

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

Facoltà di Scienze della Formazione

Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria

**TOCCARE PER VEDERE.
L'APPRENDIMENTO DELLA GEOMETRIA
CON GLI OCCHI E CON LE MANI.**

Relatore: Dott.ssa Marina CAZZOLA

Correlatore: Dott.ssa Ornella MANDELLI

Tesi di Laurea di:
Alessandra REGGI
Matricola 057782

Anno Accademico 2005-2006

RINGRAZIAMENTI

Ringrazio la mia famiglia, perché nei momenti di difficoltà mi ha sostenuto e incoraggiato.

Grazie a Emanuele per come mi è stato accanto (nonostante tutto).

Grazie ad Alessandra, Annamaria, Chiara, Chiara, Chiara, Cristina, Elena, Frà, Laura, Lorena, Mary, Michele, Paola per il loro aiuto e per come hanno saputo aspettare.

Grazie ad Annamaria, Chiara, Donata e Francesca che hanno reso più ricchi e piacevoli questi anni di università.

Grazie alla prof.ssa Cazzola e alla dott.ssa Mandelli per la disponibilità e la professionalità con cui mi hanno guidato nella realizzazione di questa relazione finale.

Grazie alle maestre Monica e Mariagrazia e ai bambini della 2^AB perché mi hanno mostrato come potrebbe essere bello il cammino che ho davanti.

INDICE

INTRODUZIONE	pag. 5
CAPITOLO 1. PERCEZIONE E SIMMETRIA	» 7
1.1 La percezione: teoria e modelli	» 7
1.2 Lo sviluppo percettivo	» 11
1.2.1 La percezione nell'infanzia	» 11
1.2.2 La percezione nella fanciullezza	» 14
1.2.3 Conclusioni	» 15
1.3 Il senso dell'ordine	» 16
1.3.1 La percezione della simmetria	» 17
1.3.2 Simmetria e asimmetria.....	» 17
1.4 La simmetria	» 19
1.4.1 Un modulo che si ripete	» 19
1.4.2 Diversi tipi di simmetria.....	» 21
1.4.3 Modelli concreti per parlare di simmetria.....	» 23
CAPITOLO 2. LA METODOLOGIA	» 26
2.1 L'alunno come soggetto attivo nell'apprendimento.....	» 27
2.1.1 Dewey e il discente attivo	» 27
2.1.2 Piaget e la costruzione attiva del sapere	» 29
2.2 Il ruolo dell'insegnante	» 32
2.2.1 Vygotskij e la <i>Zona di Sviluppo Prossimale</i>	» 32
2.2.2 Feuerstein e la mediazione dell'apprendimento.....	» 34
2.3 L'apprendimento cooperativo.....	» 36
2.3.1 Alcune basi teoriche.....	» 37
2.3.2 Il lavoro di gruppo: vantaggi e problemi.....	» 38
2.3.3 Organizzare il lavoro di gruppo	» 40

CAPITOLO 3. IL CONTESTO.....	» 43
3.1 La scuola.....	» 43
3.2 La classe.....	» 44
3.3 Progetto e obiettivi.....	» 46
CAPITOLO 4. IL PERCORSO.....	» 49
4.1 Per iniziare	» 51
4.2 Dalla realtà alle immagini del reale.....	» 53
4.2.1 1^ attività – Una foglia e un’arancia	» 53
4.2.2 2^ attività – Dall’oggetto alla sua impronta	» 55
4.2.3 3^ attività – La linea magica	» 56
4.2.4 4^ attività – Assi di simmetria visibili e invisibili	» 59
4.2.5 5^ attività – La realizzazione di figure simmetriche	» 65
4.2.6 6^ attività – Alla ricerca degli assi di simmetria.....	» 69
4.2.7 7^ attività – Alla ricerca delle rotazioni	» 77
4.3 Dalle immagini del reale alle figure geometriche	» 83
4.3.1 8^ attività – La verifica con i segnali stradali	» 83
4.3.2 9^ attività – La simmetria delle figure geometriche	» 87
4.4 Dalle figure geometriche alla realtà	» 91
CONCLUSIONI.....	» 92
BIBLIOGRAFIA.....	» 97

INTRODUZIONE

“Dov’è la matematica? Dove la si può concretamente incontrare? Nei libri, difficili, spesso incomprensibili ai più, che le sono dedicati? Nelle teste più brillanti che li hanno pensati? Nelle realizzazioni più strabilianti che ne sono derivate?[...] La sua presenza è in realtà percepibile dentro la nostra vita di tutti i giorni, dentro le nostre città e le nostre case.”¹

La geometria, come la matematica, non è una disciplina chiusa nelle regole di un libro, ma è percepibile nella realtà quotidiana; il punto di partenza del suo insegnamento diventa dunque l’esperienza concreta. Occorre che conoscenze e abilità non risultino imposizioni formali ma, attraverso l’integrazione del sapere con il saper fare, rappresentino vere conquiste intellettuali.

Invitare a scoprire la geometria nell’esperienza di tutti i giorni (nella natura, negli oggetti, nelle composizioni architettoniche, nell’arte) significa pensare a percorsi dai contenuti adeguati, realizzati in contesti efficaci, presentati con un linguaggio adatto, integrati con il contributo di altre discipline e, in particolare, sostenuti dall’idea che non si impara geometria se non si fa geometria.

La mia esperienza di tirocinio è stata guidata dal desiderio di presentare fatti e situazioni geometricamente ricche perché fossero i bambini stessi a costruire il concetto di simmetria su cui il percorso verteva.

La realtà voleva essere punto di partenza e punto di arrivo, perché i bambini, dopo aver operato con oggetti concreti, immagini e figure geometriche, tornassero a riconoscere il concetto astratto nel loro mondo. Mentre i libri di testo il più delle volte affrontano la simmetria richiedendo all’alunno di completare figure su un piano quadrettato dove è tracciato unicamente l’asse verticale, il percorso voleva tentare di comunicare che la simmetria è intorno a noi: tutto dipende da come e cosa si vuole guardare! La simmetria non è solo in un disegno di una farfalla stilizzata e un po’ squadrata sul libro, ma la si scopre in una collina che si rispecchia in un lago immobile, nella piuma colorata di un pavone, nel cerchione dell’auto del papà.

Il percorso voleva anche diventare occasione per rispondere ad alcune domande relative a come i bambini percepiscono la simmetria. Per questo si è pensato di sfruttare le potenzialità offerte dalla comunicazione per immagini derivanti dalla loro grande varietà e dal potere di coinvolgimento: esse spiazzano, richiamano il vissuto di ognuno di noi, alludono e rinviano ad altro, affasciano (non sono forse belle le immagini geometriche? E non c’è forse geometria nelle immagini belle?).

¹ BERTOLINI M. et al., *Matemilano. Percorsi matematici in città*, Springer-Verlag, Milano 2004, p.VII.

Alcune domande hanno guidato la scelta delle diverse immagini su cui i bambini avrebbero lavorato per estrapolare il concetto di simmetria le cui risposte, un domani, potrebbero essere utili per chi vorrà progettare un percorso didattico simile.

- E' vero, come affermano alcune ricerche in campo psicologico, che i bambini percepiscono con più facilità la simmetria verticale?
- Nella ricerca della simmetria i bambini considerano il colore?
- E' più facile riconoscere la simmetria in figure geometriche perfette o in immagini reali non precise?
- Nella scoperta della simmetria si osserva la figura nella sua globalità o vengono presi in considerazione i particolari?
- Uno sfondo non neutro confonde la ricerca della simmetria della figura in primo piano?
- Come si comporta un bambino di fronte ad immagini che possiedono innumerevoli simmetrie? E ad immagini che non hanno alcuna simmetria?

Dal punto di vista metodologico si voleva utilizzare una didattica di tipo attivo, che avrebbe previsto la partecipazione in prima persona di tutti gli alunni in quanto soggetti attivi e costruttori delle proprie conoscenze. Chiedere ai bambini di mettersi in gioco concretamente con oggetti significativi dal punto di vista geometrico, di lavorare in gruppo e di partecipare ai momenti di discussione che avrebbero seguito le attività proposte, significava anche voler coinvolgere e motivare all'apprendimento. Io e l'insegnante abbiamo ricoperto più ruoli: quello di osservatore che annota le frasi più significative dei bambini, in modo da sviluppare successivamente la discussione in classe e intervenire, se necessario, con domande-stimolo per superare eventuali momenti di *empasse*; di mediatore che potenzia le conoscenze possedute dal bambino arricchendole di nuovi concetti; di regolatore che guida la comunicazione e le relazioni; di facilitatore che rende significativo l'apprendimento. L'obiettivo era trasformare la classe in un laboratorio dove alunni e docenti facessero esperienza concreta di geometria guidando i bambini senza fornire nozioni o soluzioni pronte e aiutandoli a porsi in un atteggiamento di ricerca per abituarsi a ragionare, a sperimentare e a costruire un sapere comune e condiviso.

Capitolo primo

PERCEZIONE E SIMMETRIA

1.1 LA PERCEZIONE: TEORIE E MODELLI

Gli stimoli esterni agiscono sui vari organi di senso per inviare informazioni nervose al cervello. Gli individui, però, non hanno a che fare con sensazioni isolate, ma con percezioni: essi vedono oggetti e persone nella loro totalità e identità, ascoltano parole e musica dotati di significato, e così via. La percezione non è una risposta passiva e frammentata, ma una organizzazione immediata, dinamica e significativa dei dati della realtà. Essa ci permette di segmentare il flusso continuo dell'esperienza classificando i diversi elementi secondo le loro proprietà e relazioni. La percezione costituisce quindi il primo passo verso la conoscenza e l'interpretazione del mondo; è questo il motivo per cui filosofi, psicologi e fisici l'hanno studiata con grande interesse.

Vengono qui di seguito presentati modelli e teorie della percezione che sono stati elaborati nel corso del tempo.

La percezione riguarda tutti i sensi, ma le teorie che esamineremo in questo paragrafo e le ricerche sullo sviluppo percettivo in quello seguente avranno per oggetto la percezione visiva. La visione, oltre ad essere stata studiata molto più approfonditamente di qualunque altro sistema percettivo, risulta essere un elemento significativo nella tesi che andrò ad esporre nei prossimi capitoli.

Innatismo. Gli innatisti ritenevano impossibile che Dio avesse creato gli uomini privi di qualsiasi sapere e che la conoscenza potesse essere acquisita solo per apprendimento. Filosofi come **Descartes** (1596-1659) e **Kant** (1724-1804) credevano che gli esseri umani fossero dotati fin dalla nascita di alcune categorie di conoscenza in grado di garantire il funzionamento percettivo. La mente, in modo naturale e fin dagli inizi della vita, impone un ordine agli input sensoriali, trasformando così le sensazioni in percezioni dotate di significato. Le categorie percettive relative alla grandezza, alla forma, alla posizione e al movimento, oltre che quelle più astratte di

spazio e tempo, sono innate, così che il bambino e l'adulto, avendo in comune molte capacità percettive, percepiscono il mondo nello stesso modo.

Empirismo. Gli empiristi come **Locke** (1632-1704) affermano che alla nascita non c'è alcun sapere innato, che tutta la conoscenza avviene attraverso i sensi e che lo sviluppo percettivo procede mediante esperienza associativa. Secondo **Helmholtz** (1821-1894) le ripetute esperienze con la realtà fisica e l'apprendimento che ne deriva forniscono un contributo essenziale alla percezione degli oggetti. Gli stimoli del mondo esterno danno origine ad un mosaico di sensazioni elementari che vengono integrate con altre informazioni e sintetizzate in percezioni dotate di significato grazie a meccanismi di associazione sulla base dell'esperienza passata. Secondo la convinzione empirista il bambino, ancora privo di esperienza, non condivide il mondo percettivo dell'adulto esperto. Crescendo egli compie processi di associazione sempre più rapidi e quasi automatici passando così dall'essere percettivamente ingenuo a essere percettivamente competente: si tratta quindi di una posizione intrinsecamente evolutiva.

La scuola della Gestalt. Il modo in cui organizziamo l'input visivo in figure e forme riconoscibili fu al centro degli interessi di un gruppo di psicologi, tra cui **Wertheimer** (1880-1943) e **Koffka** (1886-1941), che fondarono la scuola psicologica della Gestalt. Essi si opponevano al principio che riconosceva l'esperienza passata come influente sui processi di organizzazione del campo percettivo e sostenevano che la percezione non è preceduta da sensazioni, ma è un fatto primario e immediato; essa non è dovuta a fattori esterni come le associazioni, ma risulta dalla dinamica interna che si viene a creare fra le diverse componenti di uno stimolo. Come un campo di forze elettromagnetico, così il campo percettivo si auto-organizza attraverso la distribuzione dinamica di forze, di relazioni reciproche e interazioni. In virtù di questo processo di organizzazione intrinseca regolato da alcuni principi di unificazione, le parti del campo percettivo vengono a costituire totalità coerenti e configurazioni strutturate, come figure sullo sfondo o come oggetti distinti con le loro proprietà e relazioni evidenti. I principi di unificazione formulati e proposti dagli stessi gestaltisti (quali il principio della vicinanza, della somiglianza, della continuità di direzione, della chiusura) possono essere unificati sotto un'unica legge di organizzazione detta "legge della gravidanza" che Koffka enunciò nei termini seguenti: «Delle diverse organizzazioni geometricamente possibili, si realizzerà effettivamente quella che ha la forma migliore, più semplice e più stabile».

Il movimento del New Look. Si tratta di un movimento sorto negli Stati Uniti dopo la seconda Guerra Mondiale secondo cui l'organizzazione del mondo percettivo dipende non solo da fattori percettivi, ma anche dai bisogni, dagli stati emotivi, dalle aspettative, dalle motivazioni. **Bruner** (1915 - vivente), per esempio, verificò che a parità di tutte le altre condizioni, i bambini poveri valutavano come più grande la moneta da mezzo dollaro rispetto a un disco di cartone delle stesse dimensioni; questo fenomeno non si verificava per i bambini più ricchi. Il soggetto che percepisce uno stimolo, dunque, compie un'azione di categorizzazione dello stesso a partire da alcuni indizi.

La teoria ecologica di Gibson. Secondo **Gibson** (1904-1979) la percezione è un processo diretto perchè le informazioni percettive sono già contenute nella stimolazione e sono abbastanza dettagliate da rendere possibile il riconoscimento senza che intervengano processi cognitivi superiori. Oltre ad essere in grado di localizzare spazialmente gli oggetti, sappiamo anche dare loro un significato in quanto la percezione visiva non avviene nel vuoto, essendo sempre inseriti all'interno di un contesto che ci offre informazioni circa la situazione fisica, lo stato psicologico e lo stato fisiologico. In altri termini la percezione non è caotica o indeterminata, ma offre un ordine intrinseco dato dalla combinazione dei nostri stati fisici e psicologici con gli stimoli stessi. Il soggetto deve solo cogliere questi indizi già presenti nello stimolo sensoriale e nell'ambiente circostante, senza che ci sia il bisogno di rielaborarle attraverso un processo costruttivo o integrarle con apporti di altre fonti.

Teorie costruttivistiche. I costruttivisti moderni osservano che gli stimoli che riceviamo dall'ambiente sono spesso ambigui e non sempre siamo in grado di interpretarli in modo evidente. Essi, quindi, condividono l'idea che la percezione è un processo attivo e costruttivo, che va oltre l'immediata registrazione delle sensazioni, ed emerge indirettamente come prodotto finale dell'interazione tra lo stimolo, da un lato, e le aspettative, le ipotesi, le conoscenze dell'osservatore, dall'altro. Essendo influenzata da fattori individuali, tra cui anche motivazioni ed emozioni, a volte potranno esserci errori e quindi percezioni sbagliate.

Tra gli studiosi di orientamento costruttivistico ricordiamo **Gregory** (1904-1980), secondo cui la percezione comporta una ricerca dinamica della migliore interpretazione dei dati disponibili secondo un processo da lui definito "controllo delle ipotesi". Molto vicino al costruttivismo di Gregory è **Allport** (1897-1967) con il concetto di set percettivo. Egli descrive la percezione come un processo attivo ed efficiente in quanto le informazioni vengono elaborate e interpretate sotto l'influenza di motivazioni, emozioni, aspettative ed esperienze passate così da ridurre il

numero di alternative tra cui scegliere. La predisposizione per uno stimolo rende la scelta più rapida nell'interpretazione di uno stimolo.

Modello dell'analisi tramite sintesi di Neisser. **Neisser** (1928- vivente) ha cercato di conciliare le teorie della percezione diretta con il costruttivismo proponendo un modello basato sul concetto di ciclo percettivo. La percezione non è un processo lineare che dall'input conduce progressivamente a una singola interpretazione, ma un processo ciclico nel quale l'osservatore deve controllare più volte l'input rispetto alle aspettative. Dopo una rappresentazione preliminare derivante dall'elaborazione dei dati sensoriali (analisi), il soggetto inizia la costruzione di un modello percettivo sulla base delle conoscenze e delle esperienze passate (sintesi). Confrontando successivamente tale modello con la rappresentazione iniziale, nel caso in cui ne emerga una corrispondenza allora tale modello si potrà ritenere il risultato finale della percezione, altrimenti dovrà essere riveduto.

Teorie computazionali. L'approccio computazionale è un'applicazione dell'intelligenza artificiale che mira a progettare sistemi computazionali in grado di svolgere compiti cognitivi. **Marr** (1945-1980) ha dato un importante contributo a tale approccio con il suo modello della percezione visiva con la quale cerca di spiegare le regole e le procedure alla base della visione. Egli riconosce il ruolo della conoscenza all'interno del processo percettivo, ma si tratta di una conoscenza generale e fondamentale delle leggi della fisica e della geometria. La percezione ha origine dall'immagine retinica e prosegue attraverso una serie di stadi che trasformano l'immagine in una rappresentazione dell'input sempre più complessa. L'abbozzo primario diventa un'immagine più definita con l'aggiunta progressiva di nuove informazioni fino ad essere percepita nella sua forma tridimensionale dove sono rappresentati, attraverso le conoscenze possedute, anche le componenti non visibili.

1.2 LO SVILUPPO PERCETTIVO

Il dibattito su come e quando si sviluppano le nostre capacità percettive ha una lunga storia. A un estremo, come abbiamo visto, gli innatisti sono convinti che gli esseri umani nascano con certe capacità percettive che, sebbene alla nascita possano essere immature, si sviluppano secondo un processo programmato geneticamente e indipendente dall'apprendimento. All'altro estremo troviamo gli empiristi con la convinzione che le capacità percettive si sviluppano attraverso l'interazione con l'ambiente.

Di seguito verranno presentati i risultati di alcuni studi riguardanti lo sviluppo della percezione visiva nell'infanzia e nella fanciullezza che supportano la tendenza degli psicologi moderni nell'attribuire le capacità percettive ad una combinazione di fattori ambientali e innati.

1.2.1 La percezione nell'infanzia

Lo studio della percezione ha dato un grande contributo al dibattito sul ruolo di natura ed esperienza. Studiare la percezione ha significato, quindi, affrontare tale controversia ponendo particolare attenzione alla percezione nei periodi più vicini all'inizio della vita: se le capacità percettive sono innate dovremmo osservarle nei neonati, altrimenti significa che sono dipendenti dall'esperienza. Una seconda ragione per cui lo studio dello sviluppo percettivo è stato circoscritto alle prime fasi di vita è la convinzione secondo cui la maggior parte dello sviluppo percettivo abbia luogo nell'infanzia perchè quando gli esseri umani raggiungono quella fase in cui sono in grado di spostarsi autonomamente, si ritiene che le loro percezioni siano già mature.

I metodi. Gli studiosi si sono presto trovati di fronte ad una difficoltà: se la percezione è un fatto privato e non vi è alcun modo per una persona di sapere come sono le percezioni degli altri, come studiarla nei bambini non ancora in grado di comunicare? Inoltre i neonati dispongono di un limitato repertorio di comportamenti osservabili e anche se non sono in grado di darne prova nel proprio comportamento, è comunque possibile che abbiano alcune capacità percettive.

I due principali sistemi di risposta che sono stati analizzati per studiare le percezioni nell'infanzia sono di tipo psico-fisiologico e comportamentale. Le ricerche psicologiche che hanno adottato tecniche fisiologiche si sono accostate allo studio dello sviluppo percettivo mediante la valutazione del funzionamento del sistema nervoso centrale e autonomo. Da un lato hanno quindi studiato l'anatomia neurologica e l'attività corticale elettrica, dall'altro hanno

osservato le risposte fornite dal sistema nervoso autonomo quali i riflessi di orientamento, la respirazione e il battito cardiaco.

Per valutare lo sviluppo percettivo nel primo periodo di vita gli psicologi hanno anche inventato una vasta gamma di tecniche comportamentali. La selettività visiva (il fatto cioè che il neonato fissa lo stimolo secondo un orientamento volontario in modo da tenerlo sulla linea dello sguardo), la fissazione preferenziale (il guardare di preferenza verso uno stimolo piuttosto che verso un altro senza che la collocazione spaziale dei due stimoli abbia alcuna influenza), l'azione di afferrare (*crasping*) e la rotazione condizionata della testa che sfrutta il controllo motorio volontario, sono tutte tecniche usate per studiare una vasta gamma di abilità percettive nell'infanzia, in particolare la visione di configurazioni o strutture e la visione di colori. Insieme alla rotazione condizionata della testa che fornisce dati ragionevolmente sicuri dato che i bambini rispondono attivamente e volontariamente "comunicando" direttamente le loro percezioni allo sperimentatore, una tecnica altrettanto affidabile e usata per studiare la percezione in qualunque modalità sensoriale è la prova di abituação. In questa prova si presenta al bambino uno stimolo e si controlla la sua attenzione visiva verso questo. Generalmente, se si trova in un ambiente per il resto omogeneo, il bambino si orienterà verso di esso e vi presterà attenzione. Se lo stimolo è continuamente presente alla sua vista o viene presentato ripetutamente, l'attenzione verso questo diminuirà. Questo decremento dell'attenzione, chiamato abituação, porta presumibilmente il bambino a sviluppare una rappresentazione mentale dello stimolo che continua a confrontare con qualsiasi stimolo presentato alla sua vista. Se stimolo esterno e rappresentazione coincidono, il bambino, conoscendo lo stimolo, non continuerà a guardarlo; al contrario una mancata coincidenza manterrà viva la sua attenzione. Uno stimolo sperimentale nuovo e discriminabile, dopo che si è prodotta l'abituação allo stimolo familiare, riattiverà l'attenzione. Con questa tecnica gli studiosi dello sviluppo si sono occupati particolarmente dell'ontogenesi della percezione della forma, dell'orientamento, della localizzazione, del movimento e del colore.

I risultati delle ricerche. Attraverso lo sviluppo di metodologie sempre più sofisticate basate sulle misure psico-fisiologiche del sistema nervoso e di misure comportamentali dell'attenzione, dell'apprendimento, della risposta e della reazione, gli studiosi dei processi evolutivi sono riusciti a cogliere il mondo percettivo dell'infante.

Alla nascita il neonato può vedere, udire, gustare e sentire al tatto: è così ben preparato al mondo nuovo che lo circonda. Già nelle prime ore successive alla nascita cerca attivamente informazioni nell'ambiente e tende a guardare verso quelle parti dello stimolo caratterizzate da

un forte contrasto come angoli e contorni, invece di esplorare in modo casuale lo sfondo o la parte centrale della figura.

