE

Introduzione.....	4
La geometria frattale.....	5
Ludica storica.....	8
Perfezione architettonica.....	11
Spirale:curva della vita.....	14
- Il DNA.....	14
- Aspetto artistico della spirale.....	15
- “Macro-Spirale”	17
Conclusione.....	19

INTRODUZIONE

La matematica è spesso ritenuta una disciplina a sé stante, fatta di formule, teoremi ed equazione che sembrano vivere in un mondo parallelo che non tange minimamente la realtà.

Io ho sempre pensato tutto il contrario, sin da quando frequentavo le scuole medie inferiori, che la matematica, insieme alla geometria, potessero essere concretamente applicabili a ciò che ci circondava; come si spiegava altrimenti la presenza di forme naturali così simili a quelle descritte dalle funzioni stampate sui libri?

Con l'avanzare del tempo e degli studi ho scoperto che alcune formule matematiche, quali le derivate, erano le basi fondamentali dell'economia ad esempio. Mi sono dunque chiesto: è in qualche modo possibile che la matematica oltre che ispiratrice di creazioni umane sia stata, in tempi in cui l'uomo non era presente, Musa del mondo stesso, della natura che ci circonda?

O forse è quest'ultima che ha costituito il "mattone" da cui è poi scaturita questa disciplina, nata dall'esigenza di spiegare la realtà, la natura intrinseca delle cose e le sue strutture.

È qui che entra in gioco Urania, Musa della Geometria, il cui sogno, secondo la mia modesta interpretazione fu di unificare tutto un mondo di cose sotto un unico tetto solido e allo stesso tempo simbolo di bellezza e armonia, un linguaggio per spiegare precisamente il mondo: la matematica e la geometria. Si apre qui un mondo tutto nuovo per alcuni: l'arte, materia apparentemente agli antipodi della matematica, è invece strettamente legata a essa, risponde in molti casi a logiche matematiche.

Oggi, tramite pochi, purtroppo, e semplici esempi, vi mostrerò tali strutture: le armature di edifici imponenti, maestosi e meravigliosi che sono perennemente sotto lo sguardo di ognuno, ma di cui pochi si sono "presi la briga" di aprirne i portoni, di svelarne i segreti.

Articolerò quindi il mio discorso in quattro punti in cui, attraverso semplici esempi, farò uno studio delle "cause matematiche" che li hanno "generati".

LA GEOMETRIA FRATTALE

La geometria frattale è nata agli inizi del XX secolo, la parola “frattale” è un neologismo coniato dal matematico **Benoit Mandelbrot**, francese di origine polacca, derivante dalla radice latina *fractus*, interrotto, irregolare.

Una delle proprietà dei frattali è l'**auto somiglianza** ovvero la ripetizione, in scale sempre più piccole, di una stessa forma. In altri termini un frattale è un agglomerato di copie di se stesso in scale differenti.

Da allora la geometria frattale è stata oggetto di numerosi studi che ne determinarono la diffusione e si è cercato di identificare i frattali in numerosi campi di applicazione, prima su tutti la Natura.

Da una serie di studi si è giunti a vedere che numerose strutture presenti in natura, nel regno minerale, vegetale e persino in geografia, presentano anomalie, irregolarità, ramificazioni; caratteristiche che non potevano essere spiegate ricorrendo semplicemente alla geometria euclidea.

I frattali invece, per la loro stessa natura, si sono dimostrati i modelli più abili nel descrivere tali strutture.

Urania, abituata al nettare e all'ambrosia, non si era mai presa la briga di scendere in terra a scoprire cosa invece mangiavano gli uomini. Se l'avesse fatto, avrebbe scoperto questo:



Il **Broccolo Romano**, nonostante la gran puzza che emana quando viene cucinato, è l'esempio che con maggiore facilità spiega la geometria frattale: è, infatti, formato dalla ripetizione di una stessa unità fondamentale (analoga potremmo dire alla cella elementare dei minerali) in strutture spiroidali in scale sempre diverse, più precisamente, sempre più piccole.

Il risultato è un capolavoro della natura le cui "caratteristiche artistiche" sono state in ogni tempo sottovalutate.

Sempre proveniente dal mondo ortofrutticolo abbiamo l'**ananas**, uno splendido esempio di vegetale frattale, poiché oltre alla forma frastagliata presenta una particolare crescita a spirale di scaglie esagonali.

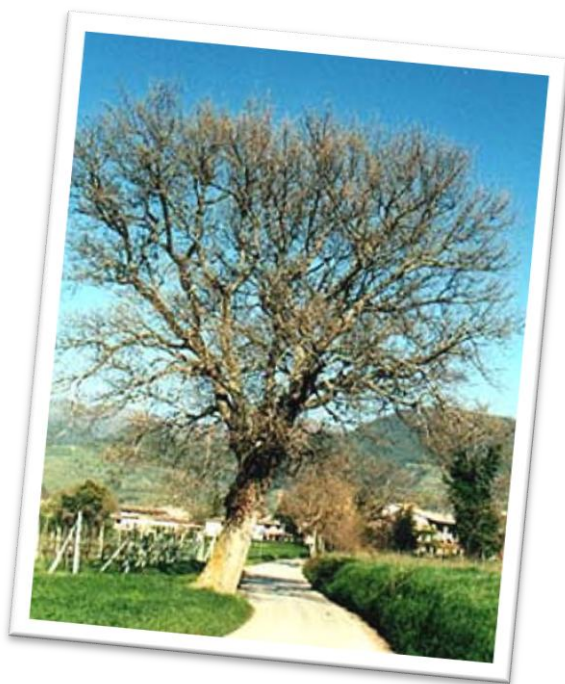
Le scaglie più "vecchie" sono quelle centrali e di maggiori dimensioni; più ci si avvicina ai "poli" del frutto più le scaglie sono giovani e di dimensioni minori.



Ci ritroviamo dunque ad aver a che fare con la matematica anche dove meno ce lo aspetteremmo: nella padella o nel cassetto della frutta ad esempio.

La natura ci offre numerosi altri esempi in cui è facilmente visibile l'auto somiglianza e quindi la geometria frattale.

Propongo ora immagini di altri esempi naturali di geometria frattale: **felci**, **alberi** e piante.



LUDICA STORICA

Oltre a spiegare strutture appartenenti alla natura, la matematica, o meglio, alcune teorie matematiche nascono dall'esigenza di descrivere comportamenti o processi prettamente umani.

La **Teoria dei giochi** intende modellizzare matematicamente i processi decisionali della vita quotidiana, che si tratti di economia, politica o semplicemente cosa fare il sabato sera.

John von Neumann può essere considerato come l'esponente di spicco di tale teoria, poiché dimostrò, nel 1928, il primo teorema e ancora oggi il suo nome è strettamente legato alla Teoria dei giochi.

Esistono due tipi di giochi: "**a somma zero**" e "**a somma diversa da zero**". Nei primi la vincita di uno dei giocatori equivale alla perdita di un altro giocatore; nel poker, ad esempio, se il giocatore A vince 100€ contro il giocatore B, questo ne avrà persi esattamente 100. Ne consegue che la differenza tra vincita e perdita è uguale a zero (vincita - perdita = 0).

Nei giochi "**a somma diversa da zero**" non esiste un rapporto diretto tra vincite e perdite, o meglio non esistono sconfitti in senso stretto. Un esempio tipico di gioco a somma diversa da zero è il bingo, dove al termine di una partita ci sarà chi vince molto, chi poco e chi non vince; però nessuno lascerà il gioco con la percezione di aver perso: non essendo un confronto diretto, non c'è sconfitta.

Albert Tucker negli anni 50 propone "*il dilemma del prigioniero*".

Due criminali sono accusati di un crimine e rinchiusi in due celle diverse con l'impossibilità di comunicare. Gli investigatori durante l'interrogatorio scelgono (con poca ortodossia) la soluzione più semplice, a ognuno dei due sono date due scelte: confessare o non confessare, però aggiungono che:

- Se uno dei due confessa, chi ha confessato sarà immediatamente rilasciato mentre l'altro dovrà scontare sette anni di carcere.
- Se entrambi confessano, uno dei due starà sicuramente mentendo, perciò entrambi dovranno scontare sei anni.
- Infine se nessuno dei due confessa, per mancanza di ulteriori prove, entrambi i delinquenti dovranno scontare solo un anno di prigionia.