A un mese d'età il mondo percettivo del bambino diviene sempre più chiaro e organizzato. Comincia ad apprezzare sia configurazioni visive semplici che complesse ed è in grado di discriminare le facce rispetto a configurazioni non facciali, preferendo alcuni schemi di organizzazione piuttosto che altri. L'acuità visiva si sta sviluppando rapidamente e migliorerà progressivamente fino a raggiungere i livelli adulti (quando avrà cinque anni). A questa età, inoltre, vede i colori, sapendo discriminare tonalità e luminosità.

Alla fine del terzo mese la vista è molto sviluppata: il bambino può mettere a fuoco oggetti vicini e distanti, possiede i rudimenti della costanza di forma e di quella di dimensioni. Da alcune ricerche è stato dimostrato che bambini di questa età trattano come familiare una forma con la quale hanno avuto diverse esperienze, anche se la vedono con un orientamento nuovo o in posizione inclinata. Queste ricerche sulla stabilità percepita di un oggetto, malgrado le variazioni che si producono nelle sue rappresentazioni sensoriali, e quelle relative alla costanza di percezione delle dimensioni, dimostrano che i bambini, già nel primo anno di vita, possono percepire la forma in quanto tale.

Tra i 4 e 5 mesi d'età i bambini percepiscono le configurazioni globali, riconoscono gli oggetti sia a due che a tre dimensioni e sono sensibili a ogni tipo di coordinazione spaziale, inclusa la profondità, l'orientamento, la collocazione e il movimento. Gli oggetti infatti non vengono specificati solo mediante la loro forma, ma anche attraverso le loro coordinazioni nello spazio, cioè il loro orientamento, la loro collocazione e il loro movimento. La percezione dell'orientamento non è uniforme: per gli adulti l'orientamento verticale ha un valore psicologico superiore all'orientamento orizzontale che, a sua volta, è superiore all'orientamento obliquo. Questa gerarchia relativa all'orientamento sembra esistere abbastanza precocemente e riguarda sia le forme geometriche artificiali che le configurazioni più complesse e dotate di significato. I bambini di 4 mesi infatti preferiscono e discriminano le configurazioni allineate verticalmente o orizzontalmente più velocemente di quanto non facciano con le stesse configurazioni allineate obliquamente.

Bornstein verificò inoltre la sensibilità alla simmetria, percepita nei termini di una forma complessiva. Bambini di questa età, infatti, si abituano in modo abbastanza efficace a configurazioni verticalmente simmetriche, con questo dimostrando di percepire la simmetria come forma. Altre ricerche successive, inoltre, hanno rilevato che i bambini usano, nella discriminazione delle forme, una composizione globale della simmetria e che la simmetria verticale è un principio organizzativo generale della percezione della forma nel suo complesso.

Alcuni studi di percettologia hanno evidenziato che immagini con asse orizzontale vengono interpretate diversamente da immagini con asse verticale: la presenza di un asse verticale fa pensare effettivamente a una figura simmetrica rispetto all'asse, mentre la presenza di un asse orizzontale suggerisce che l'immagine sia il risultato di una figura e della sua riflessa.

1.2.2 La percezione nella fanciullezza

In che modo i bambini più grandi prestano attenzione ed elaborano l'informazione percettiva? Comprendere la capacità percettiva propria di questo periodo di vita è significativo in relazione alla scolarizzazione. L'attenzione selettiva, l'integrazione visiva e la velocità nell'elaborazione dell'informazione visiva variano da persona a persona, ma si può comunque riconoscere un miglioramento nel corso della fanciullezza che raggiunge il suo apice agli inizi dell'adolescenza. Diversi esperimenti condotti sullo sviluppo della percezione della forma nella fanciullezza dimostrano che, sebbene la percezione visiva possa essere già matura in età scolare, solo attraverso il tempo e l'esperienza la percezione comincia a differenziarsi, divenendo sempre più selettiva e acuta.

Alcuni esperimenti, con lo scopo di valutare la conservazione della forma, hanno mostrato come i bambini rilevano meglio le rotture figurali rispetto alle rotazioni e alle inversioni. Sembra che in molte occasioni i bambini trattino le inversioni sinistra-destra come simili, sebbene siano in grado di distinguere altre rotazioni di uno stimolo. Nello scrivere risultano comuni e frequenti le inversioni delle lettere (per esempio, *b* per *d*) e sembra probabile che i bambini debbano perdere la naturale tendenza a utilizzare i processi che consentono di garantire la costanza percettiva.

Relativamente alla percezione della simmetria è stato rilevato un progresso evolutivo: la simmetria verticale viene discriminata e memorizzata più facilmente rispetto a quella orizzontale e obliqua. Bornstein ipotizza così l'esistenza di un parallelismo fra l'ordine dell'elaborazione percettiva della simmetria da parte degli adulti e lo sviluppo dell'apprendimento e della memoria della simmetria nei bambini. Dati empirici dimostrano che gli adulti elaborano in modo gerarchico l'orientamento nella simmetria in cui la prima fase riguarda l'orientamento verticale, proseguendo successivamente con quello orizzontale e terminando con quello obliquo. Nel caso della simmetria, dunque, tendenze percettive che caratterizzano gli stadi di elaborazione dell'informazione nell'adulto sembrano in grado di descrivere anche gli stadi di sviluppo percettivo.

1.2.3 Conclusioni

La maggior parte delle ricerche sulla percezione infantile aveva l'obiettivo di determinare la presenza o meno di singole e specifiche capacità percettive e definire la comparsa, la stabilità o il cambiamento di queste nel corso del tempo.

Gli studiosi della percezione, attraverso ricerche sistematiche nell'infanzia e nella prima fanciullezza, non accettano più l'idea di un neonato percettivamente incompetente riconoscendo che alcune capacità percettive sono date geneticamente, mentre altre si sviluppano nel periodo che va dall'infanzia alla maturità. Non è detto, inoltre, che le capacità percettive innate siano pienamente sviluppate; anche se esiste una rudimentale funzione, nel periodo della fanciullezza resta da realizzarsi una parte di sviluppo percettivo, che in parte è legato a sviluppi più generali, relativi al funzionamento cognitivo e alla maturazione del sistema visivo, in parte determinato dall'apprendimento e dall'interazione con l'ambiente.

Dunque né l'innatismo né l'empirismo possono affermare la loro supremazia sul processo di sviluppo percettivo, piuttosto i meccanismi innati e l'ambiente concorrono a determinare la maniera in cui il bambino arriva a percepire il mondo. Il modo in cui natura ed esperienza interagiscono nello sviluppo percettivo si può riassumere schematicamente con i seguenti tre esiti:

- La prima possibilità è che le abilità e le funzioni percettive si sviluppino prima dell'intervento dell'esperienza, ma che poi abbiano bisogno di questa per essere mantenute, altrimenti andranno perse.
- La seconda possibilità è che le abilità o le funzioni percettive si sviluppino solo parzialmente prima dell'esperienza, dopo di che questa opererebbe in tre modi: esperienze rilevanti potrebbero facilitare l'ulteriore sviluppo della funzione; altri tipi di esperienze potrebbero mantenere l'abilità al livello di sviluppo parziale che questa aveva raggiunto prima dell'intervento dell'esperienza; la mancanza di esperienze potrebbe determinare la perdita di quella abilità.
- La terza possibilità è che un'abilità o una funzione percettiva, che prima dell'intervento dell'esperienza non sono ancora sviluppate, vengano prodotte a causa di esperienze rilevanti; diversamente tali abilità non emergono.

1.3 IL SENSO DELL'ORDINE

“La disposizione degli elementi per similarità e per differenza, il godere della ripetizione e della simmetria, si estendono dall’infilare perline fino all’impianto della pagina che il lettore ha di fronte e, ovviamente, al di là, fino ai ritmi del movimento, del parlato e della musica, per non menzionare le strutture della società e i sistemi di pensiero”², così scrive Ernest. H. Gombrich nella prefazione a “*Il senso dell’ordine*”. I motivi geometrici hanno da sempre esercitato sull’uomo un grande fascino; le tracce della cultura materiale delle civiltà che ci hanno preceduto e di quella attuale lo testimoniano. Dal mondo islamico alla miniatura anglo-irlandese e del tardo Gotico, dalle arti tribali dei Maori e degli indiani d’America all’Art Nouveau, pur seguendo vie diverse, è possibile avvertire quello che l’autore chiama “il senso dell’ordine”.

Gombrich dichiara che l’umano senso dell’ordine è radicato nell’eredità biologica e che la percezione di tale ordine è legata alla sopravvivenza stessa, in quanto consente all’organismo di scoprire deviazioni o scostamenti da quella norma che in qualche modo è codificata nel sistema nervoso.

La percezione non viene intesa come processo passivo, ma come processo attivo d’impiego dell’informazione per suggerire e verificare delle ipotesi: l’organismo esplora l’ambiente interpretando i messaggi che riceve sulla base di quella naturale ed elementare attesa di regolarità.

Già la scuola della *Gestalt*, che per prima si era opposta all’idea della percezione come registrazione passiva degli stimoli, aveva riconosciuto, nel nostro percepire, una preferenza per le configurazioni semplici, le linee rette, i cerchi ed altri ordini semplici. Quando ci troviamo nel caos del mondo esterno, noi tendiamo a scorgere tali regolarità più che le forme casuali. Popper stesso ha affermato come, prima negli animali e nei bambini, ma più tardi anche negli adulti, ha osservato la potenza immensa del bisogno di regolarità: quel bisogno in forza del quale essi ricercano la regolarità. Gombrich aggiunge che “l’ipotesi della semplicità non si apprende. Essa è, invero, l’unica condizione che sottende l’apprendere stesso”³. Riusciamo a trarre un senso dai molteplici stimoli ambigui che ci raggiungono dall’ambiente, proprio a partire da una ipotesi di regolarità che non viene abbandonata fino a quando non viene falsificata. Siamo dunque organismi attivi che si protendono verso l’esterno non ciecamente e a caso, ma guidati da questo senso innato dell’ordine.

² GOMBRICH E.H., *Il senso dell’ordine*, Einaudi, Torino 1984, p.XVII.

³ GOMBRICH E.H., *Il senso dell’ordine*, cit, p.9.

1.3.1 La percezione della simmetria

Prendendo in esame la simmetria assiale con asse verticale, Gombrich riconosce che essa crea spontaneamente un senso di equilibrio e che il nostro sistema percettivo favorisce un tale tipo di disposizione. Nella simmetria assiale l'asse offre, per usare le parole dell'autore, un "magnete all'occhio", dato che è l'unica area che non viene ripetuta nella serie. Il nostro guardare rimane pertanto sospeso tra due configurazioni uguali, soffermandosi sul punto di massima informazione, per poi scorgere la ridondanza degli elementi prossimali, poiché riceverà gli stessi messaggi sia volgendosi a destra che a sinistra. Una immagine simmetrica ci offre un senso di sicurezza e stabilità in quanto, essendo un sistema dominato da leggi specifiche, sentiamo di poter scoprire molti aspetti senza la necessità di doverli esaminare a fondo, e di essere in grado di ricostruire qualsiasi elemento andato perduto facendo ricorso alle poche informazioni ricavate dall'osservazione. Questo spiega il motivo per cui apprezziamo una architettura regolare: la ripetizione e l'ordine ci aiutano ad orientarci nello spazio e nel tempo.

La nostra preferenza per la simmetria verticale ha un'ovvia controparte nell'immagine del corpo umano e viene quindi avvertita come vicina all'identità. Gombrich ritiene che se ci venisse chiesto di effettuare un certo movimento con entrambe le braccia, è probabile che spontaneamente faremmo gesti rispecchiati, proprio perché consideriamo il nostro corpo come l'insieme di due metà rispecchiate lungo un asse verticale.

Nella simmetria centrale l'occhio viene invece attirato verso il centro, attorno al quale ruotano tutti gli elementi della configurazione. Gombrich la definisce "simmetria dinamica" con un centro di attrazione organizzante che non crea nell'osservatore un senso di disagio perché gli elementi capovolti, visti dal centro verso il quale si orientano, sono corretti.

La simmetria, assiale o centrale, implica comunque coesione per la presenza di una legge o di un principio che governa la configurazione.

1.3.2 Simmetria e asimmetria

La nostra struttura mentale favorisce la semplicità non solo nella percezione, ma anche nella configurazione; l'uomo esercita il suo senso dell'ordine contemplando e costruendo configurazioni geometriche semplici. Regolarità e ordine non sono infatti presenti solo nel mondo naturale, ma in molti elementi del nostro ambiente artificiale: ricorrono con frequenza sulle stoffe e sulla carta da parati, sugli edifici e l'arredo, su recipienti e su ogni altro oggetto, non necessariamente e volutamente artistico, anzi funzionale.

Gombrich nota, però, che tale regolarità rischia, a volte, di essere identificata con la monotonia. Ciò che viene percepito con facilità, lascia ai nostri processi percettivi ben poco lavoro da fare e si cessa di porvi attenzione, così che tale configurazione decade al di sotto della soglia di coscienza. Se la monotonia rischia di non venire registrata, d'altro canto l' eccesso di novità e di complessità disorienta e confonde: il ticchettio dell'orologio non viene più percepito, mentre un mutamento di ritmo ci allarma.

L'organismo, alla continua ricerca di un equilibrio con l'ambiente, produce modelli interni che regolano le sue aspettative. Se si prende un corpo regolare e lo si ruota tra le mani, non abbiamo alcuna difficoltà nell'anticipare gli aspetti che andiamo a vedere; lo stesso non accade per forme casuali per cui le nostre attese non potranno che essere approssimative. Ancora diverso è il caso delle configurazioni che non vengono avvertite come fastidiosamente ovvie, ma con una complessità che riteniamo di poter padroneggiare e costruire perché vi percepiamo leggi sottese. Questo spiegherebbe come il piacere si colloca in un punto intermedio tra noia e disordine, quando, cioè, “le nostre aspettative vengono confermate nella misura in cui riguardano la forma generale, ma piacevolmente turbate all'interno di quella struttura primaria dalle varietà del disegno”⁴.

Simmetria e asimmetria sono dunque due termini che sottendono una sottile ambiguità ed una intrinseca duplicità di significato: così come la simmetria, che è composizione della asimmetria, può rappresentare non costrizione o noia, ma bellezza e armonia, così l'asimmetria, che è assenza di simmetria, può significare non disordine, ma libertà e creatività. E' la tensione tra questi due estremi che conferisce vitalità a ciò che ci circonda.

⁴ GOMBRICH E.H., *Il senso dell'ordine*, cit, p.20.

1.4 LA SIMMETRIA

Che cosa è la simmetria? Se l'arte e la tecnologia hanno il compito di costruirla, la matematica è chiamata a determinare le sue strutture fondamentali per una identificazione e una classificazione.

La simmetria richiama la presenza di un ritmo, il ripetersi di qualcosa; tutte le figure che al nostro occhio appaiono simmetriche hanno infatti una caratteristica in comune: sono costituite dalla ripetizione di un "modulo" secondo certe regole, regole che in generale sono diverse da figura a figura⁵.

Ma come si ripete questo "modulo"? E quanti tipi diversi di simmetria esistono? È davvero sorprendente la scoperta che sia relativamente piccolo il numero di schemi che si ripetono per dare vita alla grande ricchezza dei motivi ornamentali creati dall'uomo e all'ampia varietà delle forme presenti in natura.

1.4.1 Un modulo che si ripete

Una volta identificato il modulo, sono le trasformazioni isometriche che, partendo da questo, generano la figura simmetrica e, allo stesso tempo, se applicate alla figura totale, mandano la figura in se stessa.

Per ottenere la figura 1, il modulo (corrispondente al quadrilatero nero) viene ruotato di 60° intorno al punto O una prima volta, poi una seconda e così via fino a riportarlo al punto di partenza. Si ottiene dunque una figura composta da sei copie del modulo di partenza, ognuna delle quali differisce dalla precedente per una rotazione di 60° . Partendo da moduli a piacere e operando queste stesse *rotazioni* si ottengono figure diverse, ma, proprio perché ottenute secondo le stesse regole, si assomigliano tra di loro per la struttura: il tipo di simmetria è lo stesso.

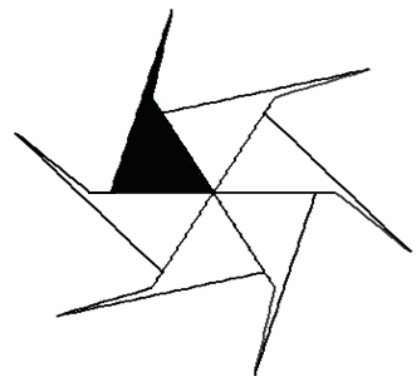


Fig. 1

⁵ BELLINGERI P., DEDO' M., DI SIENO S., TURRINI C. (a cura di), *Il ritmo delle forme. Itinerario matematico (e non) nel mondo della simmetria*, Ed Mimesis, Milano 2001, p.34.

Non solo, è anche possibile variare l'angolo e ottenere figure in cui il modulo si ripete un numero diverso di volte (e si può anche ricavare una regola: se voglio che il modulo si ripeta n volte, allora devo compiere rotazioni di $360^\circ/n$).

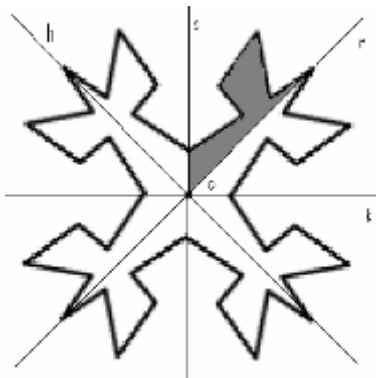
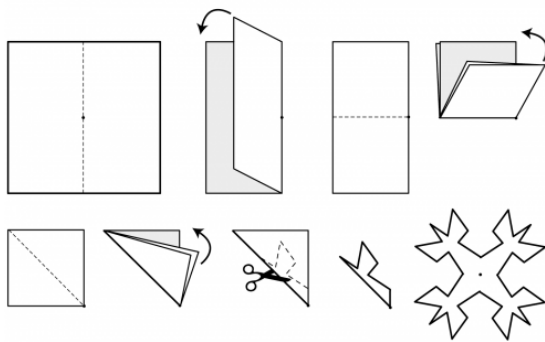


Fig. 2

Per ottenere la figura 2, si può riflettere il modulo rispetto alla retta r e poi ruotare i due moduli così ottenuti di 90° intorno al punto O per 4 volte. Tale figura può anche essere ricostruita usando solo le *riflessioni*: si riflette il modulo sia rispetto alla retta r che rispetto alla retta s ; poi si riflettono sia il modulo di partenza che quelli ottenuti, rispetto alle rette h e k , ottenute rispettivamente riflettendo r rispetto a s e viceversa. Questa seconda famiglia di regole corrisponde all'operazione concreta di

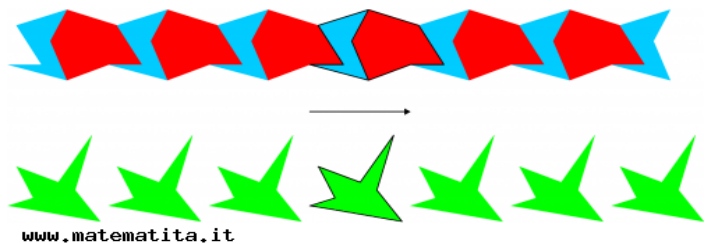


www.matematita.it

Fig. 3

inserire il modulo tra due specchi incidenti o ritagliare il modulo su un pezzo di carta piegato a metà una o più volte (Figura 3). Gli specchi e la piegatura della carta non permettono invece di ricostruire figure che comprendono solo rotazioni.

Quelli visti fin qui sono esempi di figure limitate, in cui le regole prevedono un numero finito di operazioni. Se esaminiamo la figura 4 la regola consiste nel prendere il modulo e spostarlo a destra una prima volta lungo la direzione indicata dalla freccia, poi una seconda volta e così via all'infinito. Si procede in modo analogo verso sinistra.



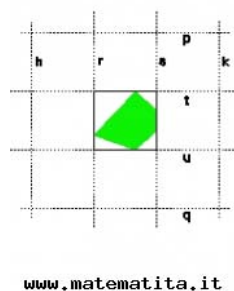
www.matematita.it

Fig. 4

L'operazione qui coinvolta è la *traslazione*, ed è possibile iterarla all'infinito senza mai ritornare al punto di partenza.

Poiché una traslazione corrisponde alla composizione di due riflessioni successive rispetto a due rette parallele fra loro e perpendicolari alla direzione della traslazione, figure di questo tipo si possono ottenere con due specchi paralleli o ritagliando il modulo su un pezzo di carta piegato a fisarmonica.

Esistono figure simmetriche infinite dove il modulo non si ripete lungo una sola direzione. Ad esempio la figura 5 può essere ottenuta riflettendo il modulo di partenza, che corrisponde al quadrilatero verde rappresentato a sinistra, rispetto alle rette r , s , t , u e poi ancora rispetto alle rette h , k , p , q . Possiamo ottenere tale disegno usando



www.matematita.it

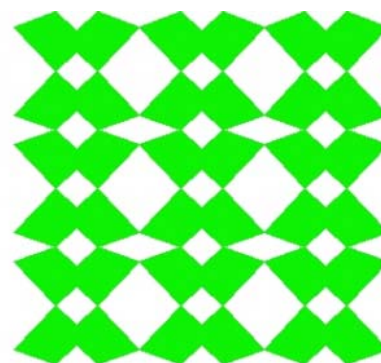


Fig.5

quattro specchi da sistemare perpendicolarmente al piano della figura in modo da formare una camera di specchi a forma quadrata che circonda il modulo di partenza.

1.4.2 Diversi tipi di simmetria

La ricerca di simmetrie di una figura si traduce nella ricerca delle isometrie del piano (o dello spazio) che mandano la figura in se stessa, cioè di quelle trasformazioni che non mutano le distanze, quali le rotazioni, le traslazioni e le riflessioni. L'insieme delle isometrie che fissano la figura è chiamato *gruppo di simmetria*, e corrisponde alla struttura algebrica in base alla quale si possono classificare le figure rispetto alla loro simmetria.

Qualunque sia la figura da cui si parte, l'insieme di tutte le isometrie che la fissano ha sempre queste tre caratteristiche:

- se comprende due isometrie, comprende anche la loro composizione, ossia l'isometria che si ottiene dalle due eseguendo prima l'una e poi l'altra
- comprende l'identità
- se comprende una isometria, comprende anche la sua inversa, ossia quella che torna alla posizione di partenza.

I gruppi di simmetria si dividono in gruppi discreti e non. La differenza consiste nel fatto che, nei gruppi discreti, i punti che si ottengono applicando a un punto P le varie trasformazioni del gruppo, sono relativamente lontani. Questo non accade ad esempio nel gruppo della circonferenza, dove se prendiamo un punto P del piano (diverso dal centro O della circonferenza) alcuni dei punti che si ottengono applicandogli le trasformazioni del gruppo sono vicini a P quanto vogliamo, perché tutti i punti della circonferenza di centro O passante per P sono i trasformati di tale punto.

Relativamente ai gruppi discreti di una figura piana, le diverse situazioni che si possono incontrare sono riducibile a tre categorie:

1. categoria dei *rosoni*, comprende gruppi di simmetria finiti che non contengono traslazioni;
2. categoria dei *fregi*, comprende gruppi di simmetria infiniti che contengono traslazioni ma solo in una direzione;
3. categoria dei *mosaici*, comprende gruppi di simmetria infiniti che contengono traslazioni in almeno due direzioni diverse.

La categoria dei *rosoni* comprende i gruppi ciclici e i gruppi diedrali.

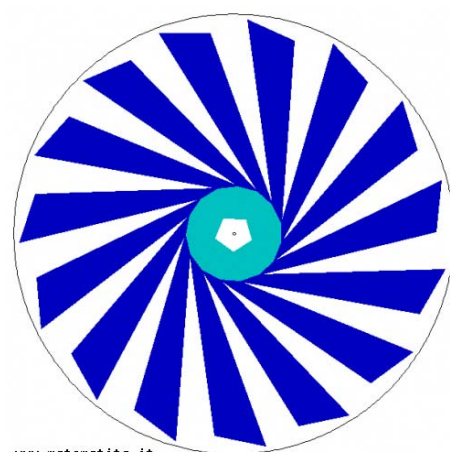
I *gruppi ciclici* contengono solo rotazioni, mentre i *gruppi diedrali* tante riflessioni quante sono le rotazioni.

A titolo esemplificativo, in figura 6 è riportato un disegno che possiede un gruppo ciclico $C(15)$, ossia contenente solo 15 rotazioni, mentre in figura 7 si ha un disegno relativo ad un gruppo diedrale $D(11)$, ossia con 11 riflessioni e 11 rotazioni.

Anche se il numero delle rotazioni può cambiare e le possibilità risultano dunque infinite (una per ogni numero intero), non esistono altri tipi di gruppi finiti: ciò significa che, dal punto di vista della simmetria, tutte le figure con un gruppo di simmetria finito che possiamo disegnare consistono in un modulo che si ripete attraverso successive rotazioni o riflessioni.

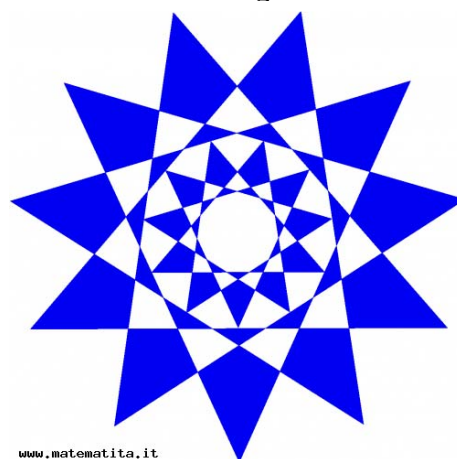
E' possibile dunque definire un punto O come *centro di simmetria* quando una rotazione (non banale) intorno a tale punto fissa la figura, e una retta r come *asse di simmetria* per una certa figura quando la riflessione rispetto alla retta r fissa quella figura.

All'interno di questa categoria rientra anche il gruppo che contiene un solo elemento, cioè la rotazione di 360° . Si tratta del gruppo di simmetria di una figura asimmetrica per cui l'unica trasformazione che la fissa è l'identità.



www.matematita.it

Fig.6



www.matematita.it

Fig.7

Anche nelle figure che si prolungano all'infinito le possibilità di costruirle con una struttura di simmetria diversa sono limitate.

In matematica si usa il termine “fregio” per indicare un disegno in cui esiste una traslazione del piano che trasforma il fregio in se stesso (e ogni altra traslazione che lo fa è multipla di questa traslazione base); il suo tipo di simmetria può cambiare in base alle altre eventuali trasformazioni che, oltre alla traslazione-base, fissano il disegno. A dispetto di quello che ci si potrebbe aspettare, esistono solo 7 possibili schemi di simmetria riportati in figura 8.

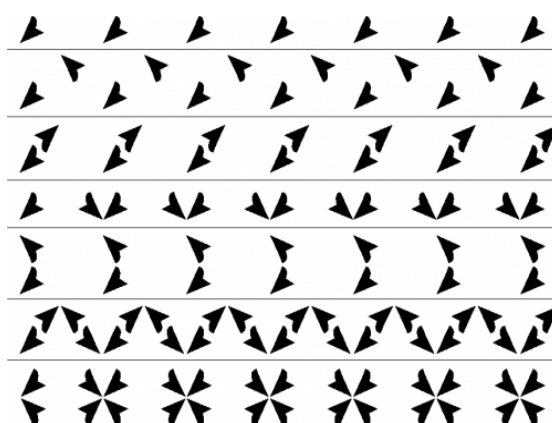
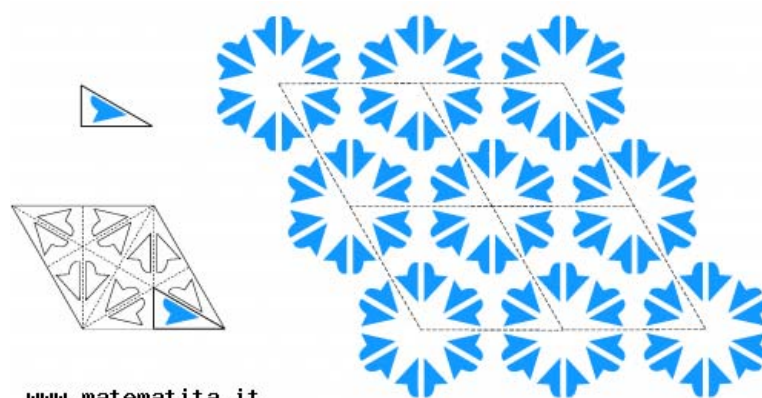


Fig.8

Per “mosaico”, invece, si intende un disegno piano che si ripete periodicamente in più di una direzione, per la presenza di traslazioni del piano in direzioni indipendenti che lo lasciano fisso. Anche in questo caso si potrebbe pensare ad un'ampia libertà nell'individuazione di schemi con cui ripetere il disegno, ma in realtà tali schemi sono solo 17.



www.matematita.it

Fig.9

Alcuni di questi 17 tipi di mosaici si possono costruire in una camera di specchi; in figura 9, per esempio, è riportato un mosaico che si può ricostruire in una camera di specchi a forma di triangolo rettangolo di angoli 30° , 60° e 90° .

1.4.3 Modelli concreti per parlare di simmetria

La ricerca di simmetrie di una figura, come si è detto, consiste nella ricerca di particolari trasformazioni che mandano la figura in se stessa. Legando il concetto di simmetria al concetto di trasformazione geometrica, risulta evidente che parlare di simmetria non significa solo parlare

di assi di simmetria e di riflessioni, ma anche di rotazioni (e, perché no, del mondo delle traslazioni e delle glissoriflessioni).

Per progettare un percorso sulla simmetria non basta però effettuare scelte precise limitatamente al piano dei contenuti, ma è necessario anche riflettere sul piano delle modalità e degli strumenti. Poiché una introduzione formale del concetto di simmetria non sembra essere la modalità migliore per un apprendimento efficace, l'approccio che si intende favorire (anche con il percorso qui proposto) è di tipo operativo. Questa scelta è possibile perché le isometrie prese in considerazione possono essere introdotte con definizioni operative: una riflessione non è altro che l'effetto prodotto su una figura da uno specchio e una rotazione può essere compresa ruotando disegni su carta da lucido, come vedremo nella descrizione del percorso.

Perché gli alunni costruiscano un concetto di simmetria astratto e completo, l'utilizzo di materiali quali specchi e carta da lucido deve poter contare su un ampio repertorio di immagini: non basta un esempio di ciascun tipo di simmetria, ma occorrono tante immagini per poter estrapolare la struttura astratta che hanno in comune. Tra gli strumenti a disposizione di educatori ed insegnanti che usano la comunicazione per immagini come modalità di apprendimento informale spiccano quelli realizzati dal centro *Matematita*.

Matematita è un Centro Interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica, che ha la sua origine nelle esperienze di divulgazione della matematica condotte negli ultimi anni dalle quattro università di Milano, Milano-Bicocca, Pisa e Trento. Tali esperienze hanno portato in luce in modo chiaro la necessità di puntare l'attenzione su un apprendimento di tipo informale come prerequisito per una successiva acquisizione di saperi più formalizzati. Con l'obiettivo di definire e individuare contenuti e metodi più adatti a questo tipo di comunicazione, sono stati progettati, realizzati e diffusi prodotti a carattere divulgativo: mostre interattive, libri, riviste e materiale multimediale; tra le mostre vale la pena di citare "Simmetria, giochi di specchi", nella quale si fa ampio uso di specchi per introdurre il mondo delle riflessioni. Il Centro, inoltre, ha a disposizione un ricco patrimonio di immagini e di animazioni provenienti dalla ricerca iconografica effettuata per la realizzazione di mostre interattive e per la pubblicazione di volumi e altro materiale. L'archivio può essere liberamente consultato in rete⁶, accedendo al progetto *Immagini per la matematica* tramite apposito link. Tale progetto si propone di rendere fruibile al pubblico questo patrimonio di immagini e animazioni, creando uno strumento per la comunicazione matematica facilmente utilizzabile dall'utente, ma che nel contempo garantisce standard elevati di correttezza scientifica e di qualità e pertinenza dal punto di vista iconografico. Le immagini presenti in questo archivio sono tutte

⁶Al sito www.matematita.it.

evocative di un concetto matematico astratto; esse sono catalogate secondo precisi ed efficaci parametri, accompagnate da opportune didascalie che fanno emergere il concetto sotteso (a volte attraverso link ipertestuali che guidano da una immagine all'altra) e raggruppate in proposte di percorsi che offrono spunti per un loro possibile utilizzo. Gran parte del materiale presente nell'archivio è legato al tema della simmetria; le diverse immagini, che danno un'idea della varietà di contesti in cui si può incontrare la simmetria, sono ordinate (e quindi possono essere cercate) in due maniere: la prima le ordina a seconda del soggetto rappresentato e permette quindi di trovare espressioni d'arte, oggetti creati dall'uomo e dalla natura. La seconda, invece, classifica le immagini rispetto al loro gruppo di simmetria e propone quindi una scelta tra gruppi tridimensionali e gruppi piani, e, nell'ambito di questi ultimi, tra fregi, rosoni, mosaici. Il visitatore può trovare nella sezione corrispondente innumerevoli immagini (fotografie, disegni, elaborazioni di *computer graphics*, animazioni interattive, video) di uno stesso tipo, cioè riguardanti lo stesso soggetto, oppure molte immagini che illustrano lo stesso gruppo di simmetria. Mentre la prima via non richiede alcuna dimestichezza con i metodi della matematica, la seconda li usa sistematicamente e il visitatore può trovare nelle schede di approfondimento uno strumento per orientarsi meglio in questo secondo tipo di classificazione.

Il sito costituisce una risorsa preziosa per insegnanti di scuole di ogni ordine e grado poiché il reperimento delle immagini risulta semplice e immediato, e l'utente ha la possibilità di utilizzare il materiale in modo flessibile a seconda del percorso didattico che intende realizzare.

Capitolo secondo

LA METODOLOGIA

Il percorso sulla simmetria voleva essere occasione per trasformare la classe in un buon laboratorio di apprendimento. A questo scopo sono state fatte alcune scelte relative alla metodologia che vertessero a un alto coinvolgimento degli alunni, al ruolo di mediatore dell'insegnante e all'apprendimento cooperativo. In un laboratorio non si espongono teoremi cui seguono esempi ed esercizi, ma si fa ricerca partendo da problemi e osservazioni per arrivare ad una spiegazione razionale organizzata in una teoria. In tale situazione gli studenti operano su materiali messi appositamente a disposizione; devono essere pronti ad utilizzare le conoscenze esplicite e ad esprimere quelle implicite, a mettere in gioco fantasia e intuizione, accanto al metodo e al rigore.

L'esperienza e la riflessione logica sull'esperienza stessa si fondono, pratica e teoria si confondono: ogni osservazione e ogni situazione concreta, sollecitando le procedure tipiche del pensiero matematico quali l'astrazione, la generalizzazione e la dimostrazione, possono diventare spunto per la costruzione teorica di un nuovo sapere.

Devono quindi essere i ragazzi a fare, a sperimentare e a scoprire; la condizione necessaria perché ciò avvenga è che i docenti stessi per primi si mettano in gioco. L'insegnante, infatti, è chiamato a rendere l'alunno protagonista attivo creando situazioni che favoriscano l'apprendimento, offrendo stimoli, costruendo situazioni problematiche adatte, proponendo contro-esempi che obblighino gli alunni a riflettere e a controllare soluzioni affrettate. Ciò significa rinunciare a porsi al centro del processo di insegnamento-apprendimento come distributore di nozioni e controllore dell'apprendimento, riconoscendo agli allievi un ruolo passivo di ascoltatori e ripetitori delle proprie parole.

In un laboratorio, inoltre, il lavoro non è mai individuale: il processo di costruzione della conoscenza avviene attraverso le interazioni tra alunni e insegnanti e tra bambini. Dividere la classe in piccoli gruppi di apprendimento significa investire sulle relazioni e, di conseguenza, contribuire alla crescita culturale e personale dei singoli alunni.

2.1 L'ALUNNO COME SOGGETTO ATTIVO NELL'APPRENDIMENTO

L'idea che il coinvolgimento attivo dell'alunno sia una componente importante del processo di insegnamento-apprendimento è condivisa da studiosi autorevoli come Dewey, Piaget e Vygotskij. Sembra ormai superata la concezione comportamentista che, considerando la realtà come oggettiva e permanente, vedeva nell'alunno un ricettore passivo dei saperi e dei rinforzi, positivi o negativi, dispensati dall'insegnante. Secondo gli studiosi citati il sapere non esiste indipendentemente dal soggetto che conosce, e imparare, di conseguenza, non significa possedere una fotografica e oggettiva rappresentazione del mondo esterno. L'acquisizione della conoscenza viene oggi intesa, almeno a livello teorico, con un carattere costruttivo. Apprendere qualcosa non è un semplice immagazzinare informazioni, ma un connetterle con ciò che già si conosce; non è un semplice osservare le "cose", ma definire le loro proprietà e relazioni, costruite a partire dalla nostra azione organizzante: la conoscenza viene costruita, piuttosto che semplicemente registrata o recepita.

Questo approccio sottolinea l'urgenza di sostituire, a livello pratico, modalità didattiche sostanzialmente trasmissive, adottate ancora oggi da alcuni insegnanti, con pratiche d'insegnamento che riconoscono il discente come protagonista attivo del proprio apprendere .

2.1.1 Dewey e il discente attivo

John Dewey⁷ intende l'apprendimento non come accettazione passiva di una conoscenza oggettiva, ma come processo attivo nel quale il discente coinvolto diventa costruttore di significati.

Assunto di partenza risulta l'esperienza che si colloca sul piano dell'azione pratica non essendo infatti una semplice registrazione di dati, ma frutto di una interazione tra organismo e ambiente. Essa precede ogni intellettualizzazione; soltanto quando portiamo alla coscienza alcuni aspetti problematici dell'esistenza, e cominciamo a riflettere su di essi, l'esperienza comincia a concettualizzarsi e a diventare conoscenza.

La conoscenza consiste dunque in un processo di manipolazione dell'esperienza: non è contemplazione e ricezione passiva di una realtà esterna indipendente dall'uomo, ma azione che

⁷ John Dewey (1859-1952), pedagogista (sostenitore dell'attivismo pedagogico), scrittore, professore e filosofo statunitense che ha esercitato una profonda influenza sulla cultura, sul costume politico e sui sistemi educativi del proprio paese.

trasforma una “situazione indeterminata” in una “situazione determinata”. Per “situazione indeterminata” l’autore intende una condizione esistenziale in cui esistono alcuni elementi di discrepanza rispetto ai fini o alle esigenze dell’individuo. Attraverso la riflessione, che rende consapevole il soggetto degli elementi da rimuovere e trasformare, la situazione indeterminata si trasforma in situazione problematica. E’ a questo punto che deve essere formulata una previsione generica sul tipo di soluzione che si intende perseguire: si tratta ancora di una idea vaga che fornisce soltanto un suggerimento sulla direzione che la ricerca potrebbe prendere, ma non consente ancora il passaggio all’azione pratica. Proprio perché il ragionamento, da solo, non consente di offrire piena garanzia dell’efficacia dell’idea, l’ultima parola spetta all’esperimento, con il quale le fasi precedenti della ricerca si traducono in azione pratica. Se l’esperimento ha esito positivo, la conoscenza è acquisita. Poiché già la formulazione dell’idea e l’articolazione del ragionamento hanno carattere operativo (in quanto non consistono in una analisi teorica della situazione, ma sono intrinsecamente compenetrati dall’azione) si può sostenere che pensare e agire non sono attività distinte, ma due aspetti di una stessa attività.

L’esperienza, secondo Dewey, deve quindi essere fondamento dell’educazione. Nel suo breve saggio “*Esperienza e educazione*”, pubblicato nel 1938, l’autore sostiene i principi guida per la scuola del futuro, contrapponendo l’educazione progressiva delle scuole nuove all’educazione tradizionale. Quest’ultima propone un sapere statico, codificato una volta per tutte e staccato dall’esperienza, non tenendo conto che il contesto è in continua trasformazione. Il compito di rappresentare il sapere spetta ai manuali, mentre gli insegnanti sono il tramite che pone gli alunni in contatto con il materiale, “mezzi attraverso i quali sono comunicate abilità e conoscenze e rafforzate le regole della condotta”⁸. Il sorgere di una nuova educazione è effetto, secondo Dewey, del disagio che suscita l’educazione tradizionale ed è, in sostanza, una critica implicita ad essa; l’autore esplicita tale analisi nei seguenti termini: “Il sistema tradizionale, nella sua essenza, consiste in una imposizione dall’alto e dal di fuori. Esso impone norme, programmi e metodi degli adulti [...] che rimangono estranei alle capacità effettive dell’alunno. Essi vanno al di là dell’esperienza che (l’alunno) possiede. [...] Questa situazione di fatto impedisce una molto più attiva partecipazione degli alunni e di quanto viene loro insegnato”⁹. Nelle scuole nuove grande attenzione è invece rivolta alle effettive capacità degli allievi, di cui si cerca di sviluppare le potenzialità; esse inoltre propongono un sapere legato all’esperienza e da questa risalgono dinamicamente alle teorie.

L’esperienza concreta dell’allievo diventa quindi principio fondamentale per la costruzione di una buona ed efficace pratica didattica. Sostituire il principio di autorità fine a se stessa, tipica

⁸ DEWEY J., *Esperienza e educazione*, La Nuova Italia, Firenze 1949, p.6.

⁹ Ibi, p.7.

dell'esperienza scolastica tradizionale, con una educazione fondata sulla libera esperienza del discente non significa però cadere nello spontaneismo pedagogico. L'insegnante, infatti, è chiamato ad una corretta organizzazione delle esperienze che tengano conto dell'identità dei soggetti e della loro esperienza precedente. Inoltre è sua responsabilità creare situazioni di apprendimento che rispettino il principio di continuità, facendo in modo che l'influenza di ciascuna esperienza sulle successive sia positiva e favorisca l'acquisizione di nuove esperienze qualitativamente migliori, e il principio di crescita, in base al quale la continuità dell'esperienza consentirebbe una crescita effettiva dell'uomo in termini di capacità di acquisizione di nuove esperienze e di una migliore capacità di interagire positivamente con il mondo.

2.1.2 Piaget e la costruzione attiva del sapere

Se il modello comportamentista riconosceva il contatto diretto con gli stimoli ambientali come maggiore responsabile dello sviluppo intellettuale, in modo tale che l'apprendimento venisse spiegato come una serie di risposte agli stimoli esterni secondo il noto paradigma "Stimolo → Risposta", il grande contributo di Jean Piaget¹⁰ è stato quello di introdurre in questo modello un elemento di importanza cruciale: il soggetto che apprende. Pur dando valore agli stimoli ambientali, Piaget sostiene che l'individuo non è un semplice registratore passivo di tali stimoli, ma è impegnato nella costruzione attiva del suo sapere che procede attraverso una serie continua di fasi di accomodamento e assimilazione. Per "assimilazione" si intende l'incorporare un evento, un oggetto o una sua caratteristica, in una struttura cognitiva già acquisita. Questo sembrerebbe implicare che un individuo non possa assimilare ciò che non è compatibile con le strutture che già possiede e non si spiegherebbe la capacità di apprendere nuovi concetti. E' qui che entra in gioco l'"accomodamento", inteso come capacità di modificare la struttura cognitiva o il comportamento al fine di arrivare ad un nuovo equilibrio.

Il paradigma comportamentista viene quindi modificato nel modo seguente: "Stimolo → Organismo → Risposta", in quanto viene inserito il soggetto (Organismo) che apprende con tutto il suo carico di esperienze precedenti, aspettative, interessi, vissuti, e, in particolare, con diversi livelli di maturazione neuronale. Attraverso i processi di adattamento e assimilazione, infatti, l'organizzazione cognitiva evolve la sua struttura e si possono individuare alcuni stadi quali lo stadio dell'intelligenza sensomotoria, preoperatoria, operatoria concreta e del pensiero ipotetico-

¹⁰ Jean Piaget (1896-1980), psicologo dell'età evolutiva ed epistemologo svizzero, dimostrò l'esistenza di una differenza qualitativa tra le modalità di pensiero del bambino e quelle dell'adulto, e che il concetto di capacità cognitiva, e quindi di intelligenza, è strettamente legato alla capacità di adattamento all'ambiente sociale e fisico.

deduttivo. Piaget ammette l'apprendimento di nuove strutture logiche solo se il bambino dispone di strutture più elementari che egli può integrare o ampliare, ossia se il suo livello di sviluppo è abbastanza vicino a quello in cui quelle strutture emergono spontaneamente. Da questa concezione scaturiscono indicazioni pedagogiche volte a rispettare le fasi di sviluppo e a favorire, di conseguenza, attività e stimoli adatti allo stadio evolutivo dei soggetti che apprendono, attribuendo un ruolo di secondo piano all'adulto mediatore.

Nel processo di insegnamento-apprendimento, assumono una funzione fondamentale l'autoscoperta e il ruolo attivo dell'alunno. Nel suo libro *“Dove va l'educazione”*, Piaget affronta il problema dei frequenti insuccessi in matematica e nelle altre materie scientifiche, che sembrerebbero indicare un'insufficienza nei meccanismi stessi dello sviluppo del ragionamento. Egli si domanda se la responsabilità non sia da attribuire piuttosto ai metodi d'insegnamento tradizionali che ritengono sufficiente la conoscenza della materia e non del modo in cui le nozioni si costruiscono nel pensiero del bambino. Se si studia lo sviluppo dell'intelligenza matematica spontanea del bambino dal punto di vista psicologico, infatti, è possibile fare una serie di constatazioni che potrebbero portare ad una riforma dell'insegnamento.

In primo luogo Piaget riconosce la necessità di fare ricorso a metodi attivi nei quali predomina la ricerca spontanea del bambino e dell'adolescente, e che esigono che qualunque verità da acquisire venga reinventata dall'alunno o almeno ricostruita, non semplicemente trasmessa. Egli scrive: “Capire vuol dire inventare, o ricostruire inventando, e dovremo ben piegarci a tali necessità se vorremo formare, in avvenire, degli individui capaci di produzione o di creazione, e non soltanto di ripetizione”¹¹.