Tutto ciò può essere riassunto graficamente con una **matrice 2X2**:

	confessa	non confessa
confessa	(6,6)	(0,7)
non confessa	(7,0)	(1,1)

A ogni prigioniero si prospettano diversi futuri: potrebbe non confessare sperando che l'altro faccia altrettanto e farsi un anno in gattabuia. Oppure tradire il suo compagno di scorriere, confessare e sperare nella fiducia dell'altro; in questo caso potrebbe trovarsi libero o, nella peggiore delle ipotesi, scontare sei anni.

La teoria dice che c'è un solo equilibrio (**Equilibrio di Nash**):

confessa-confessa

Si tratta di un gioco a somma diversa da zero, con due partecipanti razionali che prendono in considerazione tutte le diverse possibilità e infine scelgono quella che gli **garantisce** il futuro migliore.

Questo gioco può esserci utile per spiegare molto semplicemente le dinamiche di armamento delle due superpotenze che diedero vita alla **Guerra Fredda**.

Naturalmente tralasceremo tutte quelle variabili costituite dalla politica interna dei due blocchi, il potere dell'opinione pubblica, ecc... che influirono, chi più chi meno, sulle decisioni prese dagli USA e dall'Unione Sovietica.

In questo modo potremmo semplificare il più possibile il "gioco" e spiegarlo grazie ad una matrice 2X2 come quella del Dilemma del Prigioniero.



I due partecipanti saranno ovviamente i due blocchi **USA** e **URSS**, le due opzioni: **Armo** e **Disarmo**.

	Armo	Disarmo
Armo	(6,6)	(0,7)
Disarmo	(7,0)	(0,0)

Nuovamente il momento di equilibrio sarà **armo-armo**.

Questo spiega come l'armamento delle due potenze fu un fatto inevitabile all'epoca, decisione che si rivelò "tossica" per entrambe le nazioni e per il mondo intero.

La teoria dei Giochi incontra infine il mondo del cinema nel 1963 con "*Il Dottor Stranamore, ovvero: come imparai a non preoccuparmi e ad amare la bomba*".

Una commedia noir di **Stanley Kubrick** che aveva come attore principale il noto Peter Sellers che in quell'occasione interpretò ben tre personaggi diversi tra cui proprio il Dottor Stranamore: uno scienziato pazzo il cui unico interesse era testare il potenziale atomico da lui creato.



E proprio questo personaggio sembra essere un chiaro riferimento all'ideatore della teoria dei giochi e strenuo sostenitore della guerra atomica contro l'Unione Sovietica, oltre che del bombardamento delle due città giapponesi Hiroshima e Nagasaki, di cui rimane come testimonianza tangibile il documento riguardante la decisione di sganciare gli ordigni (Target Committee, Los Alamos, May 10-11, 1945) sottoscritto da Von Neumann stesso.

PERFEZIONE ARCHITETTONICA

“La Geometria ha due grandi tesori: uno è il Teorema di Pitagora; l’altro, la divisione di una linea in media ed estrema ragione. Possiamo paragonare il primo a una misura d’oro e chiamare il secondo un prezioso gioiello”

Johannes Kepler

Il gioiello cui si riferiva Keplero era la **Sezione Aurea**. Essa è semplicemente una proporzione e come tale è stabilita da una “relazione” ovvero un rapporto tra diversi elementi.

Abbiamo infatti:

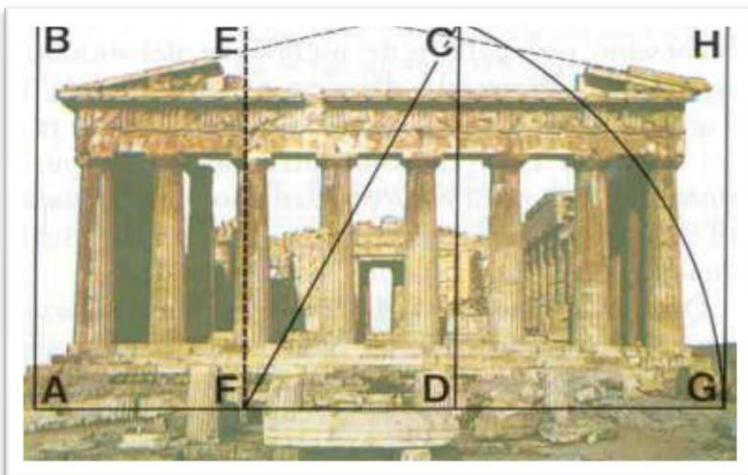
- La proporzione aritmetica: $c-b=b-a$
- La proporzione geometrica: $a/b=b/c$
- La proporzione armonica: $(b-a)/a=(c-b)/c$

Ciò che rende unica questa proporzione è il fatto essa usa solamente due termini di paragone:

$$\frac{a}{b} = \frac{(a + b)}{a}$$

Proporzione che origina il rapporto della sezione aurea. essa è diventata l’equazione che costruiva la bellezza e il canone che sarà applicato nei diversi secoli nell’arte e nell’architettura.