Piaget riconosce che una tale pratica didattica può essere fraintesa da alcuni insegnanti che lascerebbero gli alunni interamente liberi di lavorare o di giocare a loro piacere. La figura dell'educatore, invece, è più che mai presente e il suo compito è quello di non accontentarsi di trasmettere soluzioni, ma di stimolare la ricerca. L'elaborazione di un insegnamento “moderno” e non tradizionale della matematica, prosegue Piaget, deve prevedere una collaborazione fra psicologi e matematici, in quanto una buona formazione psicogenetica permetterebbe agli insegnanti di capire la maggiore efficacia di guidare l'alunno a reinventare, invece di limitare il suo ruolo ad ascoltatore e ripetitore passivo.

Un ruolo primario deve poi essere dato all'esperienza, condotta personalmente con libertà di iniziativa perché non si trasformi in un semplice addestramento senza valore formativo. I metodi di insegnamento devono concedere larga parte all'attività, ai tentativi dell'alunno, alla spontaneità delle ricerche nella manipolazione degli strumenti destinati a verificare o meno le

¹¹ PIAGET J., *Dove va l'educazione*, Armando Editore, Roma 1974, p.31.

ipotesi formulate. La scuola tradizionale offre all'alunno un numero considerevole di conoscenze e crea numerose occasioni per applicarle a problemi e a esercizi vari; nonostante gran parte delle nozioni trasmesse vengano dimenticate, questa scuola si accontenta di far esercitare l'intelligenza. La scuola attiva, invece, investe sull'attività di ricerca dell'alunno che permette di acquisire un metodo utile per tutta la vita: imparare ad apprendere e a ragionare per costruire liberamente le proprie nozioni.

Piaget, infine, riconosce come una delle maggiori cause dell'insuccesso dell'insegnamento matematico l'uso, fin dai primi anni di scuola, di un linguaggio astratto accompagnato da disegni e simboli. Ma la matematica consiste, in primo luogo, in azioni che vengono esercitate sulle cose, e le operazioni stesse sono pur sempre delle azioni, ben coordinate fra loro e semplicemente interiorizzate invece di essere eseguite materialmente. Indubbiamente è indispensabile arrivare all'astrazione, ma essa risulta vuota se non costituisce il punto di arrivo di una serie di azioni concrete. In *"Avviamento al calcolo"* Piaget scrive: "La parola non serve a nulla [...] il disegno non basta ancora, è necessaria l'azione. [...] Perché il bambino giunga a combinare delle operazioni, si tratti di operazioni numeriche o di operazioni spaziali, è necessario che abbia manipolato, è necessario che abbia agito, sperimentato non solo su disegni ma su un materiale reale, su oggetti fisici"¹².

Se per la tradizione empirista la conoscenza risulta una specie di copia del reale e, di conseguenza, trae origine dalla sola percezione, per Piaget essa è fondamentalmente assimilazione attiva ed operativa; la percezione si limita a fornire il materiale su cui poi l'azione viene esercitata. Le informazioni percettive, pur avendo un ruolo essenziale, non sono quindi sufficienti a spiegare lo sviluppo dell'intelligenza perchè quest'ultima procede dall'azione trasformando gli oggetti e le situazioni. L'astrazione delle forme geometriche, per esempio, non avviene partendo dalla percezione dell'oggetto, ma dalle azioni del soggetto sull'oggetto; la rappresentazione sostituisce l'azione solo dopo essere stata sufficientemente informata dalla azione stessa relativamente alle caratteristiche dell'oggetto. Lo sviluppo dell'intelligenza prende dunque avvio dall'azione, che gradualmente viene interiorizzata per trasformarsi in operazione mentale.

Le riflessioni di Piaget orientano chiaramente a metodi d'insegnamento che, dopo aver favorito una attività concreta e libera di fare le sue prove e di procedere per tentativi ed errori, guidano il soggetto alla riflessione, al confronto dei dati e al raggiungimento di una autonomia intellettuale:

¹² PIAGET J., *Avviamento al calcolo*, La Nuova Italia, Firenze 1956, p.31.

“il vero scopo è di imparare a conquistare da sé la verità, a rischio di metterci tutto il tempo che occorre per passare attraverso tutti i gradi intermedi impliciti in un’attività reale”¹³.

2.2 IL RUOLO DELL’INSEGNANTE

L’apprendimento non può essere inteso unicamente come processo di costruzione individuale, perché l’attività cognitiva si realizza attraverso le interazioni tra gli individui all’interno di un contesto. Le relazioni interpersonali sembrano avere un ruolo essenziale e costitutivo nella costruzione del pensiero, rispondendo al duplice bisogno del singolo di sentirsi parte di una certa comunità di cui condivide i significati e di trovare in essa forme di sostegno che lo aiutino a realizzare le proprie potenzialità.

In un contesto dove gli alunni sono i protagonisti principali dell’apprendimento, non bisogna dimenticare la figura dell’insegnante che diventa organizzatore, mediatore e facilitatore delle esperienze di apprendimento. Progettare percorsi attivi e consapevoli in cui lo studente viene orientato ma non diretto, predisporre materiali funzionali al sapere che si vuole costruire insieme agli alunni, condurre momenti di riflessione individuale e collettiva, sono attività complesse che richiedono professionalità e sono ben lontane da forme di attivismo spontaneo.

2.2.1 Vygotskij e la Zona di Sviluppo Prossimale

Il grande contributo di Lev Vygotskij¹⁴ consiste nel riconoscere la natura specificatamente sociale dell’apprendimento, che presuppone un processo attraverso il quale i bambini si inseriscono gradualmente nella vita intellettuale di coloro che li circondano. La fiducia dello studioso russo nell’istruzione e nella possibilità di interagire con lo sviluppo, deriva dalla convinzione che l’apprendimento individuale sia l’interiorizzazione delle conoscenze costruite attraverso l’interazione sociale.

¹³ PIAGET J., *Dove va l’educazione*, cit., p.95.

¹⁴ Lev Vygotskij (1896-1934), psicologo e fondatore della scuola storico-culturale sovietica, si occupò di studi cognitivi dando rilevanza alle attività mentali più alte, come il pensiero, la memoria e il ragionamento, all’influenza delle variabili culturali sui processi cognitivi e al rapporto tra pensiero e linguaggio.

Si tratti di formazione di concetti o di soluzione di problemi, il vero apprendimento si forma in una *Zona di Sviluppo Prossimale* e consiste in una varietà di processi attivati dal bambino che, interagendo con i suoi pari o con gli adulti all'interno del proprio ambiente, interiorizza progressivamente strategie non ancora possedute. La *Zona di Sviluppo Prossimale* rappresenta la differenza tra l'effettiva capacità di risolvere un problema o una prova senza aiuto, e il livello di sviluppo potenziale determinato dalla stessa capacità di eseguire il compito sotto la guida di un adulto o in collaborazione con coetanei più abili.

Questa progressione che caratterizza lo sviluppo è un vero e proprio processo sociale, non solo perché si realizza nel contatto tra bambino e adulto, ma anche perché è mediata dal linguaggio che permette al bambino di acquisire strumenti di soluzione di compiti difficili, di superare l'impulsività, di pianificare la soluzione di un problema prima della sua esecuzione e di padroneggiare il proprio comportamento.

Se per Piaget lo sviluppo è una preconditione dell'apprendimento, per Vygotskij apprendimento e sviluppo sono aspetti complementari in continua interazione reciproca. Al docente viene riconosciuto un ruolo centrale, perché responsabile di guidare e facilitare il processo di apprendimento.

L'istruzione, infatti, agisce nella *Zona di Sviluppo Prossimale* all'interno della quale le potenzialità del bambino vengono stimulate e realizzate prima sul piano dell'interazione sociale e poi in quello interiorizzato del funzionamento intrapsichico. Essa sembra quindi precedere lo sviluppo perché, attraverso il dialogo con l'insegnante, rende consapevole il bambino di concetti, relazioni e significati nuovi, di cui egli ha già una qualche forma di esperienza. Questa consapevolezza, rafforzata dalla riflessione e dalla pratica, diventa bagaglio di conoscenza del bambino e "sposta" così la *Zona di Sviluppo Prossimale* verso ulteriori apprendimenti.

Un costrutto teorico attinente alla *Zona di Sviluppo Prossimale* è quello di *scaffolding*, utilizzato inizialmente in ambito familiare da Winnicott¹⁵ per riferirsi alla funzione genitoriale. Introdotto in ambito educativo da Bruner¹⁶, *scaffolding* significa letteralmente "impalcatura" e rappresenta il tipo di sostegno che l'adulto competente offre al bambino nell'apprendimento di una determinata abilità o competenza. Le caratteristiche principali dello *scaffolding* sono da

¹⁵ Donald Woods Winnicott (1896-1971), pediatra e psicoanalista inglese. La sua professione lo portò ad osservare a lungo i bambini e la loro interazione con la madre, permettendogli così di elaborare originali teorie sullo sviluppo psicologico ed emotivo del bambino.

¹⁶ Jerome Seymour Bruner, (1915, vivente) psicologo statunitense, attualmente professore emerito alla New York University, ha contribuito allo sviluppo della psicologia cognitiva nel campo della psicologia dell'educazione. Nell'analisi dei processi di apprendimento è partito dalla prospettiva di Piaget, per cercare successivamente di ampliarne la prospettiva con la decisiva influenza dei fattori socio-culturali rispetto a quelli genetici. E' impegnato nella promozione della prospettiva psicologico-culturale nell'ambito dell'educazione, ritenendo indispensabile, per l'attività cognitiva dei bambini, il connubio tra pensiero intuitivo e pensiero creativo.

rintracciarsi innanzitutto nell'adeguamento continuo di tale supporto alla *Zona di Sviluppo Prossimale* che il bambino mostra di possedere in un certo momento dello sviluppo, e nella sua progressiva riduzione, fino alla sua scomparsa, quando il bambino è in grado di mettere in atto autonomamente l'abilità o la conoscenza appresa. In campo educativo la parola *scaffolding* viene ancora oggi utilizzata metaforicamente da ricercatori e formatori per indicare il supporto e l'assistenza fornita ad uno studente affinché svolga un compito troppo complesso per i suoi livelli di competenza.

2.2.2 Feuerstein e la mediazione dell'apprendimento

Il metodo Feuerstein¹⁷, in uso in molte scuole, si pone come obiettivo il potenziamento delle abilità cognitive dell'individuo, in base alla convinzione che esiste sempre uno scarto tra le potenzialità del soggetto e l'effettiva realizzazione di tali potenzialità. Feuerstein, infatti, crede nella "modificabilità cognitiva-strutturale" dell'essere umano, nell'esistenza, cioè, di una zona di ulteriore sviluppo sulla quale è possibile lavorare. Non è dunque la maturazione delle strutture cognitive o la dotazione genetica individuale a determinare il livello di apprendimento che possiamo attenderci da un individuo, ma è la qualità delle esperienze di apprendimento e delle interazioni sociali ad incidere sullo sviluppo cognitivo¹⁸. E' evidente come Feuerstein si discosti nettamente dalle teorie di Piaget, di cui fu allievo diretto a Ginevra, per abbracciare piuttosto quelle di Vygotskij, con il quale concorda anche per ciò che riguarda il ruolo preminente dato al linguaggio nella genesi e nell'evoluzione del pensiero. Il linguaggio, considerato da Vygotskij non come semplice espressione del pensiero, ma struttura di quest'ultimo, diventa nel metodo di Feuerstein veicolo di formazione, tanto che agli allievi e agli insegnanti è spesso richiesta una verbalizzazione delle procedure adottate.

E' dunque possibile un cambiamento delle modalità con cui il soggetto si pone di fronte ai problemi e ai contenuti di apprendimento, a condizione, però, di una buona mediazione culturale:

¹⁷ Reuven Feuerstein (1921-vivente) psicologo sostenitore della modificabilità cognitiva che, insieme ai suoi collaboratori, realizzò un *sistema di valutazione del potenziale di apprendimento (LPAD)* e un *programma di intervento cognitivo (PAS)*, diventato noto nel mondo come *metodo Feuerstein*. Attualmente insegna psicologia dell'educazione all'Università di Bar Ilan di Tel Aviv e presso il George Peabody College della Vanderbilt University di Nashville in Tennessee. Per un approfondimento si veda ad esempio: VANINI P., *Il metodo Feuerstein. Una strada per lo sviluppo del pensiero*. I.R.R.S.A.E. EMILIA ROMAGNA, Bologna, 2001.

¹⁸ Ci sono insegnanti che pensano all'intelligenza come ad una entità fissa, non modificabile e insegnanti che considerano l'intelligenza dell'alunno potenziabile anche attraverso un intervento educativo: la disposizione verso l'una o l'altra prospettiva conferisce una fiducia diversa nei confronti del proprio intervento educativo, dell'efficacia delle strategie di insegnamento e stimola una differente valutazione delle responsabilità di fronte all'insuccesso degli alunni.

la figura del mediatore diviene infatti la principale responsabile della modificazione e della flessibilità del comportamento cognitivo umano.

L'insegnante è chiamato ad essere mediatore, cioè persona che si fa carico in modo intenzionale degli apprendimenti dell'educando e si interpone fra quest'ultimo e gli stimoli ambientali. Per creare artificialmente condizioni più favorevoli all'apprendimento, egli organizza gli stimoli nello spazio e nel tempo, ne seleziona e ne evidenzia alcuni trascurandone altri, li modifica perché siano meglio recepibili, li ripete regolandone la durata, l'intensità, l'ordine e dando loro un significato. Il docente abitua l'alunno a mettere a confronto i dati su cui opera, ad individuare le connessioni causali, le somiglianze e le differenze, stimolando in lui il bisogno di cercare relazioni fra ciò che apprende e le conoscenze che già possiede. Rende evidente la necessità di definire con precisione i problemi e di prefigurarsi mentalmente il percorso necessario per risolverli, anticipando le conseguenze delle operazioni ipotizzate prima di passare all'azione. Aiuta l'educando a controllare la propria impulsività e a ricorrere il meno possibile al procedimento "per prove ed errori"; lo affianca nel momento in cui risponde ed esprime le sue opinioni perché sia comprensibile, preciso e coerente con i problemi e gli obiettivi che intende realizzare.

Le ricerche condotte da Feuerstein definiscono i comportamenti e gli atteggiamenti del mediatore in termini operativi e segnalano come elemento principale l'intenzionalità dell'educatore di entrare in rapporto con il soggetto. Successivamente il mediatore si pone l'obiettivo di cercare l'attenzione del soggetto, renderlo più sensibile agli stimoli cognitivi, più disponibile all'apprendimento. Per attivare l'interesse dei soggetti coinvolti il lavoro scolastico deve essere reso coinvolgente, introducendo l'argomento in forma problematica, richiedendo agli alunni la formulazione di ipotesi, alternando la lezione frontale con l'apprendimento cooperativo, sensibilizzando i ragazzi a individuare l'obiettivo delle attività, comunicando le ragioni delle proposte. Ogni stimolo del mediatore deve essere volto a trasformare un'attività concreta e contingente in una occasione per il discente di porsi domande, stabilire relazioni, effettuare confronti allargando la sfera dei suoi bisogni cognitivi: la generalizzazione di ciò che si è scoperto e la successiva trasposizione di queste acquisizioni in ambiti diversi stanno alla base della creatività intellettuale e della capacità di adattarsi in modo flessibile a situazioni e compiti nuovi. All'interno di questo contesto anche l'errore viene esplorato nelle sue componenti e nelle cause che lo hanno determinato, diventando così una formidabile occasione di sviluppo personale; il suo trattamento non si limita alla constatazione dell'insuccesso o del mancato apprendimento, ma punta alla ricerca di strategie per evitarlo in seguito. Se l'attenzione è rivolta prevalentemente agli errori, gli studenti finiscono per percepirsi e descrivere se stessi a partire da

ciò che non sanno fare piuttosto che dai loro punti di forza, mentre condizione indispensabile per qualsiasi apprendimento è una certa dose di autostima, che induce l'allievo a perseverare di fronte alle difficoltà nella convinzione di possedere le risorse per poterle affrontare. A questo scopo è indispensabile inizialmente adeguare le caratteristiche dei compiti al livello delle conoscenze e delle competenze dello studente e individuare gli aspetti positivi anche in una produzione globalmente insoddisfacente. Elogi o eventuali giudizi negativi devono rimanere circoscritti a prestazioni o comportamenti particolari, non investire l'intera persona dell'allievo, che gradualmente dovrà imparare ad autovalutare il proprio percorso e avere così responsabilità e potere circa il proprio apprendimento.

La mediazione consiste in definitiva, nel far comprendere ai ragazzi la maggior efficacia di un funzionamento cognitivo basato sull'individuazione di obiettivi definiti, sulla scelta di mete realistiche ed adeguate alla situazione, sulla pianificazione delle tappe, dei tempi e degli strumenti attraverso cui possono essere raggiunti gli scopi, sullo studiare modalità per effettuare verifiche, monitorare ed eventualmente correggere il percorso.

Insegnare non è solo sottoporre all'alunno molteplici e differenti stimoli, ma andare oltre e fornire una struttura cognitiva che consenta di fruire degli stimoli, selezionandoli ed elaborandoli personalmente, in funzione di un migliore adattamento all'ambiente di vita. Scopo ultimo del mediatore è quindi fornire al soggetto paradigmi cognitivi e modelli di comportamento per una sua piena autonomia.

2.3 L'APPRENDIMENTO COOPERATIVO

All'interno della scuola si comincia a guardare alla classe non più come insieme di individui, ma come a un gruppo di apprendimento, nel momento in cui il bambino passa dalla condizione di passivo assimilatore di conoscenze a quello di soggetto attivo costruttore di conoscenze; ciò, infatti, permette all'insegnante di attuare quella delega dell'autorità che è uno dei principi fondamentali del lavoro di gruppo e di dedicarsi all'organizzazione delle condizioni più favorevoli affinché gli alunni costruiscano il loro apprendimento.

Il gruppo di apprendimento, che può essere l'intera classe come i sottogruppi in cui viene divisa, utilizza il suo capitale di relazioni (non solo quelle nate spontaneamente, ma anche quelle

sostenute e incoraggiate esplicitamente dall'insegnante attraverso il suo stile educativo) per contribuire alla crescita culturale, sociale e personale di ogni alunno.

2.3.1 *Alcune basi teoriche*

L'apprendimento cooperativo è ben fondato sul piano teorico, con riferimenti sia di tipo pedagogico che psicologico.

Un riferimento pedagogico fondamentale è Dewey che, tra i principi del metodo educativo attivo, parla della scuola come laboratorio per imparare attraverso la collaborazione e per scoprire contemporaneamente l'essenza della democrazia.

Secondo lo studioso americano, il processo di insegnamento-apprendimento non si traduce più nella trasmissione delle conoscenze dalla mente dell'insegnante a quella dei singoli alunni; l'isolamento del bambino da qualsiasi interazione sociale, causato da un lavoro strettamente individuale, viene in questo modo scongiurato. Dewey riconosce la conversazione e l'interazione tra alunni come aspetti fondanti, e identifica l'insegnante come organizzatore di esperienze che permettono agli allievi, singolarmente o come gruppo, di costruire i propri apprendimenti.

Importante riferimento di tipo psicologico è invece Vygotskij. Egli non parla esplicitamente di apprendimento cooperativo, ma la valorizzazione che egli fa degli strumenti comunicativi e linguistici anche per lo sviluppo del pensiero, costituisce senza dubbio una base importante per i rapporti fra apprendimento cooperativo e sviluppo della mente. Nel concetto di "zona di sviluppo prossimale", inoltre, la collaborazione viene pensata come catalizzatore per lo sviluppo di determinate capacità di ragionamento, perché chi apprende, nel momento in cui deve affrontare un compito da solo, usa tecniche e strategie assimilate durante il lavoro con i compagni e l'insegnante.

Tra i riferimenti psicologici possiamo inserire anche Piaget: pur essendo stato criticato per aver troppo insistito sugli stadi di maturazione neuronale nello sviluppo dell'intelligenza, egli in realtà riconosce la necessità di un "ambiente collettivo che sia al tempo stesso formativo della personalità morale e fonte di scambi intellettuali organizzati"¹⁹. La scuola tradizionale prevede un solo rapporto sociale, quello tra insegnante, inteso come colui che detiene la verità intellettuale e morale, e ogni alunno considerato individualmente, mentre "la scuola attiva presuppone una comunanza di lavoro, nell'alternarsi del lavoro individuale e del lavoro di

¹⁹ PIAGET J., *Dove va l'educazione*, cit., p.96.

gruppo, perché la vita collettiva si è rivelata indispensabile allo sviluppo della personalità, anche nei suoi aspetti più intellettuali”.²⁰

Anche Bruner contrasta l’idea di un apprendimento passivo e solitario, e sostiene l’esigenza di favorire l’apprendimento cooperativo ritenendo che la comunità di allievi, attraverso l’agire e la collaborazione, consenta un apprendimento migliore. Come i teorici dell’apprendimento cooperativo, Bruner invita ad adottare un approccio educativo più ampio, che non tenga conto solamente degli aspetti cognitivi (ad es. il rendimento scolastico), ma anche di quelli sociali, affettivi e motivazionali.

2.3.2 Il lavoro di gruppo: vantaggi e problemi

A differenza dell’apprendimento competitivo, in cui gli studenti lavorano uno contro l’altro per ottenere un giudizio migliore, e dell’apprendimento individualistico, in cui gli studenti lavorano da soli per raggiungere obiettivi indipendenti da quelli dei compagni, l’apprendimento cooperativo è un metodo didattico che fa ricorso a piccoli gruppi in cui gli studenti lavorano insieme per raggiungere scopi comuni e migliorare il loro apprendimento.

Per portare a termine il compito, in gruppo gli studenti hanno bisogno l’uno dell’altro, ciò comporta una necessaria interazione che si esprime nel porre domande, dare spiegazioni, formulare critiche, ascoltare, manifestare il proprio accordo o disaccordo, prendere decisioni condivise. Il lavoro di gruppo diventa, così, tecnica efficace per raggiungere alcuni obiettivi educativi sul piano cognitivo e interpersonale.

I metodi tradizionali richiedono semplicemente che lo studente memorizzi regole o contenuti e si eserciti ad applicarli attraverso compiti scritti ripetitivi o attività di domanda-risposta, ma l’*apprendimento concettuale* può essere aiutato dal parlare e lavorare insieme. All’interno di un gruppo di apprendimento il processo che si instaura tra compagni favorisce una migliore comprensione non solo allo studente che inizialmente non comprende il concetto, ma anche al compagno più competente, che impiega un certo tempo a spiegare come risolvere un problema traducendo i concetti in parole.

Lavorare in gruppo, inoltre, incoraggia il *pensiero creativo* tanto che il gruppo può essere considerato in qualche modo maggiore della somma “algebraica” delle sue parti. Gli alunni si stimolano a vicenda nel pensare a come affrontare il compito, e le intuizioni di tutti i membri contribuiscono alla rielaborazione e alla comprensione del problema.

²⁰ PIAGET J., *Dove va l’educazione*, cit., p.97.

La situazione di gruppo è ideale per lo sviluppo di *abilità cognitive*, quali formulare ipotesi, categorizzare, prendere decisioni, esercitare la persuasione, comunicare il proprio pensiero. Le attività utilizzate nell'apprendimento cooperativo, infatti, alimentano svariati tipi di scambio verbale, e diventano pratica attiva e significativa per imparare ad assumere il punto di vista altrui e migliorare la capacità di riassumere, spiegare, elaborare ciò che si sa, chiedere e dare informazioni, prendere e cedere il turno di parola.

Quando l'insegnante delega la propria autorità a un gruppo di studenti e permette loro di decidere come procedere nello svolgimento del compito, essi si sentono maggiormente coinvolti e motivati. Il lavoro di gruppo, infatti, è di per se stesso interessante e coinvolgente e produce un comportamento più attivo, più impegnato e orientato al compito di quanto faccia il lavoro individuale, anche negli studenti in difficoltà.

L'apprendimento cooperativo ha anche il grande vantaggio di sviluppare *abilità sociali* che permettono una buona comunicazione e un clima di fiducia.

Se la classe non è stata abituata a lavorare autonomamente in gruppi, possono però sorgere problemi di tipo disciplinare (in quanto l'insegnante delega la propria autorità agli studenti e non esercita più un controllo assoluto sulla classe) e motivazionale (per la tendenza nei gruppi a sviluppare gerarchie in cui alcuni membri sono più attivi e influenti di altri). In genere gli studenti hanno un'idea della propria competenza e di quella dei loro compagni: questo rende molto probabile che gli alunni bravi "dominino" il gruppo, mentre quelli che si reputano meno esperti tendono ad essere ignorati e a rivestire un ruolo passivo, imparando poco dall'esperienza.

Gli studenti traggono vantaggio da un apprendimento cooperativo se ognuno di loro ha pari opportunità di dare il proprio contributo alla riuscita del compito e si assume la responsabilità per il proprio comportamento e per quello dei compagni. Ciò non avviene spontaneamente e l'insegnante, oltre a non rinunciare al proprio ruolo autorevole di mediatore, facilitatore e guida del processo di apprendimento, è chiamato a insegnare norme mirate alla cooperazione e a formare i gruppi secondo i criteri che ritiene validi.

Di solito gli alunni sono in grado di lavorare in modo individualistico, ma non possiedono sufficienti abilità di collaborazione e solidarietà, che devono quindi essere insegnate. Si tratta di abilità comunicative e che permettono al gruppo di affrontare bene il compito richiesto (saper esprimersi e ascoltare, saper chiedere informazioni e darne, saper stimolare la discussione aprendo nuove prospettive e soluzioni) e abilità che rendono il lavoro piacevole e gratificante (saper gestire i conflitti in modo costruttivo e prendere decisioni, essere disponibili ad aiutare, a farsi aiutare, a incoraggiarsi e migliorarsi reciprocamente, ad accettare la critica, a dimostrare fiducia e disponibilità).

2.3.3 Organizzare il lavoro di gruppo

Per tradurre in pratica efficace la metodologia dell'apprendimento cooperativo nei contesti scolastici, non è sufficiente dividere i ragazzi in gruppo e assegnare loro un compito. Il docente, che apparentemente sembra rimanere sullo sfondo, ha un ruolo centrale in quanto è chiamato a predisporre il *setting* dell'apprendimento. Per creare un ambiente favorevole alle dinamiche emotivo-affettive, sociali, cognitive e metacognitive che si manifestano e che vuole promuovere, egli, avendo in mente il gruppo-classe, i singoli alunni, le relazioni con e fra di loro, deve dedicare la maggior parte del suo tempo alla preparazione dell'attività, ciò implica la definizione degli obiettivi, la creazione del compito, la progettazione di una lezione introduttiva, la stesura della consegna e delle istruzioni, la predisposizione di spazi e materiali.

L'organizzazione dell'aula, per esempio, è un messaggio per gli studenti e in un contesto di apprendimento cooperativo è da preferire una disposizione a cerchio dei banchi per favorire l'interazione e lo scambio dei materiali; i gruppi, inoltre, dovrebbero mantenere una distanza sufficiente da non disturbarsi a vicenda e tale che l'insegnante possa seguire agevolmente il lavoro di ognuno.

Per evitare che l'organizzazione del gruppo diventi caotica e poco efficace, è importante preparare attentamente gli strumenti e i materiali, che devono essere adattati ai diversi scopi dell'attività.

Una volta in classe l'insegnante ha il compito di esplicitare e rispettare i tempi che ha assegnato alle diverse attività, anche perché il tempo diventa uno strumento di autoregolazione all'interno dei gruppi, una variabile con cui gli alunni si devono confrontare per organizzare il lavoro.

Parte integrante del *setting* scolastico relativo alla metodologia di cui stiamo parlando è la composizione dei gruppi. Il numero dei componenti dipende dagli obiettivi dell'insegnante, dal tipo di compiti in cui i bambini sono impegnati, dalla loro età, dalla loro esperienza cooperativa: se il piccolo gruppo può essere efficace per gestire ed elaborare conflitti di tipo cognitivo perché favorisce la partecipazione di tutti e il confronto tra posizioni differenti, il grande gruppo, che richiede maggiori abilità sociali, comunicative e di coordinamento tra i suoi membri, è più adatto per la scoperta guidata o la conduzione di discussioni dirette dall'adulto. Per quanto riguarda l'eterogeneità o meno dei gruppi, il gruppo omogeneo per abilità rischia di compromettere l'immagine di sé e l'autostima dei bambini, anche se potrebbe risultare più pratico dal punto di vista organizzativo. Il gruppo eterogeneo per abilità, sesso, etnia e provenienza socio-culturale è quello che offre le condizioni per una società equilibrata e maggiori opportunità di

apprendimento: le risorse, i punti di vista, gli stili cognitivi e comunicativi differenti sviluppano il conflitto socio-cognitivo e favoriscono la costruzione della conoscenza.

Perché sia incoraggiato un apprendimento per ricerca e venga liberato tutto il potenziale del gruppo è opportuno presentare compiti non routinari che prevedono la formula “spiegazione, dimostrazione, esercizio, verifica e correzione degli errori”, ma compiti concettuali e complessi presentati come situazioni-problema²¹, nei quali sono indispensabili i punti di vista e i contributi di tutti per giungere alla soluzione. Una volta strutturati i compiti, l’insegnante deve prestare attenzione anche alla formulazione della consegna perché sia chiara e comprensibile: gli studenti devono comprendere gli obiettivi dell’attività, sapere cosa devono fare, come e in quanto tempo perché ricorrano il meno possibile all’intervento del docente.

L’apprendimento cooperativo richiede una lezione introduttiva durante la quale l’insegnante esplicita gli obiettivi, richiama le competenze e le conoscenze già acquisite, ricorda le regole e gli aspetti organizzativi. Durante il lavoro dei gruppi l’insegnante ascolta e osserva le discussioni e le dinamiche che si verificano, pone domande-stimolo senza dare risposte, ribadisce, se necessario, norme di cooperazione che si riferiscono ai diritti e ai doveri dei membri del gruppo. I suoi interventi diretti devono essere calibrati attentamente e avvenire su richiesta del gruppo solamente quando sono state tentate tutte le soluzioni ipotizzate. Questo momento offre all’insegnante indicazioni preziose su come i suoi alunni si relazionano e apprendono e informazioni molto utili per la progettazione didattica successiva. Nella fase conclusiva, quando i gruppi presentano i risultati della propria ricerca, l’insegnante pone domande di chiarimento sui contenuti o sulle strategie messe in atto, per rendere gli studenti consapevoli del percorso di apprendimento fatto insieme.

Per quanto riguarda la verifica è importante che fin dall’inizio vengano esplicitati criteri e modalità di valutazione che devono comprendere i processi attraverso i quali i gruppi costruiscono la conoscenza, i risultati di questi processi, il rispetto delle norme cooperative e la qualità delle relazioni fra i membri. Si può anche pensare di promuovere l’autovalutazione interna al gruppo stesso, stimolando una discussione attraverso domande mirate o dando feedback rispetto a osservazioni fatte: si tratta di una metodologia che supporta il pensiero

²¹ A questo proposito si può fare riferimento all’apprendimento basato sui problemi (Problem-Based Learning), metodo nato in America nelle facoltà di medicina, sfruttato oggi nel campo della didattica delle scienze e applicabile a tutte le discipline. Il PBL si basa sulla presentazione di problemi reali e complessi che non si risolvono con un unico algoritmo, ma richiedono agli alunni di considerare una serie di alternative e trovare una valida argomentazione delle scelte fatte. Si tratta di un metodo tipicamente condotto in piccoli gruppi e che quindi sfrutta l’aspetto sociale dell’apprendimento attraverso la discussione e il confronto con i pari. L’insegnante, molto competente nella sua materia, diminuisce progressivamente il suo supporto per favorire l’autonomia dell’allievo (si vedano P. A. ERTMER, A. S. MACKLIN, J. R. SAVERY, C. E. HMELO-SILVER, H. S. BARROWS, in *The Interdisciplinary Journal of Problem-based Learning*, vol. 1, n. 1, 2006).

metacognitivo perché il gruppo è chiamato a riflettere e a diventare consapevole dei propri processi di apprendimento.

L'apprendimento cooperativo si propone di realizzare obiettivi di carattere cognitivo insieme ad obiettivi di carattere educativo più generale. Promuovendo una formazione più completa della personalità dello studente, cerca di diventare occasione unica di sviluppo integrato delle capacità intellettive (apprendimento concettuale, risoluzione di problemi, riflessione critica, sviluppo del pensiero creativo) e sociale (confronto adeguato con i pari e gli adulti, rispetto delle regole e dei ruoli, partecipazione responsabile); senza trascurare le esigenze di apprendimento di contenuti disciplinari, offre una formazione più appropriata alle esigenze di una società contemporanea che richiede sempre più di confrontarsi, di cooperare, di interagire positivamente sia in presenza che a distanza, con persone di diverse culture.

Capitolo terzo

IL CONTESTO

3.1 LA SCUOLA

La realtà scolastica in cui ho svolto la mia esperienza di tirocinio è la Scuola Primaria “Don Minzoni” di Piacenza.

Essa fa parte dell’Ottavo Circolo Didattico della città, che comprende due scuole primarie e cinque scuole dell’infanzia.

Il territorio dove è ubicata la scuola offre ampi spazi verdi (Parco della Galleana e Parco di Montecucco) utilizzati spesso dalle sezioni delle scuole dell’infanzia e dalle classi di scuola primaria come ambienti di gioco e di esplorazione.

Il territorio presenta caratteristiche socio-culturali ed economiche abbastanza omogenee e di buon livello.

La scuola primaria Don Minzoni dispone di un numero di aule adeguato al numero delle classi, di un laboratorio di informatica dotato di 22 computer, di aule-laboratorio per lingua straniera e per attività artistico-espressive, di una sala lettura, di piccole aule di sostegno, di biblioteca, di palestra, di sala per audiovisivi e riunioni, di ambulatorio medico e di mensa. Possiede inoltre ampi spazi verdi e le palestre sono utilizzate in orario extra-scolastico da società sportive che organizzano corsi a cui possono accedere anche gli alunni. Nel periodo estivo sono ospitati centri estivi per i bambini.

I *team* docenti delle diverse scuole lavorano insieme (programmazione, scambio di esperienze, verifica) per sezioni/classi parallele e attivano percorsi ed esperienze a livello dei diversi plessi scolastici.

All’interno della scuola è presente un gruppo di lavoro sull’handicap, la cui responsabile è una delle insegnanti di sostegno. Il gruppo si occupa di progettare corsi di aggiornamento su alcuni argomenti riguardanti la disabilità e di stabilire come utilizzare i fondi che arrivano alla scuola per questi scopi.

3.2 LA CLASSE

La classe II B della Scuola Primaria Don Minzoni, che mi ha accolto e ospitato per questa esperienza di tirocinio, è composta da 25 alunni, di cui due sono arrivati a metà novembre.

E' una classe a tempo pieno (i bambini frequentano dal lunedì al venerdì dalle 8.30 alle 16.30) in cui operano due insegnanti: una si occupa dell'ambito linguistico, espressivo e antropologico, l'altra dell'ambito logico-matematico e scientifico.

L'aula è ampia e luminosa. I banchi, rivolti verso la cattedra e la lavagna, sono disposti a coppie su tre file; gli armadi sono in fondo all'aula, colmi di materiali per le attività didattiche e ludiche; le pareti sono ricoperte di cartelloni e disegni.

Il clima della classe, impostato in modo da favorire la comunicazione tra insegnanti e allievi, è buono. I bambini manifestano un atteggiamento positivo nei confronti della scuola: le insegnanti rappresentano punti di riferimento e gli altri alunni compagni con cui giocare e imparare. Lavorare per costruire relazioni significative con gli alunni e tra gli alunni stessi ha permesso alle insegnanti di creare un ambiente favorevole allo studio e all'apprendimento. Il livello cognitivo della classe è relativamente alto: a detta delle insegnanti si tratta di alunni brillanti e recettivi.

Nel corso della mia esperienza di tirocinio ho seguito in particolare le attività didattiche relative all'ambito matematico-scientifico. Osservando il modo in cui l'insegnante di matematica si relaziona con i bambini nei diversi momenti della giornata scolastica, ho potuto rilevare alcuni aspetti del suo stile educativo-didattico. L'allievo viene posto al centro del processo d'insegnamento e non viene quindi considerato come un ascoltatore passivo: l'insegnante lascia spazio alla conversazione, pone domande, suscita curiosità e crea momenti di discussione collettiva; raccoglie i diversi interventi degli alunni riproponendoli ai compagni, innescando così un processo di confronto che li conduce ad una costruzione del sapere comune e condiviso. L'insegnante prevede anche alcuni momenti d'insegnamento più direttivo durante i quali cerca comunque di coinvolgere gli alunni per mantenere viva la loro attenzione.

I nuovi argomenti vengono introdotti tramite una metodologia attiva, basata sull'esperienza pratica e concreta. Preoccupata di rendere significativo l'insegnamento, perché convinta che la motivazione e l'attenzione nascono se viene riconosciuto un senso in ciò che si sta facendo, la docente richiama le conoscenze già possedute dagli alunni e crea collegamenti con situazioni di vita quotidiana. Il materiale offerto agli alunni è sia strutturato che informale. Il libro di testo viene utilizzato raramente, a vantaggio dei materiali più svariati, scelti in modo da spingere i bambini a scoprire "quasi da soli" i concetti matematici che l'insegnante vuole introdurre.

Gli esercizi, presi dai numerosi testi che l'insegnante consulta, vengono proposti in ordine di difficoltà crescente, e spesso vengono modificati per evitare che gli studenti applichino in modo schematico una regola o una formula, finendo per attribuire meno importanza alle dimostrazioni e ai ragionamenti.

La correzione degli esercizi risulta un momento significativo non solo per gli alunni, ma anche per la stessa insegnante, che ha la possibilità di comprendere eventuali incertezze e difficoltà e rivedere, di conseguenza, la propria attività didattica. L'errore non viene percepito come "qualcosa da evitare a tutti i costi", ma come occasione di un insegnamento e un apprendimento migliore.

L'attenzione e l'interesse genuino per i suoi alunni permettono all'insegnante di conoscere bene non solo le loro abilità e capacità scolastiche, ma anche la loro personalità, la loro capacità di socializzare e l'immagine che hanno di se stessi. Questa conoscenza le permette di trovare il modo giusto per aiutarli nel processo di apprendimento e di intervenire in modo appropriato anche in situazioni informali.

Accanto ad obiettivi didattici, l'insegnante si prefigge obiettivi educativi: la sua valutazione non tiene conto solamente della quantità di nozioni apprese dai suoi allievi, ma comprende variabili concernenti l'interesse per la scuola e le singole materie, la capacità di lavoro autonomo, la capacità di partecipare alle discussioni in modo critico e ragionato e tante altre relative al modo in cui si partecipa alla vita di classe.

E' un'insegnante che sa mantenere la disciplina, necessaria perché le ore di insegnamento siano considerate fruttuose da parte degli alunni e dell'insegnante stesso. La sua presenza è una garanzia: i bambini ascoltano in silenzio e composti, senza disturbare il lavoro dei compagni e delle altre classi. Questo "controllo" esercitato dall'insegnante non è il risultato di un atteggiamento autoritario e rigido, ma piuttosto della sua autorevolezza e della sua capacità di alternare, a seconda dei momenti, comportamenti severi ed esigenti a comportamenti più affettuosi.

Nonostante il tempo a disposizione sia sempre troppo poco, l'insegnante sembra non preoccuparsi di "perdere tempo" affrontando gli argomenti in diversi modi e con molteplici esercizi; la sua convinzione è che sia molto più importante la qualità dell'apprendimento che la quantità delle nozioni trasmesse. L'attenzione nei confronti degli alunni porta l'insegnante ad utilizzare il tempo a sua disposizione non strettamente per questioni riguardanti le sue materie, ma anche per affrontare problemi legati alla vita di classe come litigi, incomprensioni e comportamenti scorretti. Questi momenti contribuiscono a creare una relazione con gli alunni

nella quale lei diviene figura di riferimento: i bambini non solo sanno di poter trovare un aiuto in lei quando hanno bisogno, ma la ascoltano anche quando vengono ripresi.

3.3 PROGETTO E OBIETTIVI

L'approccio operativo e il lavoro di gruppo volevano essere le vie perché i bambini costruissero il concetto di simmetria. La discussione come modalità di confronto costruttivo e la metodologia attiva, abitualmente utilizzate nella pratica didattica, hanno certamente favorito la realizzazione del percorso. La classe, però, non era abituata a lavorare in piccoli gruppi e quindi non adeguatamente preparata all'apprendimento cooperativo. Nonostante ciò, come vedremo, l'esperienza è risultata positiva perché occasione per apprendere norme e comportamenti cooperativi specifici e sperimentare una modalità d'apprendimento nuova.

All'inizio del percorso si sono fissati alcuni obiettivi che possono essere distinti in *obiettivi personali*, intesi come le abilità frutto delle esperienze di apprendimento; *obiettivi socio-affettivi* o educativi, riferiti alle esperienze emotive e sociali possibili nel contesto scolastico; *obiettivi didattici*, cioè i contenuti delle diverse discipline che il percorso include per il suo carattere interdisciplinare; si tratta di obiettivi dotati di una intrinseca dinamicità, in quanto sono, allo stesso tempo, punto di arrivo e di partenza, risultato e condizione di ulteriori maturazioni. Successivamente si sono progettate attività, metodi, soluzioni organizzative e modalità di verifica necessarie a raggiungere tali obiettivi e a trasformarli in reali competenze del singolo.

Questo percorso ha voluto essere un'occasione educativa dove i bambini potessero apprendere nuovi saperi e maturare le proprie capacità di autonomia, di relazioni umane, di esplorazione e di riflessione logico-critica. Considerare anche gli obiettivi socio-affettivi significava non occuparsi solamente degli aspetti formali e dei prodotti dell'insegnamento, ma identificare anche ciò che in modo indiretto poteva contribuire a rendere più efficace il processo di insegnamento-apprendimento.

Obiettivi personali:

- disponibilità a prestare attenzione
- sviluppare un interesse attivo per un impegno responsabile e positivo
- capacità di riportare alla mente e applicare il materiale appreso (concetti, termini, principi, procedimenti, modelli operativi)

- sviluppare un pensiero logico e creativo per risolvere i problemi
- potenziare abilità di analisi e di sintesi
- radicare le conoscenze (sapere) sulle esperienze (sapere fare) e integrare le due dimensioni con sistematicità.

Obiettivi socio-affettivi:

- attivare atteggiamenti di ascolto
- attivare modalità relazionali positive nei confronti degli altri, compagni e adulti
- superare forme di egocentrismo e praticare atteggiamenti di apertura, cooperazione, rispetto reciproco, accettazione e solidarietà
- suddividere incarichi e svolgere compiti per lavorare insieme con un obiettivo comune
- riconoscere e rispettare le regole
- risolvere conflitti all'interno del gruppo di lavoro
- sopportare contraddizioni e insuccessi
- porre le basi per un'immagine realistica e positiva di sé.

Obiettivi didattici:

- ITALIANO
 1. Interagire nello scambio comunicativo (dialogo collettivo, discussione) in modo adeguato alla situazione (per chiedere, spiegare, discutere), rispettando le regole stabilite.
 2. Esprimere il proprio punto di vista, cercando di comunicarlo in modi sempre più oggettivi e convincenti; difendere le proprie opinioni controbattendo eventuali obiezioni di insegnanti e compagni; prendere in esame le ragioni proprie e degli altri.
 3. Dare e ricevere oralmente e per iscritto istruzioni.
- ATTIVITA' MOTORIE SPORTIVE
 1. Collocarsi in posizioni diverse, in rapporto ad altri e/o ad oggetti.
 2. Muoversi secondo una direzione controllando la lateralità e adattando gli schemi motori in funzione di parametri spaziali e temporali.

- ARTE ED IMMAGINE

1. Utilizzare tecniche grafiche e pittoriche, manipolare materiali plastici a fini espressivi.
2. Costruire elementi decorativi (simmetrie bilaterali e rotatorie).
3. Osservare, leggere e interpretare le immagini.

- SCIENZE

1. Riconoscere la simmetria in natura.

- GEOMETRIA

- 1. Comprendere il concetto di asse di simmetria e rotazione.**
- 2. Acquisire un linguaggio matematico appropriato.**
- 3. Identificare elementi di simmetria in oggetti reali e in immagini applicando strategie e modelli operativi appropriati.**
- 4. Classificare le principali figure del piano secondo il criterio della simmetria.**
- 5. Riconoscere, disegnare e denominare alcune fondamentali figure geometriche del piano.**

Capitolo quarto

IL PERCORSO

Il percorso proposto trattava la simmetria ed è stato presentato attraverso attività che intendevano favorire la costruzione di tale concetto. Le prime considerazioni sono state fatte prendendo come riferimento oggetti concreti presenti nella realtà che il bambino sperimenta e conosce. Successivamente si è passati al piano bidimensionale: molte attività, infatti, sono state dedicate al lavoro con le immagini, che ha permesso ai bambini di apprendere un concetto di simmetria più astratto e, quindi, di realizzare un secondo passaggio con il riconoscimento del concetto nelle forme geometriche. Un breve dialogo con gli alunni, riportato alla fine di questo capitolo, mi ha permesso di riconoscere come essi abbiano poi compiuto spontaneamente un ulteriore progresso, tornando ad applicare alla realtà il concetto di simmetria che si sono progressivamente costruiti.

Perché le attività del percorso fossero inserite all'interno di una cornice coerente, ho pensato di ricorrere ad un racconto verosimile che potesse coinvolgere i bambini ed invogliarli a mettersi in gioco. Durante la lezione introduttiva, ho raccontato che anch'io, per imparare a fare la maestra, andavo in una scuola che si chiamava Università. I professori universitari, ho spiegato, oltre a far studiare interi libri e ad assegnare compiti esattamente come facevano le loro insegnanti, avevano mandato me e i miei compagni in diverse scuole elementari per imparare osservando direttamente come lavoravano le vere maestre: così mi sono trovata nella classe 2^B della scuola Don Minzoni di Piacenza. Ho proseguito il racconto dicendo che la settimana precedente ero tornata in Università e i professori, avendo saputo che i bambini della classe in cui stavo facendo tirocinio sembravano molto svegli e intelligenti, mi avevano suggerito di proporre loro alcuni esercizi per ragazzi più grandi. Alla mia domanda se voleva raccogliere una simile "sfida" la classe ha risposto positivamente.

I bambini si sono mostrati ancora più entusiasti quando hanno saputo che in certe occasioni si sarebbe lavorato in gruppo per collaborare nella ricerca della soluzione. In alcune attività è infatti stato adottato il metodo dell'apprendimento cooperativo che ha previsto, da parte mia, una attenta riflessione sul *setting* e, di conseguenza, una lunga preparazione degli spazi, dei tempi e dei materiali. Durante il lavoro di gruppo ho cercato di calibrare attentamente i miei interventi, dando riscontro ai singoli e ai gruppi, stimolando il pensiero, rammentando le norme di cooperazione nel momento in cui venivano disattese, ponendo domande chiave per orientare i

gruppi che si trovavano in situazione di *empasse*, e trovare, così, la giusta distanza che mi permettesse di seguire il lavoro dei bambini senza che la mia presenza risultasse intrusiva.