Primo esempio è il tempio greco per eccellenza: il **Partenone** di Atene, che contiene molti **rettangoli aurei**. Ne deriva un aspetto armonico, che ispira profonda sensazione di equilibrio.



In tempi più recenti troviamo il *Palazzo della Signoria* di Firenze, frutto di almeno tre fasi costruttive: la prima risale alla fine del XIII secolo ad opera dell'architetto **Arnolfo di Cambio**, l'ultima al sedicesimo secolo, con la ristrutturazione di **Giorgio Vasari**.



Il Palazzo è un fortilizio costruito dai priori di Firenze per difendersi dalle violenze. Nonostante l'aspetto piuttosto "scontato", è frutto di una progettazione che ha obbedito fortemente a leggi armoniche più complesse di una normale simmetria. La torre divide infatti il corpo dell'edificio in due volumi le cui basi sono calcolate in sezione aurea

"La bellezza del Partenone non ha niente a che fare con i libri di testo"

Le Corbusier

Anche Charles-Édouard Jeanneret, in arte **Le Corbusier**, è uno degli esponenti più importanti dell'urbanistica moderna ed è stato protagonista di una profonda innovazione dell'architettura del secolo scorso.

Egli ha elaborato i famosi cinque punti che pone alla base della sua architettura:

i **pilotis**;

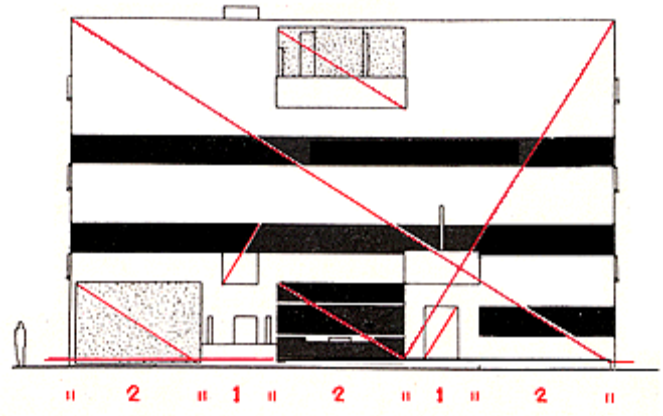
il **tetto giardino**;

-la **pianta libera**;

la **finestra in lunghezza**;

la **facciata libera**.

La *villa di Garches*, realizzata nel 1926, diventerà il manifesto della nuova architettura. Le Corbusier, oltre che inserire tutti i fattori della sua “rivoluzione architettonica”, progetta e costruisce la villa seguendo le norme armoniche della sezione aurea, la pianta stessa dell’edificio è un rettangolo aureo.



Non finisce qui, la sezione aurea è un ideale di armonia rimasto inalterato nei secoli. I nuovi schermi televisivi, costruiti col formato 16:9, hanno dimensioni approssimativamente uguali ai lati del rettangolo aureo. Questo dimostra l’eterna utilità di regole matematiche passate.

SPIRALE: CURVA DELLA VITA

Esistono delle forme geometriche che da sempre hanno affascinato l'uomo perché comunicavano un **senso di armonia**, di **equilibrio interiore** e quindi di benessere.

In particolare la spirale, e tutte le curve da lei derivanti, ha sempre destato un forte interesse nell'uomo. Se intraprendessimo infatti un viaggio partendo dalla preistoria fino ad arrivare a giorni nostri, ripercorrendo così tutte le tappe di vita dell'uomo, troveremmo in ogni epoca segni, simboli, opere d'arte e di architettura che presentano forme spiroidali.

La spirale in alcune culture simboleggiava il "**culto del serpente**", in altre quello delle **acque**.

Una forma quindi percepita come manifestazione della divinità in terra e perciò oggetto di cui farne un culto.

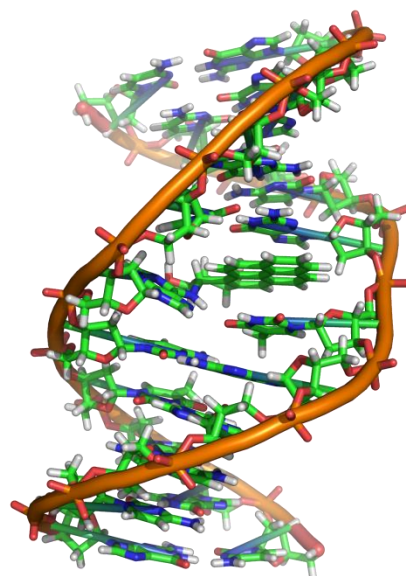
Si pensi che molti **minareti**, le torri più alte di una moschea, dalle quali il muezzin chiama alla preghiera i devoti di Allah, hanno una struttura spiroidale, quasi che questa forma possa in qualche modo avvicinare maggiormente l'uomo a Dio.

Il discorso è tutt'altro che casuale, la spirale infatti è una delle forme geometriche più diffuse in natura, sia da un punto di vista microscopico, parlo della natura intrinseca della materia, il **DNA**; sia da uno macroscopico, si pensi ad esempio alla **Via Lattea**, la nostra galassia, classificata per la sua forma come **Galassia a Spirale**.

IL DNA

Il segreto della vita è contenuto in una struttura microscopica: l'elica del DNA.

L'**elica** può essere definita come "l'antenata" della spirale, infatti proprio quest'ultima, in una visione tridimensionale, non è nient'altro che la proiezione ortogonale di un'elica avvolta su di un cono a base circolare.



Il DNA, o **acido deossiribonucleico**, è, chimicamente parlando, un polimero formato dall'unione di monomeri chiamati **nucleotidi**. Ogni nucleotide è formato da tre elementi fondamentali: un gruppo fosfato, il deossiribosio e una base azotata.

La sua struttura a **doppia elica** è formata da due filamenti uniti l'un l'altro da legami fra quattro basi, ripetuti in sequenze variabili: l'**adenina**, la **guanina** (o purine) che si combinano con la **citosina** e la **timina** (o pirimidine), che combinandosi vicendevolmente "gettano" le basi della vita.

ASPETTO ARTISTICO DELLA SPIRALE

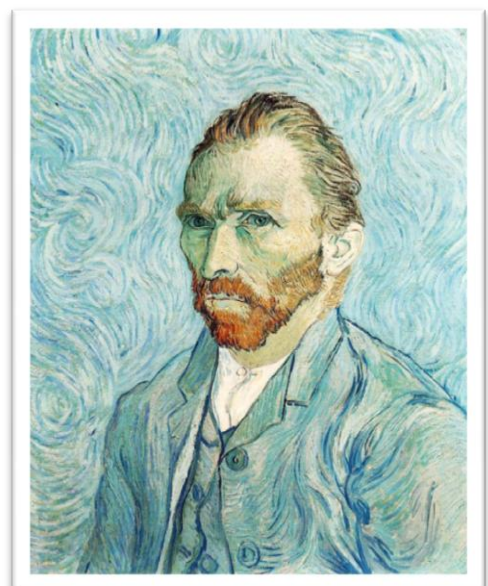
*"The Heaven is a Vortex pass'd already,
And the Earth a Vortex not yet pass'd
By the Traveller thro' Eternity..."*

William Blake

Il **fascino ultraterreno** della spirale fu d'ispirazione a numerosi pittori post-impressionisti e surrealisti, affascinati da questa linea sinuosa e dal suo valore metafisico che gli era stato attribuito sin da tempi remoti.

La non linearità della spirale e al contempo il suo andamento quasi circolare, incarnava perfettamente un animo tormentato, privo di coerenza e integrità, dell'artista moderno, fatto di alti e bassi, in continua circolazione.

Il pittore olandese **Van Gogh** (1853-1890) nel suo **Autoritratto** (1889) utilizza un gran numero di spirali, sintomo dell'atmosfera ossessiva che attanagliava la mente dell'artista.



Anche **Gustav Klimt** (1862-1918), uno dei maggiori esponenti della Secessione Viennese, nel suo *"Albero della vita"* presenta un albero i cui rami spiroidali rappresentano lo scorrere della vita, il fluire delle emozioni.