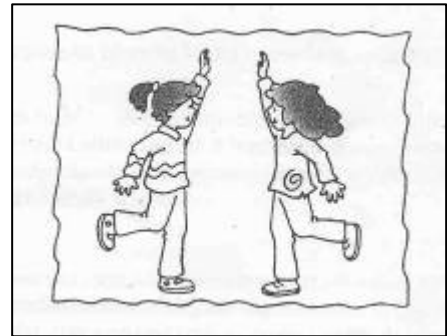
Durante le fasi conclusive dei lavori di gruppo, oltre a dare un feedback agli alunni su ciò che avevo osservato, ho sempre cercato di stimolare la discussione con l'intenzione di collegare le attività ai concetti che dovevano essere appresi. Spesso ho ritenuto importante chiedere agli alunni di esplicitare le strategie che avevano consentito di raggiungere determinati obiettivi, per renderli maggiormente consapevoli del valore sociale, cognitivo e metacognitivo di tali processi. La discussione, che occupasse l'intera attività o fosse solo il momento conclusivo del lavoro a gruppi, è diventata occasione di apprendimento perché attraverso l'elaborazione collettiva dei diversi contributi ha permesso la progressiva costruzione di nuove conoscenze.

Vorrei infine ricordare come l'insegnante-tutor sia stata un aiuto prezioso non solo nella fase di progettazione quando ho potuto confrontarmi con lei su alcune scelte relative al percorso, ma anche durante lo svolgimento delle attività in classe, supportandomi e intervenendo nei momenti di difficoltà senza mai compromettere la mia autorevolezza. Inoltre la sua osservazione continua su ciò che accadeva nel corso delle attività, è diventata una valutazione sistematica del lavoro mio e degli alunni, fondamentale per monitorare l'intero percorso.

4.1 PER INIZIARE

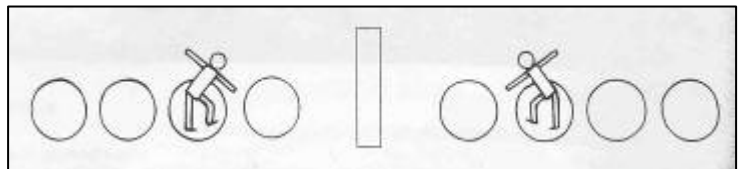
Come attività propedeutiche al percorso sulla simmetria sono stati svolti in palestra alcuni esercizi dove i bambini, protagonisti di simmetrie assiali, hanno lavorato sulla lateralità e sulla specularità. Un approccio di tipo fisico è stato suggerito dall'assunto che la geometria prende le mosse dall'esperienza spaziale, visiva e motoria.

Nel primo esercizio i bambini si sono uniti a coppie; uno di loro poteva muoversi liberamente mentre l'altro doveva riprodurre i movimenti del compagno come se fosse la sua immagine allo specchio. I bambini hanno iniziato a muoversi in modo veloce e disordinato; ho dovuto quindi correggere la consegna specificando di compiere gesti semplici che permettessero di tenere una certa posizione



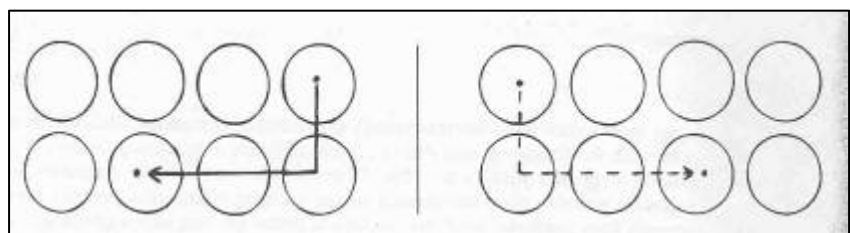
dando il tempo al compagno di riprodurla. Osservando le diverse coppie al lavoro, ho notato che la maggior parte di loro sembrava non avere difficoltà. Successivamente, prendendo una coppia come riferimento davanti a tutte le altre, si è giunti alla generalizzazione che lo specchio inverte destra e sinistra ma non sopra e sotto.

Per l'esercizio successivo ho disposto due file di cerchi una di fronte all'altra perpendicolarmente alla linea bianca del pavimento. Un



bambino della coppia aveva il compito di imitare, come se fosse allo specchio, i movimenti del compagno che si trovava nella fila opposta di cerchi: ad esempio, se il primo entrava nel cerchio che stava in seconda posizione rispetto alla linea bianca, il bambino-specchio doveva entrare anch'egli nel secondo cerchio dall'altra parte, e così via. Nessuno ha avuto grandi difficoltà nel capire dove era giusto spostarsi.

In seguito l'esercizio è stato reso più complesso con l'aggiunta di una variante: i cerchi sono stati disposti su due file parallele cosicché il



bambino-modello ha potuto dar luogo a un vero e proprio percorso. Chiamando due bambini alla volta si è data a tutti la possibilità di eseguire o riprodurre il percorso, oltre ad osservare e

verificare i movimenti dei compagni. Contro le mie aspettative pochi bambini hanno commesso errori e alcuni di loro hanno abbandonato velocemente il riferimento del parallelismo e della perpendicolarità muovendosi anche diagonalmente rispetto la linea-specchio.

Dopo alcune prove ho fatto rivolgere una coppia verso i compagni che stavano osservando e, guidandoli con alcune domande, ho reso evidente che se il bambino-modello si muoveva verso destra, il bambino-specchio si dirigeva verso sinistra, perché avvicinandoci allo specchio anche l'immagine viene incontro, mentre se ci si allontana anche l'immagine speculare si allontana. Se però il bambino-modello indietreggiava rimanendo sempre alla stessa distanza dalla linea-specchio, anche il bambino-specchio doveva indietreggiare. Volevo che i bambini, riflettendo su alcune esperienze concrete, cogliessero intuitivamente ciò che muta e ciò che rimane invariato nella trasformazione simmetrica.

Il terzo esercizio aveva come obiettivo la costruzione di immagini utilizzando alcuni attrezzi della palestra. Ho quindi predisposto due gruppi di oggetti comprendenti ciascuno un bastone di legno, un pallone da pallavolo e uno da basket, due mattonelle di colore diverso, un birillo, due cerchi di dimensione differente, due coni di colore diverso. La classe è stata divisa in gruppetti composti da 4 bambini: due di loro avevano il compito di utilizzare a piacere il materiale consegnato, gli altri due, che avevano a disposizione il secondo gruppo di attrezzi, di completare la figura come se l'immagine realizzata dai compagni fosse allo specchio. Ha lavorato un gruppo alla volta in modo tale che gli altri potessero osservare le figure che venivano rappresentate e, una volta completate, intervenire nel caso non fossero stati d'accordo.

Chi doveva realizzare la prima parte di figura ha utilizzato sempre tutti gli attrezzi a disposizione partendo dalla linea-specchio e posizionandoli in fila perpendicolarmente a questa. Pochi attrezzi sono stati disposti parallelamente e nessuno diagonalmente rispetto all'asse di simmetria: sembrava che i bambini trovassero difficoltà nell'abbandonare il riferimento del parallelismo e della perpendicolarità per entrare nel campo delle inclinazioni, anche se durante l'attività dei "percorsi a specchio" alcuni di loro avevano compiuto salti da un cerchio all'altro anche diagonalmente.

Le difficoltà delle coppie di bambini che dovevano completare le figure sono state relativamente poche: la maggior parte di loro ha scelto il materiale giusto non solo per quanto riguardava la tipologia, ma tenendo correttamente in considerazione anche il colore e la dimensione. Solo due coppie hanno disposto la serie di oggetti non secondo una riflessione, ma una traslazione; in quest'ultimo caso hanno ricostruito l'immagine in modo corretto dopo aver ricordato loro che nelle immagini allo specchio destra e sinistra si invertono.

4.2 DALLA REALTA' ALLE IMMAGINI DEL REALE

4.2.1 1^ attività - Una foglia e un'arancia

Il primo passo per la costruzione del concetto di simmetria è stato prendere in esame alcuni oggetti con assi di simmetria evidenti; l'obiettivo era semplicemente attirare l'attenzione su queste linee senza ancora specificarne la particolarità.

Facendo finta di essere un extraterrestre curioso di sapere come era fatta una foglia di magnolia e una mezza arancia, ho chiesto ai bambini di descrivermi questi due oggetti in modo tale che io riuscissi a disegnarli alla lavagna senza vederli. Sia la foglia che l'arancia tagliata venivano mostrate alla classe dall'insegnante.

Per quanto riguarda la foglia, dopo avermi indicato la forma lanceolata, il colore verde, il tipo di margine e la presenza del picciolo, i bambini si sono trovati alle prese con la descrizione delle nervature.

L. "Mancano le nervature"

IO "Io non so come sono le nervature"

L. "Sono quelle robe che sono in mezzo alla foglia per dividerla"

IO "Come le disegno?"

L. "Una riga dritta che va verso la punta"

Disegno una riga dritta che va verso la punta ma parte dal centro della foglia

L. "No! Una riga dritta dal gambo e divide le foglie"

D. "Va giù verso il picciolo"

IO "E' molto particolare questa riga; cosa fa?"

M. "E' la nervatura centrale"

S. "Riesce a nutrire la foglia"

P. "Divide la foglia in due parti uguali"

IO "Tutte le foglie hanno questa linea?"

Alcuni bambini rispondono di no, altri di sì, aggiungendo " Per forza perchè devono nutrirsi"

IO "Poi osserveremo altre foglie e vedremo. Manca ancora qualcosa?"

N. "Ci sono altre nervature che partono dal centro e toccano il margine"

Disegno linee dritte e orizzontali

N. "No, un po' storte che vanno in su"

Disegno l'altra metà della foglia in modo corretto e chiedo "Va bene la foglia disegnata così?"

In coro rispondono "No"

IO "Quale parte è corretta?"

"Quella a sinistra" rispondono in coro.

IO "E allora come devo disegnare le nervature nella parte a destra?"

F. "Come di là, solo che non così, ma così (facendo dei gesti con le mani), a lisca"

IO "Queste vanno a sinistra e queste verso..."

"Destra" rispondono in coro



Per quanto riguarda la descrizione della mezza arancia, dopo avermene indicato la forma circolare (a cui ho dovuto aggiungere un piccolo pallino nel mezzo) i bambini hanno iniziato a descrivermi le linee da aggiungere per completare il disegno.

M. “Vicino al puntino bianco ci sono delle righe intorno”

Disegno, a caso, righe dritte e storte all’interno del centro arancione

F. “Sono dritte!”

Disegno, sempre in modo disordinato, alcune righe dritte.

N. “Quelle in alto le fai che vanno verso la buccia in alto; quelle in basso che vanno verso la buccia in basso”

L. “Sono delle righette attaccate al puntino bianco”

E. “Lunghe fino al margine”

D. “Bisogna fare le righe dal puntino fino alla buccia. E sono dritte”

D. mi da le indicazioni “Parti dal puntino e vai su dritto... Adesso parti ancora dal pallino e vai in obliquo verso destra fino alla buccia... Adesso vai dritto a sinistra. Un’altra in obliquo in basso verso sinistra. Poi parti dal puntino e vai giù dritto”

S. “E’ come tagliare una torta!”

L. “Un’altra in obliquo verso destra in basso fino alla buccia”

IO “Poi?”

J. “Ne fai altre!”

Ne disegno alcune molto ravvicinate.

I bambini ridono e mi dicono “No! Sono troppo appiccate!”

IO “Come sono questi spazi?”

L. “Sono troppo stretti!”



L’impegno e lo sforzo che i bambini hanno dimostrato per darmi indicazioni precise relativamente alle nervature della foglia o alle linee che dividevano gli spicchi dell’arancia, hanno permesso loro di iniziare a costruire il concetto di asse di simmetria scoprendo alcuni suoi elementi specifici quali il dividere l’oggetto (ad esempio la foglia) in due parti uguali o, nel caso in cui gli assi siano più di uno come nell’arancia, la presenza di un centro e la formazione di angoli uguali.

4.2.2 2^ attività - Dall'oggetto alla sua impronta

Questa attività è stata pensata per passare dall'oggetto reale e tridimensionale, al piano bidimensionale delle immagini. Le tecniche utilizzate sono state scelte con l'obiettivo di mantenere evidenti le linee su cui la volta precedente si era posta attenzione e produrre materiali utili da utilizzare nelle attività successive del percorso.

La classe è stata divisa in tre gruppi che, a rotazione, hanno potuto sperimentare tutte e tre le procedure:

1. STAMPA SU DAS: dopo aver appiattito un mattoncino di das per realizzare una sottile sfoglia, i bambini vi hanno pressato una foglia secca così da lasciarvi l'impronta.



2. STAMPA SU CARTONCINO: foglie di diverso tipo e arance e limoni tagliati a metà sono stati intinti nel colore per creare, con i loro stampi, alcuni disegni.



3. TECNICA DEL FROTTAGE: i bambini hanno strofinato i pastelli ad olio su un foglio sotto il quale era posta una foglia della quale sono stati messi in evidenza bordi e nervature.



4.2.3 3^aattività - La linea magica

Per suscitare l'interesse della classe ho affermato che la nervatura centrale della foglia era una linea speciale, e ho chiesto ai bambini di scoprirne il "potere magico".

Ho consegnato ad ogni alunno una foglia (si trattava di foglie simmetriche non solo per forma, ma anche con nervature laterali perfettamente speculari) che ho chiesto di osservare ponendo particolare attenzione alla nervatura centrale. Gli aspetti immediatamente colti dai bambini riguardavano le caratteristiche fisiche, quali la linearità e le maggiori dimensioni rispetto alle altre nervature; dai successivi interventi, però, è emersa una peculiarità significativa per il nostro percorso:

P. "Divide a metà la foglia"

IO "Cosa vuol dire dividere a metà?"

L. "La divide in due parti"

IO "E come sono queste parti?"

P. "In due parti uguali"

I bambini, spronati a dimostrare l'uguaglianza delle due parti, hanno piegato la foglia lungo la nervatura centrale, ma è stato difficile arrivare a motivare tale azione compiuta intuitivamente.

IO "Come facciamo a dimostrare che questa linea divide la foglia in due parti uguali?"

L. "Basta che la pieghiamo così. Appiccichiamo le due parti e le due parti diventano una parte...Diventano due parti toccate..."

IO "Allora tutti avete individuato la nervatura centrale? Bene, allora L. dice che per dimostrare che questa linea divide la foglia in due parti uguali devo piegare la foglia lungo la linea... e cosa vediamo?"

G. "Una parte, un pezzo di foglia".

IO "Provate a piegare le vostre foglie lungo la linea".

Tutti piegano la loro foglia lungo la nervatura centrale.

M. "Si vede solo una parte"

E. "Diventa metà"

IO "Però non è metà, la foglia è sempre intera"

E. "La dividi a metà"

IO "L'ho piegata, ma non l'ho tagliata. Cosa succede alla foglia piegata così?"

N. "Una è un po' più grande e l'altra un po' più piccola se la dividi precisa precisa a metà"

Accortasi della mia difficoltà nel trovare la domanda-stimolo giusta affinché i bambini arrivassero a formulare il concetto di uguaglianza per sovrapposizione, l'insegnante è intervenuta chiedendo ai bambini di piegare di nuovo le foglie e descrivere l'azione. Gli interventi degli alunni hanno permesso di giungere a una semplice spiegazione: la nervatura centrale divide la foglia in due parti uguali perché se chiusa non si vede l'interno. I termini "coincidere" o "sovrapporre", probabilmente nuovi per gli alunni, sono stati introdotti da me per riassumere ciò che si era appreso fino a quel momento: piegando la foglia lungo la nervatura centrale possiamo verificare che tale linea la divide in due parti uguali perché, sovrapposte, coincidono perfettamente.

Per rivelare che una linea può dividere la figura in due parti uguali senza che queste coincidano una volta fatta la piegatura, ho mostrato un foglio rettangolare con evidenziata una delle diagonali. D'istinto i bambini hanno affermato che non si trattava di una linea che divideva il foglio a metà: per dimostrare loro il contrario ho dovuto ritagliare le due parti e sovrapporle.

Una volta dimostrato che le due parti erano uguali perché coincidevano, ho preso un foglio rettangolare uguale a quello ritagliato e l'ho piegato lungo la diagonale. Questo esempio ha dimostrato che la nervatura centrale della foglia e la diagonale del foglio rettangolare non si comportavano nello stesso modo: entrambe dividevano la figura in due parti uguali, ma solo la prima permetteva alle due parti di coincidere dopo la piegatura.

Per verificare se i bambini avevano compreso la peculiarità della nervatura centrale, ho distribuito ad ognuno di loro due stampe di foglie diverse, ottenute con la tecnica del *frottage* e poi ritagliate. Alla mia richiesta di verificare se tutte le foglie avevano la nervatura centrale "magica", i bambini prontamente hanno piegato le stampe delle foglie secondo tale nervatura.

Quando ho chiesto ai bambini che avevano trovato foglie con nervature "non magiche" di alzare la mano, mi sono resa conto che il numero delle mani alzate superava il numero delle foglie asimmetriche consegnate. La maggior parte dei bambini aveva riconosciuto la nervatura centrale lungo cui piegare la foglia colorata, ma non aveva accettato l'idea che fosse simmetrica se i bordi delle due parti non erano perfettamente coincidenti.

Per dimostrare che piegando la foglia lungo la nervatura centrale si sovrapponeva anche ciò che era all'interno, un bambino ha proposto di controllare la corrispondenza non solo dei margini, ma anche delle nervature laterali. All'intuizione positiva è seguita una grande difficoltà nel trovare un modo per verificare come le nervature di una metà coincidessero con quelle dell'altra. I metodi proposti, infatti, non erano efficaci per una verifica precisa: c'è chi ha proposto di guardare semplicemente l'interno ("*Basta aprirla e vedere cosa c'è dentro*"), chi di guardare da entrambe le parti la foglia piegata ("*Guardare prima da una parte e poi dall'altra*"), chi di percepire la sovrapposizione con il tatto ("*Tocco con il dito una linea e sento se è uguale all'altra*", "*La pieghi e segui con il dito se nessuna delle due è più alta dell'altra*"). E' stata infine l'insegnante a suggerire la possibilità di porre la foglia piegata contro luce e osservare la sovrapposizione delle nervature.

Dal punto di vista metodologico ho trovato difficile condurre questa attività, presumibilmente perché il gruppo era di 23 alunni e quindi piuttosto numeroso; gestire una attività di questo tipo significa essere in grado di seguire il ragionamento dei bambini, cogliere le intuizioni positive e rispondere agli interventi inappropriati, formulare domande adatte o suggerire input per superare eventuali momenti di emparse. Non riuscire a tenere alto il ritmo della discussione porta ad un calo dell'attenzione e della motivazione anche dei bambini mentalmente più vivaci.

Intenta a seguire le fasi dell'attività che avevo progettato, sono stata disorientata dal fatto che non sempre i bambini rispondevano come avevo ipotizzato. In realtà si gioca tutto nel dialogo-confronto con la classe durante il quale possono verificarsi intuizioni ma anche momenti di stasi ed occorre capire se è il caso di trovare nuovi stimoli o se è meglio non insistere.

Con questa modalità, inoltre, non è facile riuscire a coinvolgere tutti; i bambini più timidi o svogliati tendono a non intervenire, lasciando che siano gli altri compagni, più motivati e interessati, a portare avanti l'attività.

Per quanto riguarda l'attività proposta mi sono accorta della difficoltà dei bambini di riconoscere la simmetria in figure non perfette, e della loro tendenza a cercare i particolari che non permettono di applicare il concetto. L'intervento di un bambino che negava la coincidenza delle nervature per una leggera differenza, mi ha permesso di chiarire che in natura è difficile che esista qualcosa di perfettamente sovrapponibile.

4.2.4 4^attività - Assi di simmetria visibili e invisibili

Mentre i bambini erano in palestra, ho disposto i banchi in modo che poi potessero sedersi in cerchio per interagire e scambiarsi i materiali con più facilità. La riorganizzazione dell'aula è stato un chiaro messaggio agli studenti, che una volta tornati in classe hanno immediatamente capito che avrebbero lavorato con me. La classe è stata divisa in 5 gruppi di 4 bambini ciascuno e un gruppo di 5. Tali gruppi, formati precedentemente insieme all'insegnante e secondo il criterio dell'eterogeneità dai punti di vista della capacità e della vivacità cognitiva, sono rimasti sempre gli stessi nel corso dell'intero percorso.

Prima di iniziare l'attività, ho chiesto ad ogni gruppo di darsi un nome e di eleggere un portavoce che avrebbe dovuto riportare sia le richieste dei compagni che rispondere alle mie domande dopo una consultazione. Si sono così creati il gruppo "PANDINO", "AQUILA BIANCA", "GERMANIA", "ACQUA", "ITALIA" e "BARCELLONA". L'insegnante ha quindi preparato sei cartellini con il nome del gruppo e del portavoce, e li ha posti sui tavoli.

In un primo momento si sono richiamate le conoscenze acquisite le volte precedenti: si è infatti ricordato che nell'osservare e nel descrivere una foglia, avevamo rivolto la nostra attenzione sulle linee presenti, una delle quali, la nervatura centrale, aveva la particolarità di dividere la foglia in due parti uguali. Inoltre avevamo verificato che se piegavamo la foglia lungo quella linea, le due parti venivano a coincidere. A sovrapporsi perfettamente non erano solo i bordi, ma tutta la foglia, e questo l'avevamo dimostrato guardandola controluce: tutte le nervature di una parte coincidevano con quelle dell'altra metà. Stimolati da alcune mie domande, sono stati gli stessi bambini a recuperare il percorso svolto e le conclusioni a cui eravamo giunti al termine delle precedenti attività. Ho quindi rivelato loro che questa linea, definita da me "magica" perché dotata di alcuni poteri che altre linee non possiedono, si chiama "asse di simmetria". Diversi bambini hanno ripetuto questo termine come per fissarlo nella mente; uno di loro ha alzato la mano per chiedermi "*Tutto attaccato?*", mentre un altro lo ha scritto su un foglietto. Mi ha stupito la loro meraviglia di fronte ad una parola nuova.

Per concludere questo primo momento ho chiesto se tutti erano d'accordo sul fatto che la foglia avesse più linee, ma un solo asse di simmetria. Inaspettatamente un bambino ha alzato la mano controbattendo che in realtà ne aveva due perché la foglia si poteva piegare anche orizzontalmente.

Avevo preparato sulla carta da lucido la forma di una foglia per verificare meglio la sovrapposizione delle nervature laterali che avevo disegnato simmetriche. Ho chiesto quindi al

bambino di piegare le foglia come aveva pensato e ho mostrato il risultato alla classe. Ho suggerito ai bambini di discuterne all'interno dei gruppi e che poi il portavoce riportasse il parere condiviso dai compagni. Dopo pochi secondi tutti i portavoce avevano la mano alzata e concordavano che era sbagliato piegare la foglia in quel modo per i seguenti motivi:

- “Le linee non sono una sopra all'altra” (ACQUA)
- “Le linee formano dei rettangoli e non va bene” (PANDINO)
- “Una parte ha il gambo e l'altra no” (AQUILA BIANCA)
- “Le nervature non coincidono” (BARCELLONA e GERMANIA)
- “Le nervature formano dei rombi e vuol dire che non sono una sopra all'altra” (ITALIA)

Questo intervento mi ha permesso di capire che i bambini avevano già costruito e interiorizzato il concetto di “asse di simmetria”, anche se avevo rivelato loro il termine geometrico solo da pochi minuti.