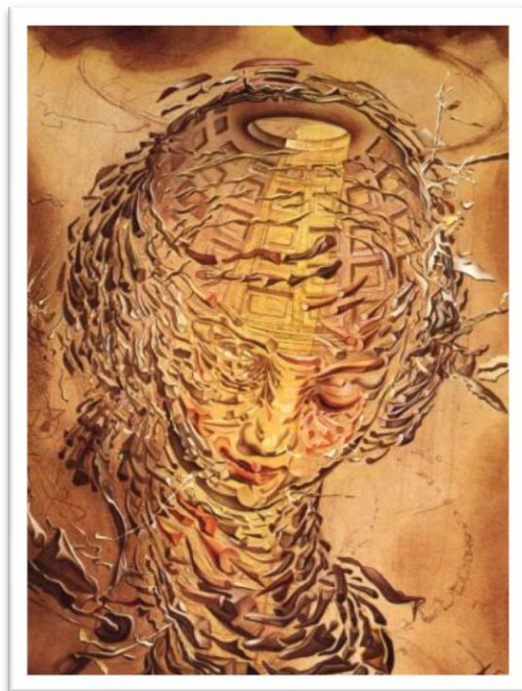
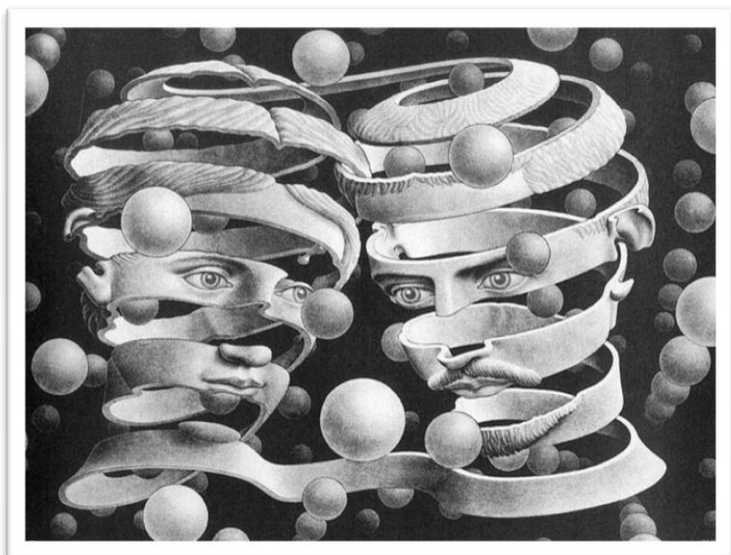


I surrealisti **Maurits Cornelis Escher** e **Salvador Dalì** interiorizzano il concetto di spirale per ripresentarlo nelle loro tele, impregnato di un carattere metafisico, **il senso dell'infinito**.

Un concetto di eternità testimoniato proprio da un quadro di Escher, *Legame senza fine* (1956), in cui una larga banda, senza inizio né fine, s'innalza formando due spirali su cui appaiono i visi del pittore e di sua moglie, intrecciati e uniti all'altezza della fronte.

Escher riferirà: "Come un legame senza fine, le fronti unite, formano un'unità a due".

Dalì fa un interessante uso di forme spiralizzate in *"Testa in esplosione raffaellesca"* (1951) in cui, sotto una presunta volta del *Pantheon* di Roma l'intreccio e l'avvicendamento di più spirali mostra le linee guida di un viso che appare quasi dal nulla, leggero, quasi impercettibile.



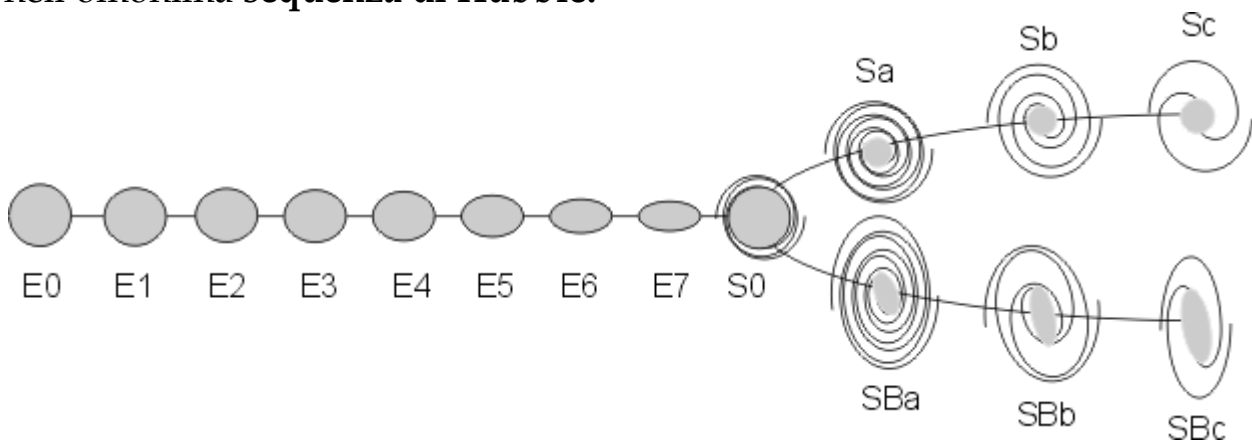
“MACRO-SPIRALE”

Troviamo infine spirali anche fuori dalla nostra Terra, in posti in cui l'uomo non poteva e non può intervenire.

Il nostro pianeta insieme agli altri sette (il povero Plutone è stato fatalmente "tagliato fuori") e al Sole...in poche parole, il Sistema Solare fa parte di un grande ammasso di milioni o miliardi di altre stelle, gas e polveri interstellari: la **Via Lattea**.



Le galassie sono state ordinate da Edwin Hubble in base alla loro forma, nell'omonima **sequenza di Hubble**.



Le Galassie ellittiche rappresentano il punto di partenza, da E0 a E7, da cui partono due diramazioni: Galassie a spirale semplice (Sb e Sc) e Galassie a Spirale Barrate (SBb e SBc).

Hubble prese come criterio di classificazione la forma delle galassie perché, in base alle osservazioni dell'epoca, credeva che le Galassie Ellittiche fossero in realtà una "forma giovane" delle galassie successive.

In realtà, secondo le teorie odierne il concetto è totalmente l'opposto, tuttavia la sequenza ideata da Hubble è rimasta lo strumento principale per la classificazione delle galassie.

La nostra Via Lattea si posiziona nella parte destra della sequenza, tra le Galassie a Spirale semplice poiché da un nucleo centrale contenente stelle vecchie (di popolazione II), si dipartono enormi braccia che lo avvolgono, all'incirca come farebbe una spirale logaritmica (quella della conchiglia di un *Nautilus* per intenderci).

CONCLUSIONE

Il sogno di Urania è proprio questo: unificare sotto un unico tetto omnicomprensivo, che può essere la geometria e la matematica, come in questo caso, tutto un universo di cose, dalle più piccole, come le foglie di un albero, alle più grandi, mondi e galassie intere.

Trovare quindi un linguaggio universale con il quale comprendere senza errori o incomprensioni la realtà in cui siamo immersi.

Grazie a questo percorso siamo infine arrivati a trovare almeno uno di questi linguaggi; un linguaggio preciso e tutt'altro che noioso che proprio grazie al suo apparente mistero ci mostra verità incredibili e affascinanti.

FONTI

-Nicoletta Sala, Gabriele Cappellato, *Viaggio matematico nell'arte e nell'architettura*, ed. Franco Angeli

-Massimo Crippa, Marco Fiorani, *Geografia generale*, ed. Arnoldo Mondadori Scuola

-Alberto Cottino, Michele Dantini, Silvia Guastalla, *La storia dell'arte 3* e *La storia dell'arte 2*, ed. Archimede

-Internet, Wikipedia, indirizzi:

[http://it.wikipedia.org/wiki/Elica_\(geometria\)](http://it.wikipedia.org/wiki/Elica_(geometria)) (ultima consultazione: 29/06/2009)

<http://it.wikipedia.org/wiki/Dna> (ultima consultazione: 29/06/2009)

http://it.wikipedia.org/wiki/Dilemma_del_prigioniero (ultima consultazione: 26/06/2009)

http://it.wikipedia.org/wiki/Teoria_dei_giochi (ultima consultazione: 26/06/2009)

http://it.wikipedia.org/wiki/Galassia_a_spirale (ultima consultazione: 08/07/2009)