Ho ricordato che durante la prima attività avevo assegnato loro il compito di descrivermi anche l'interno dell'arancia con cui poi avevamo realizzato gli stampi utilizzando i colori a tempera.

Avendo a disposizione uno stampo ciascuno, il nuovo compito consisteva nello scoprire se anche l'interno dell'arancia possedeva degli assi di simmetria. Tutti hanno cominciato a piegare lo stampo lungo le linee segnate dal colore. Dopo pochi minuti diversi portavoce hanno alzato la mano dicendo di aver scoperto dove si trovava l'asse di simmetria. Poiché osservando i diversi gruppi mi ero accorta che, trovato un asse di simmetria, molti degli alunni si consideravano soddisfatti del risultato, ho suggerito di continuare la ricerca. Nel frattempo mi sono avvicinata ad ogni gruppo per interpellare il portavoce sulle conclusioni a cui erano arrivati fino a quel momento.

BARCELLONA

M. “Ha un asse verticale perché se lo piego così le linee coincidono”.

S. però non è d'accordo: “Non è un asse di simmetria perché va un po' fuori il bordo”.

ACQUA

P. “Ha due assi di simmetria: uno verticale e uno orizzontale”.

M. non è d'accordo perché nel suo stampo le linee, una volta piegata la figura, non coincidono perfettamente.

ITALIA

D. “Si può piegare in quattro modi, ci sono già le linee segnate”.

IO “Allora quanti assi di simmetria ha?”

L. “8” (conta tutte le 8 linee che partono dal centro).

D. “No, 4, perché questa linea è insieme a questa, non si può piegare solo una parte - mostra al compagno che non è possibile piegare lo stampo lungo la linea solamente fino al centro e aggiunge - Però alcune linee sono un po' piegate, ma va bene lo stesso”.

GERMANIA

F. “Si può piegare in due modi”.

Hanno disposto sul tavolo i quattro stampi: due piegati verticalmente uno verso sinistra e l'altro verso destra; gli altri due orizzontalmente uno verso l'alto, il secondo verso il basso.

AQUILA BIANCA

E. “Ha due assi di simmetria”.

I bambini hanno piegato lo stampo dapprima verticalmente e poi il semicerchio ottenuto orizzontalmente, ne è risultato un quarto di cerchio in cui le linee coincidevano ancora.

Ho consigliato loro di trovare in quanti modi si poteva piegare lo stampo ripartendo sempre dall'intero senza sommare le diverse piegature.

Riaprendo la figura, hanno verificato che le piegature possibili erano sempre due: verticale e orizzontale.

PANDINO

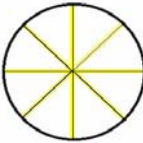
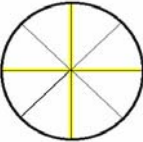
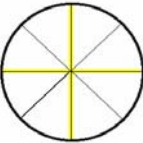

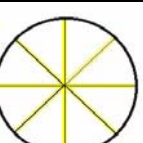
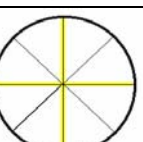
N. “ Ha 3 assi di simmetria, perché si può piegare tre volte”.

I bambini di questo gruppo hanno piegato lo stampo come quelli del gruppo prima, aggiungendo una terza piegatura e ottenendo uno spicchio.

Dopo lo stesso suggerimento, i bambini hanno concluso velocemente che gli assi di simmetria erano 4, facilitati in questo dal fatto che erano già segnati per le piegature fatte precedentemente.

Terminato il tempo a disposizione ho chiesto ai bambini di scegliere uno stampo per gruppo ed evidenziare di giallo l'asse o gli assi di simmetria trovati, nel frattempo ho scritto alla lavagna i nomi dei sei gruppi, disegnandovi accanto l'arancio diviso in spicchi.

Ogni portavoce del gruppo ha comunicato quanti e quali assi erano stati trovati, così da poterli colorare anch'io alla lavagna e renderli visibili al resto della classe.

PANDINO	4 assi di simmetria	
AQUILA BIANCA	2 assi di simmetria	
ACQUA	2 assi di simmetria	
GERMANIA	4 assi di simmetria	
ITALIA	4 assi di simmetria	
BARCELLONA	2 assi di simmetria	

Ho poi chiesto ai tre gruppi che avevano trovato solo due assi di simmetria di piegare i loro stampi anche lungo le altre due linee oblique da loro non evidenziate; i bambini hanno provato e, sorpresi, hanno confermato che gli assi erano quattro.

Successivamente ho consegnato ad ogni bambino uno stampo realizzato su carta da lucido in modo da rendere più facile verificare la sovrapposizione delle linee, e ho svelato loro che in realtà il numero degli assi di simmetria era maggiore: i bambini hanno colto immediatamente la sfida cercando di trovare in quali altri modi era possibile piegare lo stampo.

Dopo qualche minuto tutti i portavoce hanno riferito di aver trovato altri quattro assi di simmetria, ma attraverso alcune domande che richiedevano di esplicitare le strategie messe in atto per giungere a tale risultato, ho scoperto che i gruppi “PANDINO”, “ACQUA” e “BARCELLONA” in realtà avevano continuato a piegare l’immagine lungo i quattro assi visibili. Gli altri tre gruppi, invece, appena hanno compreso che lo stampo poteva essere piegato in un altro modo perché le linee e i bordi coincidessero ancora, sono riusciti ad individuare tutti i quattro assi invisibili e spontaneamente li hanno tracciati con la matita.

Per il momento conclusivo avevo preparato su un foglio di carta da lucido un grande cerchio diviso in 8 spicchi. Prima ho piegato la figura lungo i quattro assi segnati, poi lungo quelli invisibili, mostrando a chi non era riuscito ad individuare questi ultimi come anche in questo modo le linee interne e i bordi si sovrapponevano perfettamente.

E' seguita una breve discussione per collegare gli obiettivi iniziali agli esiti dei lavori dei gruppi, dare senso alla attività svolta, rendere gli studenti consapevoli del percorso fatto insieme e arrivare ad una generalizzazione di ciò che si era appreso.

INS. "Provate a pensare come possiamo descrivere questa situazione in modo che quello che è successo oggi lo possiamo ricordare più facilmente e quindi utilizzare anche altre volte".

L. "Non ho capito".

INS. "Cosa abbiamo imparato oggi, in generale, senza riferirci alla stampa dell'arancia. Cosa abbiamo scoperto?"

D. "Che nell'arancia coincidono le linee che ha dentro a metà. E sono otto".

INS. "Proviamo a dirlo più in generale"

P. "Abbiamo scoperto che l'arancia ha 8 righe".

INS. "Come le abbiamo chiamate?"

Più bambini rispondono "Assi di simmetria!"

INS. "Non 8 righe, ma 8 assi di simmetria. Proviamo a dirlo in un altro modo. Vorrei che voi diceste una cosa generale che si può usare anche in altre situazioni".

IO "Per scoprire gli assi di simmetria tutti voi avete utilizzato la stessa strategia: avete provato a piegare lo stampo dell'arancia. Quando l'altra volta abbiamo piegato la foglia, quanti assi di simmetria abbiamo scoperto esserci?"

TUTTI "Uno!"

IO "E l'arancia?"

TUTTI "Otto!"

IO "Allora possiamo dire che..."

D. "Che gli assi di simmetria sono tanti!"

IO "Che gli assi di simmetria *possono* essere tanti. Possono non esserci, ce ne può essere solo uno come nella foglia, ce ne possono essere tanti e a volte, anche se ci sono, non ..."

TUTTI "Non si vedono!"

INS. "Bravi! Questo significa trovare una regola generale: gli assi di simmetria a volte non ci sono, a volte ci sono e, quando ci sono, in alcuni casi non si vedono! Ricordate questa generalizzazione perché in altre situazioni ci può essere utile!"

Nel corso di questa attività l'attenzione e la motivazione sono state alte fin dall'inizio e si sono mantenute tali per l'intera durata; la divisione in gruppi e uno spirito di sana competizione hanno permesso un maggior coinvolgimento di tutti. Nonostante la classe non fosse abituata a lavorare in piccoli gruppi, ho constatato che i bambini hanno svolto i compiti accordandosi facilmente e velocemente. Solamente il gruppo formato da 5 bambini ha avuto difficoltà: è emerso un problema di comportamento e di coordinamento dovuto alla presenza di tre maschi molto competitivi, uno dei quali, inserito nella classe da pochi giorni, ha manifestato tale caratteristica per la prima volta proprio nel corso di questa attività. In tale gruppo ho però assistito ad una dinamica positiva tipica dell'apprendimento cooperativo: il tentativo da parte di uno studente più

competente di spiegare al compagno l'errore che stava commettendo (*L., contando tutte le linee che partono dal centro, afferma: "Gli assi di simmetria sono 8". D., mostrando al compagno che non è possibile piegare lo stampo lungo la linea solamente fino al centro, risponde "No, 4, perché questa linea è insieme a questa, non si può piegare solo una parte - .)*

Da come la classe ha risposto ai diversi compiti proposti, si possono poi trarre alcune considerazioni importanti quali la necessità da parte dei bambini di manipolare lo stampo per verificare la presenza di assi di simmetria, la propensione a piegare lungo linee evidenti, la facilità di riconoscere l'asse verticale e l'asse orizzontale, a differenza di quelli obliqui.

Inoltre è evidente come sia in atto un processo di astrazione del concetto di simmetria: se ancora alcuni bambini non riconoscono una figura simmetrica quando le due parti non coincidono perfettamente (*"Non è un asse di simmetria perché va un po' fuori il bordo"*), la maggior parte di loro non ricerca più la sovrapposizione perfetta (*"Alcune linee sono un po' piegate, ma va bene lo stesso"*).

L'attività ha permesso anche di scoprire come i bambini, inconsapevolmente, mettono in atto alcuni concetti matematici. Piegando più volte lo stampo dell'arancia, i bambini non hanno fatto altro che trovare il modulo più piccolo che si ripeteva all'interno della figura. Il metodo non era comunque efficace allo scopo di trovare il numero degli assi di simmetria, è stato quindi necessario un mio intervento per orientare il lavoro e far giungere il gruppo stesso alla risposta corretta. Questo mi ha permesso di capire come, per mantenere l'alunno al centro del processo di apprendimento, occorra conoscere bene la propria materia per offrire stimoli giusti e non risposte pronte.

4.2.5 5ª attività - La realizzazione di figure simmetriche

Il momento introduttivo è stato finalizzato a recuperare, attraverso alcune domande, il concetto di asse di simmetria e la generalizzazione a cui si era giunti al termine dell'ultima attività.

L'obiettivo della nuova attività consisteva nel trovare alcune strategie per creare figure simmetriche con i materiali che di volta in volta mettevo a disposizione.

- **Un asse di simmetria verticale con fogli bianchi e colori a tempera**

Avendo a disposizione fogli bianchi e colori a tempera, ho chiesto alla classe di pensare ad una strategia per creare figure con un asse di simmetria verticale. I bambini del gruppo BARCELLONA hanno proposto di usare il pennello; uno di loro ha disegnato una forma che ricordava quella di una foglia e ha evidenziato l'asse di simmetria usando un colore diverso (fig.1).

Guardando il disegno gli altri compagni inizialmente sembravano soddisfatti del risultato, poi qualcuno è intervenuto sottolineando che la figura non poteva essere considerata perfettamente simmetrica perché le due parti divise dall'asse non erano uguali (*“La parte sinistra è un po' più grande”*).



Fig.1

Dopo aver valorizzato l'intervento del gruppo BARCELLONA per aver disegnato una figura che rappresentava il concetto di simmetria, ho invitato i bambini a cercare una strategia più precisa.

A qualcuno è venuto in mente di piegare il foglio per trovare un asse di simmetria verticale, ma rimaneva il problema di dover disegnare a mano libera la figura. Notando la difficoltà dei bambini ho ricordato loro che i colori a tempera, una volta stesi sul foglio, per un certo tempo rimangono bagnati, tanto che ci si può sporcare. Il suggerimento ha permesso di arrivare a comprendere una strategia adatta: *“Disegniamo solo un pezzo di disegno e poi lo pieghiamo e così viene anche di là!”*.

Ogni gruppo ha poi sperimentato la tecnica ottenendo disegni come quello in figura 2.



Fig. 2

- **Un asse di simmetria verticale con carta e forbici**

La consegna consisteva sempre nel realizzare figure con un asse di simmetria verticale, ma in questo secondo caso i materiali che potevano essere utilizzati erano fogli e forbici.

Ogni gruppo ha lavorato individualmente e tutti i bambini hanno cominciato a ritagliare forme di foglie il più possibile simmetriche; alcuni di loro, piegandole a metà per verificarne la simmetria, si sono accontentati dell'esito anche se le due parti non coincidevano perfettamente, mentre altri hanno ritoccato la forma tenendola piegata lungo l'asse di simmetria ed ottenere così un risultato migliore.

Alcuni gruppi si sono poi resi conto che era più efficace piegare prima di ritagliare la forma; hanno così cominciato a ritagliare innumerevoli figure simmetriche anche da piccolissimi pezzi di carta. Il gruppo ITALIA, inoltre, si è accorto che figure simmetriche non erano solo quelle che venivano ritagliate, ma anche i pezzi di carta che inizialmente venivano ritenuti scarti (perché erano lo sfondo da cui veniva ritagliata la figura principale).

Essendomi accorta che le strategie messe in atto da ciascun gruppo erano diverse, ho invitato a scrivere su un foglietto il metodo scoperto e, ritenendo importante far notare in un secondo momento come nelle figure "di scarto" del gruppo ITALIA l'asse di simmetria fosse visibile in alcuni punti e invisibile in altri, ho chiesto di evidenziare con un pennarello l'asse di simmetria presente nelle numerose e svariate figure ottenute (fig 3).

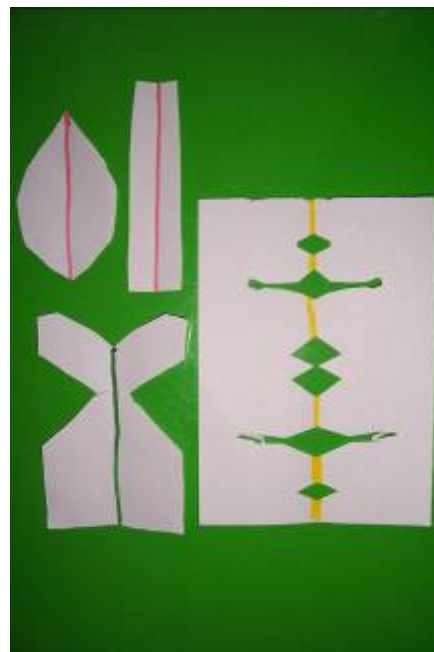


Fig.3

AQUILA BIANCA : Prendere due fogli e tagliare la carta in modo che vengano due foglie. Oppure tagliare la carta normalmente (questo gruppo ha tagliato la carta a forma di foglia, piegandola poi lungo l'asse e ignorando eventuali imperfezioni di sovrapposizione).

BARCELLONA: Abbiamo fatto con il foglio e le forbici. Abbiamo fatto una foglia e un sigaro (i bambini di questo gruppo hanno prima ritagliato figure che pensavano avere un asse di simmetria verticale come la foglia o il sigaro. Dopo averle piegate hanno ritoccato la forma ritagliata in modo che le due parti coincidessero perfettamente).

GERMANIA : Abbiamo tagliato il foglio in una forma poi l'abbiamo piegato in due poi l'abbiamo aperto ed è venuta una forma (i bambini di questo gruppo hanno ritagliato figure non esclusivamente a forma di foglia o che ricordassero oggetti reali. Successivamente le hanno piegate a metà e infine ritoccate con la forbice).

ACQUA: *Prima abbiamo piegato dopo abbiamo ritagliato.*

PANDINO: *Abbiamo piegato il foglio e poi abbiamo ritagliato le figure geometriche e così abbiamo scoperto che formano un asse di simmetria.*

ITALIA: *Prima di tutto bisogna piegare correttamente il foglio poi bisogna tagliare sulla piega poi ancora aprì il foglio e le figure coincidono perfettamente.*

- **Due assi di simmetria con carta e forbici**

Sempre con carta e forbici ho invitato la classe a realizzare figure simmetriche con due assi di simmetria, uno verticale e l'altro orizzontale. I bambini hanno accolto con entusiasmo la nuova sfida e hanno iniziato a manipolare, piegare, ritagliare i pezzi di carta. Nonostante ritenessi questo compito difficile, tutti i gruppi hanno scoperto in poco tempo cosa era necessario fare e il gruppo ITALIA ha anche specificato *come* dovevano essere le piegature: orizzontale e verticale. Riporto qui di seguito come i diversi gruppi hanno verbalizzato per iscritto il metodo scoperto per realizzare figure con due assi di simmetria.

GERMANIA: *Abbiamo scoperto che si può piegare in due, abbiamo piegato in due il foglio, poi abbiamo inventato una forma, l'abbiamo fatto ed è venuta*

AQUILA BIANCA : *Abbiamo piegato la carta in due parti, poi abbiamo ritagliato delle forme qualsiasi*

ACQUA: *Prima abbiamo piegato 2 volte poi ritagliato poi ho colorato l'asse di simmetria*

ITALIA: *Abbiamo capito subito come si faceva. Si piegava il foglio, in verticale e in orizzontale, poi si taglia*

BARCELLONA: *Piegare il foglio a metà. Si fa un quadrato con le forbici. Si piega il quadrato e si sottolinea l'asse di simmetria* (questo gruppo ha ritagliato dei rettangoli anche se sul foglietto ha usato il termine "quadrato" e, dopo averli piegati verticalmente e orizzontalmente, ha evidenziato con il pennarello i due assi di simmetria)

PANDINO: *Il foglio che avevamo aveva già 2 assi di simmetria e non abbiamo fatto altro che ripassare* (Dopo l'intuizione di un bambino del gruppo che il foglio dato aveva già due assi di simmetria, insieme hanno ritagliato rettangoli di diverse dimensioni, un rombo e due quadrati. Dei

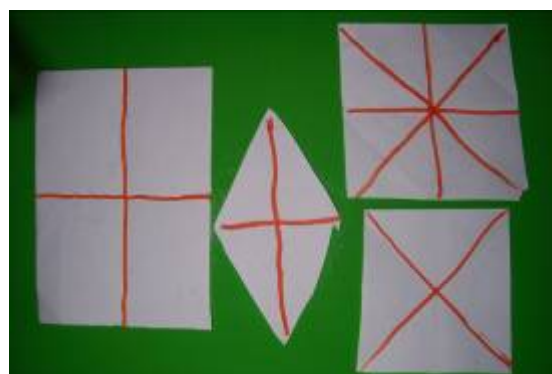


Fig.4

due quadrati nel primo sono stati evidenziati solo due assi di simmetria, quelli obliqui; nel secondo tutti e quattro).

Una volta terminata questa attività, mi sono resa conto che la si poteva impostare in diversi modi, ad esempio far sperimentare concretamente la costruzione di figure simmetriche seguendo le mie indicazioni, o consegnare ad ogni gruppo più materiale (forbici, fogli bianchi, fogli quadrettati, fogli di carta da lucido, colori a tempera e matite) e osservare quale strumento i bambini avrebbero scelto e come lo avrebbero utilizzato. Personalmente ho ritenuto meglio cercare una via di mezzo tra le due possibilità precedenti, per sollecitare la scelta della tecnica e, nello stesso tempo, costringere i bambini ad utilizzare determinati materiali e raggiungere un obiettivo preciso: creare prima una figura con un asse di simmetria verticale, e poi una figura con due assi di simmetria, verticale e orizzontale.

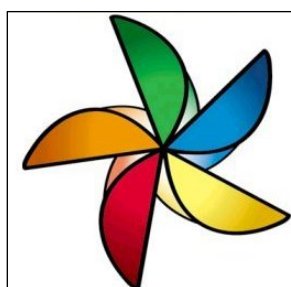
La scelta del tipo di assi mi è stata suggerita dall'attività precedente durante la quale era emerso come i bambini percepiscono più facilmente l'asse verticale e, poi, quello orizzontale.

L'attività con le tempere non è stata efficace e utile come quelle successive perchè la strategia opportuna non poteva essere elaborata facilmente soltanto attraverso un ragionamento collettivo, ma era necessario lasciare ai gruppi la possibilità di provare concretamente.

Inizialmente avevo stabilito di condurre questa attività dopo quella di ricerca di assi di simmetria nelle diverse immagini. Ho invece ritenuto opportuno anticiparla per dare ancora la possibilità ai bambini di agire e lavorare concretamente.

4.2.6 6^a attività - Alla ricerca degli assi di simmetria

La ricerca degli assi di simmetria in alcune immagini è stata la consegna dell'attività successiva. Le 15 immagini²² distribuite ad ogni gruppo sono state scelte secondo precise motivazioni che espongono qui di seguito.



Girandola: non ha alcun asse di simmetria.

E' una figura precisa su uno sfondo neutro e ogni modulo si ripete con un colore diverso.



Fiore bianco piccolo: Non ha alcun asse di simmetria.

L'immagine è sfuocata e lo sfondo non è neutro.



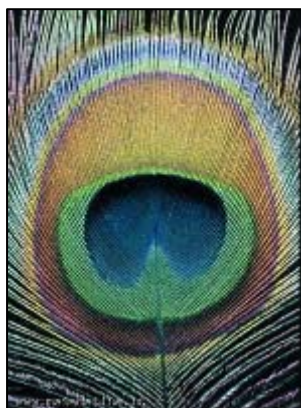
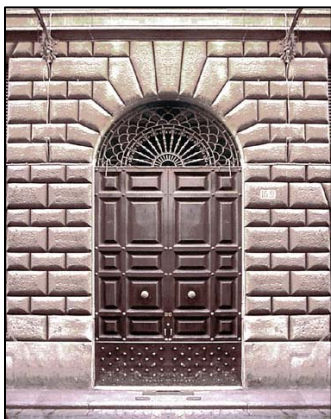
Tombino: Non ha alcun asse di simmetria.



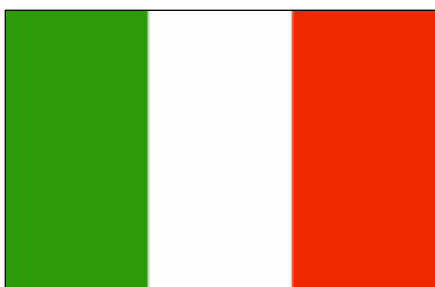
Casa colorata: Non ha alcun asse di simmetria.

Sembra esserci un asse di simmetria verticale, ma in realtà, a causa dell'anta, le due parti non sono simmetriche.

²² Gran parte delle figure utilizzate in questo percorso si trovano sul sito <http://www.matematita.it>; accedendo al progetto "Immagini per la matematica" si trova infatti un ricco archivio di immagini facilmente fruibile grazie alla sua organizzazione per categorie. Ai fini della mia ricerca la catalogazione delle immagini simmetriche per gruppo di simmetria è risultata molto funzionale, in quanto ha permesso di reperire le figure più adatte in base agli aspetti che si volevano indagare.



Porta e Piuma di pavone: Possiedono entrambe un asse di simmetria verticale. Partendo dal presupposto che l'asse verticale sia quello percepito più facilmente dai bambini, queste immagini non dovevano creare grandi difficoltà.

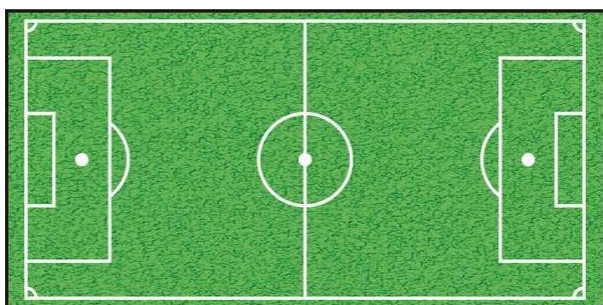


Bandiera Italia: Possiede un solo asse di simmetria orizzontale. Mi chiedevo se i bambini avrebbero tenuto conto del colore o, osservando solamente le linee, avrebbero affermato che tale figura ha anche un asse di simmetria verticale.



Paesaggio: Possiede un asse orizzontale. Ho consegnato a tre gruppi la prima versione, agli altri la

seconda per osservare se quest'ultima, non perfetta, portava i bambini ad affermare che non esistevano assi di simmetria.



Campo da calcio: Possiede 2 assi di simmetria, uno verticale e uno orizzontale. L'asse orizzontale non è disegnato, mentre sono presenti altre linee che avrebbero potuto confondere.



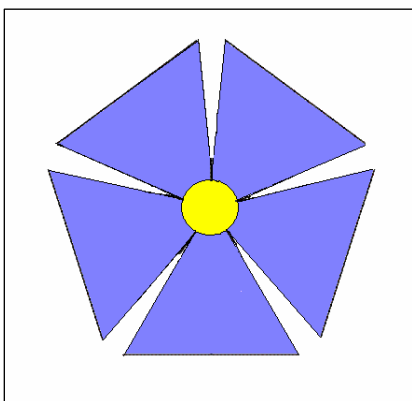
Fiore bianco grande: Possiede 3 assi di simmetria.

La presenza di sei petali avrebbe potuto confondere e indurre a pensare che gli assi fossero 6.



Scacchiera: Possiede 4 assi di simmetria. Uno verticale, uno orizzontale e due diagonali.

Con questa immagine volevo verificare se i bambini percepiscono più facilmente gli assi verticali e orizzontali di quelli obliqui.



Fiore blu: Possiede 5 assi di simmetria.

Anche in questo caso ho distribuito due versioni con l'intenzione di verificare se gli assi di simmetria vengono riconosciuti più facilmente in una figura precisa su sfondo neutro.



Stella: Se si tiene conto del colore, questa immagine non possiede alcun asse di simmetria; se si considera solo la forma, ne possiede 5.



Ruota: Se si esaminano tutti i particolari, compresi bulloni e marca, l'asse di simmetria è solamente uno.

Se si escludono questi particolari, gli assi di simmetria risultano 6.



Rosone: Gli assi di simmetria sono 10.

Questa immagine mi permetteva di osservare quali assi di simmetria i bambini percepiscono più facilmente e come si comportano se intuiscono che ce ne sono molteplici.

Inizialmente ho usato la discussione per recuperare alcuni concetti formulati nel corso delle attività precedenti, quali la possibilità che in una figura esistano più assi di simmetria, alcuni dei quali possono risultare invisibili.

Più tardi ho spiegato il nuovo compito, che consisteva nella ricerca degli assi di simmetria in alcune immagini; ho quindi consegnato ad ogni gruppo una busta contenente le 15 immagini stampate su fogli di carta quadrata o rettangolare (come nello schema sopra descritto) insieme a foglietti di carta da lucido e tre specchietti²³, invitando i bambini a scoprire l'utilità di questo materiale. Una volta trovati gli assi, ho chiesto che venissero evidenziati o tracciati con la matita. Aperta la busta, il portavoce di ogni gruppo ha diviso le immagini in modo che ogni compagno ne potesse esaminare 3 o 4. Il primo gesto che la maggior parte degli alunni ha compiuto è stato quello di piegare il foglio a metà, scoprendo in tutte le figure due assi di simmetria in quanto tutte le immagini erano stampate su foglietti di forma rettangolare o quadrata.

Alcuni bambini si sono chiesti come poter utilizzare la carta da lucido o lo specchietto ed essendomi accorta della loro difficoltà a trovare una risposta, ho ricordato che in un'attività precedente avevo piegato l'immagine di una foglia riprodotta su questo tipo di carta per verificare se la nervatura centrale della foglia era un asse di simmetria; questo perché, essendo una carta trasparente, risultava più facile controllare se anche le altre linee coincidevano. Tale suggerimento ha permesso ad alcuni alunni di capire che l'immagine poteva essere ricalcata sulla carta da lucido per poi essere piegata allo scopo di verificare la simmetria della figura; ma con

²³ Non si trattava di veri e propri specchi, ma di plastica riflettente autoadesiva che si acquista in metratura in colorifici o negozi per il bricolage. Per evitare che le immagini riflesse si deformassero, ho usato come supporto cartoncini a forma rettangolare rigidi e privi di asperità.

mio stupore alcuni chiedevano la possibilità di usare le forbici per ritagliare i bordi della singola figura. Per quanto riguardava l'uso dello specchietto non ho dato alcuna indicazione, ma ho invitato a provare, sostenendo che avrebbe reso la ricerca degli assi più facile e veloce: tre gruppi sono poi arrivati a comprendere il suo utilizzo.

Dopo circa 15 minuti di lavoro ho consegnato ad ogni gruppo una scheda con una tabella riassuntiva, chiedendo di prendere in esame una figura alla volta e riportare sul foglio il numero di assi di simmetria trovati. Non ho consegnato questa scheda all'inizio dell'attività perché volevo che i bambini lavorassero provando e correggendosi con calma, senza la fretta di dover scrivere il risultato e perché non fossero influenzati dall'ordine in cui avevo riportato le immagini.

IMMAGINE	N° ASSI DI SIMMETRIA					
	GERMANIA	ACQUA	BARCELLONA	AQUILA BIANCA	PANDINO	ITALIA
<i>Girandola</i>	2	0	0	4	0	0
<i>Fiore bianco piccolo</i>	2	0	0	1	0	0
<i>Tombino</i>	2	0	0	2	2	0
<i>Casa colorata</i>	2	0	1	2	2	1
<i>Porta</i>	1	1	1	1	2	1
<i>Piuma di pavone</i>	2	1	1	1	1	1
<i>Bandiera Italia</i>	2	2	1	2	2	1
<i>Paesaggio</i>	2	1	0	1	1	1
<i>Campo da calcio</i>	2	2	1	2	2	2
<i>Fiore bianco grande</i>	2	2	0	2	3	4
<i>Scacchiera</i>	2	4	2	2	2	4
<i>Fiore blu</i>	2	3	1	5	0	5
<i>Stella</i>	8	2	1	2	4	5
<i>Ruota</i>	2	3	1	2	4	5
<i>Rosone</i>	2	4	1	2	8	5

Osservando i dati in tabella, si possono trarre alcune considerazioni importanti su come i bambini percepiscono la simmetria.

Inizialmente tutti considerano la forma del foglio che tengono in mano: per individuare l'asse di simmetria hanno bisogno di piegarlo e verificare la sovrapposizione delle due parti. Anche quando capiscono che devono scoprire gli assi dell'immagine e non del foglio, hanno bisogno di ritagliare i contorni della figura ricalcata sulla carta da lucido.

Le linee dritte presenti nelle figure *Campo da calcio*, *Scacchiera*, *Bandiera Italia*, hanno indotto a ritenere che fossero tutti assi di simmetria, ma i bambini, dopo aver provato a piegare l'immagine lungo tali linee, si sono corretti da soli accorgendosi che le due parti piegate non coincidevano. Sembra dunque che i bambini tendano a considerare in primo luogo le linee visibili.

Alle figure è stato dato immediatamente un orientamento, a volte naturale (immagine *Porta*) altre volte condizionato dalla scritta "www.matematita.it" presente su alcune di esse (immagine *Fiore bianco grande*); in alcuni casi, poi, l'orientamento è stato frutto di puri stereotipi, come

nell'esempio del *Campo da calcio*, sempre orientato come in figura 5 e non come in figura 6.

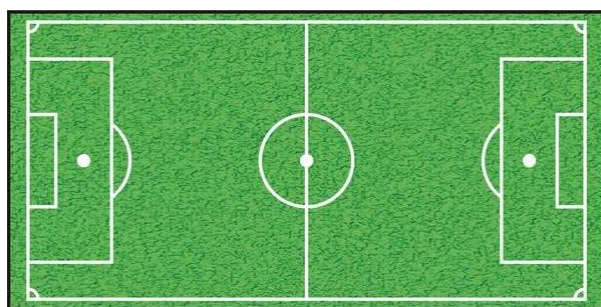


Fig.5



Fig.6

Avendo fortemente orientato le figure, i bambini hanno poi mostrato di percepire più facilmente l'asse verticale. Non solo è stato individuato senza grosse difficoltà nelle immagini *Porta* e *Piuma di pavone*, ma anche all'interno delle immagini con più assi di simmetria quelli riconosciuti come tali sono stati principalmente gli assi verticali. Per fare un esempio, nelle immagini *Rosone* e *Stella* un gruppo ha tracciato unicamente l'asse verticale.

Le immagini *Rosone* e *Scacchiera* hanno poi permesso di osservare che, dopo l'asse verticale, quello più facilmente percepito è l'asse orizzontale, seguito da quelli inclinati a 45°. Nella *Scacchiera*, tutti i gruppi hanno tracciato l'asse verticale e quello orizzontale, solo due hanno individuato anche quelli obliqui. Nel *Rosone* un gruppo ha riconosciuto unicamente quello verticale, due gruppi anche quello orizzontale e un gruppo ha aggiunto i due inclinati di 45°. Solo due gruppi hanno riconosciuto la presenza di altri assi di simmetria obliqui.

Le immagini *Bandiera* e *Stella* ci dicono che nella ricerca degli assi di simmetria i bambini non considerano il colore.

I bambini, inoltre, sembrano percepire la forma generale e non tener conto dei particolari, come l'anta nella *Casa colorata* o i bulloni nella *Ruota*. Anche nelle figure in cui gli assi di simmetria non dividono la figura in due parti esattamente coincidenti (seconda versione del *Paesaggio* o del *Fiore blu*) i bambini sembrano non tener conto delle imperfezioni. Questo non succedeva nelle attività precedenti quando, piegando la foglia lungo la nervatura centrale se le due metà non coincidevano perfettamente i bambini non riconoscevano la presenza di un asse di simmetria. Già durante l'attività con gli stampi delle arance la maggior parte dei bambini non si preoccupava se le linee che dividevano gli spicchi non si sovrapponevano esattamente; sembra dunque che il processo di astrazione continui.

L'attività è proseguita chiedendo ai diversi gruppi con quale metodo avevano lavorato per eseguire il compito. Questo momento è stato molto importante perchè attraverso la verbalizzazione i bambini sono diventati più consapevoli del loro metodo di lavoro e la condivisione di strategie ha permesso di far comprendere a tutti l'uso dello specchietto. I tre gruppi che avevano capito come usarlo hanno cercato di spiegare come, se lo specchietto veniva posizionato lungo l'asse di simmetria, permetteva di ritrovare l'immagine intera: *“Si deve mettere lo specchio sopra la metà della figura e se la figura viene uguale dall'altra parte vuol dire che è un asse di simmetria”*.

Compreso l'uso dello specchietto, ho concesso altri 10 minuti di tempo per ricontrollare tutte le immagini e registrare eventuali correzioni nella seconda colonna della scheda consegnata prima.

IMMAGINE	N° ASSI DI SIMMETRIA					
	GERMANIA	ACQUA	BARCELLONA	AQUILA BIANCA	PANDINO	ITALIA
Girandola	2	0	0	0	0	0
Fiore bianco piccolo	2	0	0	0	0	0
Tombino	2	0	0	0	1	0
Casa colorata	2	0	1	1	1	1
Porta	1	1	1	1	1	1
Piuma di pavone	2	1	1	1	1	1
Bandiera Italia	2	2	1	1	1	1

Paesaggio	2	1	0	1	1	1
Campo da calcio	2	2	1	2	2	2
Fiore bianco grande	2	1	0	0	3	4
Scacchiera	2	4	2	2	2	4
Fiore blu	2	3	1	5	0	5
Stella	8	1	1	2	4	5
Ruota	2	2	2	2	4	5
Rosone	2	4	1	2	8	10

Utilizzando lo specchietto i gruppi PANDINO, ACQUA e AQUILA BIANCA hanno fatto numerose correzioni. Se prima avevano registrato per molte figure 2 (o 4) assi di simmetria risultanti dalla piegatura del foglio a forma rettangolare (o quadrata), si sono poi accorti che tali immagini potevano non avere assi di simmetria o solamente uno. In immagini con più assi di simmetria, come *Fiore bianco* o *Stella*, registrare 1 al posto di 2 è un progresso perché i bambini si accorgono che l'asse verticale o orizzontale prima trovato con la piegatura, in realtà non esiste. Il gruppo GERMANIA, invece, non ha fatto alcuna correzione perché, nonostante sia stata spiegata l'utilità dello specchietto, ha ricontrollato piegando ancora le foto verticalmente o orizzontalmente. Nella *Stella* gli assi sono risultati 8 perché i bambini hanno piegato il foglio a forma quadrata anche diagonalmente e hanno contato tutte le 8 linee che partivano dal centro. Per la porta hanno registrano un solo asse di simmetria, ma si trattava dell'unica figura che avevo cercato di spiegare loro quando mi ero accorta del loro errore; nonostante questo suggerimento non hanno cambiato strategia.

Per concludere ho ripreso una immagine alla volta e, mostrandola alla classe, ho rivelato il numero di assi che possedeva. Alcune immagini hanno avuto bisogno di una spiegazione più dettagliata. Per far capire che la *Casa colorata* non aveva un asse di simmetria verticale, ho dovuto richiamare alla memoria i giochi svolti in palestra durante i quali avevamo scoperto che allo specchio destra e sinistra si invertono. E' un bambino a spiegare che la *Bandiera Italia* ha solo un asse di simmetria orizzontale perché "se la metti in verticale del verde si vede la bandiera del Perù e se la metti in verticale del rosso si vede la bandiera dell'Austria".

Per verificare concretamente che la *Stella* non possiede assi di simmetria se considero il colore, ho distribuito ad ogni gruppo l'immagine e uno specchietto.

4.2.7 7^a attività - Alla ricerca delle rotazioni

Con questa attività si volevano introdurre le rotazioni e l'immagine considerata più adatta a questo scopo è sembrata la *Stella*. E' stata quindi riproposta tale figura riprendendo inizialmente la questione del colore con cui si era conclusa l'attività precedente e introducendo il nuovo argomento con un aneddoto. Ho raccontato che il giorno precedente avevo posizionato un foglietto di carta da lucido sopra l'immagine *Stella* e ricalcato con il pennarello la figura quando mia madre, aprendo la porta della stanza in cui mi trovavo, aveva creato una corrente d'aria che aveva spostato il foglietto di carta da lucido: la stella disegnata, però, coincideva ancora con l'immagine originale! Ho provato quindi a ruotare il foglietto di carta da lucido e ho scoperto che si poteva posizionare in diversi modi perchè le due stelle potessero ancora sovrapporsi.

Nel raccontare questa storiella, ho tenuto con una mano l'immagine originale della stella e, con l'altra, l'immagine ricalcata mostrando alla classe come ruotando il foglio di carta da lucido, anche se i due foglietti non combaciavano più, la stella disegnata si sovrapponeva di nuovo a quella della fotografia.

I bambini hanno cercato di spiegare l'episodio in modo diverso:

P. "Io lo so perché, si è girato il foglio ma le punte sono andate sulle punte della stella sotto"

E. "Ci sono gli angoli uguali. E' dritta, ma se si gira è sempre la stessa perché gli angoli sono girati uguali"

M. "Quando la giri, però, devi girarla fino alla punta, se no non trovi la stella"

L. "Perché se la giri è sempre una stella. Può essere in tanti modi una stella"

IO "Posso quindi girare più volte per trovare sempre la stessa stella? Secondo te quante volte?"

L. "5"



Fig. 7

Intuitivamente alcuni bambini sembravano aver già compreso il concetto, ho comunque consegnato ad ogni gruppo un foglietto di carta da lucido su cui era riprodotta la stella (Fig.7). Il compito consisteva nel sovrapporre il disegno all'immagine originale e ruotare il foglietto di carta da lucido per scoprire in quanti modi si poteva posizionare perché le due stelle coincidessero. Sia su questo foglietto che sull'immagine originale, avevo disegnato una piccola freccia, perché i bambini avessero un punto di riferimento dal quale partire (e arrivare) per ruotare l'immagine disegnata.

L'insegnante accortosi che nel ruotare il foglietto di carta da lucido, tendeva a spostarsi anche l'immagine originale, mi ha suggerito di fissare quest'ultima con il *blu tack*, un adesivo

riutilizzabile che i bambini avrebbero potuto impiegare successivamente per tenere ferme le altre immagini.

Osservando il lavoro degli alunni mi sono accorta che quasi tutti, una volta decisa la direzione verso la quale ruotare, la mantenevano. Poiché in tutti i gruppi i bambini contavano mentre ancora giravano l'immagine, sorgeva la difficoltà di capire se l'ultimo giro che portava le due frecce a coincidere di nuovo andava considerato; ho quindi suggerito di ruotare, fermarsi quando le figure coincidevano e solo allora procedere nel conteggio. In questo modo non si sono più confusi perché nel momento in cui hanno visto le due frecce coincidere nuovamente hanno affermato "Basta! Questa l'abbiamo già contata!".

Per la seconda parte dell'attività ho consegnato a tutti i gruppi una busta contenente alcune immagini e foglietti di carta da lucido: il compito consisteva nel ricalcare le immagini con la matita e trovare il numero di rotazioni.

Si trattava di nove delle immagini utilizzate nell'attività precedente; non sono state ripresentate figure quali *Paesaggio*, *Rosone*, *Piuma di pavone* e *Tombino* perché difficili da ricalcare; *Rosone* e *Tombino*, inoltre, possedevano un numero troppo alto di rotazioni. L'immagine *Bandiera Italia*, figura interessante per verificare se i bambini consideravano il colore, non è stata riproposta perché tale questione emergeva con la *Girandola*.



Girandola: Non vi è alcuna rotazione che manda la figura in se stessa, ma se consideriamo unicamente la forma e non il colore ve ne sono 5.

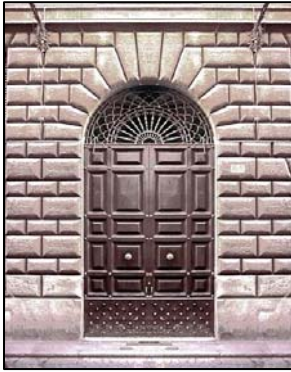


Fiore bianco piccolo: Possiede 5 rotazioni.

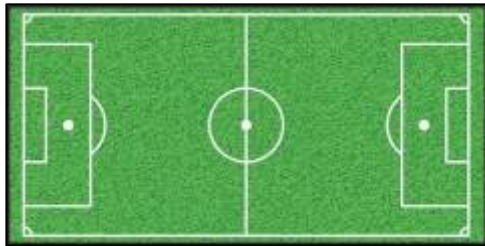
L'immagine è sfuocata e lo sfondo non è neutro.



Casa colorata: Possiede una sola rotazione.



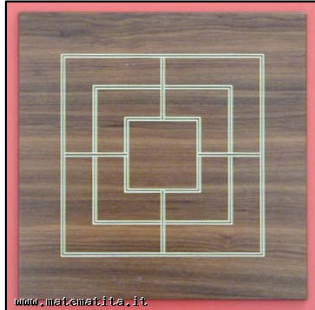
Porta: Possiede una sola rotazione.



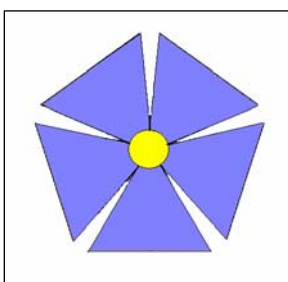
Campo da calcio: Possiede 2 rotazioni.



Fiore bianco grande: Possiede 3 rotazioni.
L'immagine non è perfetta e lo sfondo non è neutro.



Scacchiera: Possiede 4 rotazioni



Fiore blu: Possiede 5 rotazioni.
A differenza degli altri fiori, è ben delineato e su sfondo neutro.



Ruota: Possiede una rotazione se si considerano i bulloni e lo stemma, 2 rotazioni se si considerano solo i bulloni, 6 rotazioni se non si considera alcun particolare.

In ogni gruppo i bambini si sono divise le immagini che hanno iniziato immediatamente a ricalcare. Quest'ultima operazione non è stata semplice in quanto i bambini, disegnando a mano libera, non riuscivano ad essere precisi, ostacolati inoltre dal foglio di carta da lucido che tendeva a "scivolare" sopra l'immagine originale.

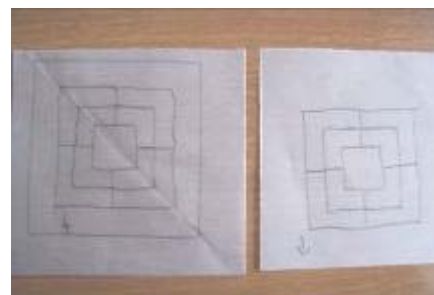


Fig.8

Osservando come i bambini svolgevano tale operazione ho notato che nessuno di loro disegnava il margine del foglio su cui appariva l'immagine fotografata: della *Ruota* disegnavano il cerchione ma non il riquadro scuro, della *Scacchiera* cinque gruppi hanno riportato solo le linee interne non considerando il contorno più esterno come appartenente all'oggetto (Fig.8).



Fig.9

Tutti hanno ricalcato esclusivamente la figura principale: il fiore e non le foglie, la porta e non i mattoni del muro.

Ogni bambino ha deciso cosa ricalcare della figura. La *Porta* è stata l'immagine riprodotta in modo più vario: c'è chi ha disegnato solo il contorno e chi ha riprodotto i minimi particolari (Fig.9).



Fig. 10

Del *Fiore bianco grande* alcuni bambini hanno ricalcato inizialmente solo il contorno, ma in un secondo momento alcuni di loro hanno delineato meglio i petali per comprendere se, durante le rotazioni, il disegno coincideva con l'immagine originale (Fig.10).

Dopo aver ricalcato tutte le figure, i bambini ne hanno presa in esame una alla volta, fissando l'immagine originale al banco con il *blu tack* e sovrapponendo quella ricalcata a matita.

Non avendo un punto di riferimento sulle figure, i bambini avevano difficoltà nel capire fino a quando dovevano ruotare l'immagine sulla carta da lucido; ho quindi interrotto il lavoro consigliando di disegnare una freccia verso il basso nella parte inferiore di entrambe le immagini: quella originale e quella ricopiata.

Alcuni gruppi si sono limitati a disegnare la freccia sulla carta da lucido consapevoli del fatto che nel momento in cui questa si ritrova rivolta verso il basso, significava che l'immagine disegnata era tornata nella posizione di partenza.

Dopo qualche tempo ho consegnato ad ogni gruppo un foglio su cui riportare il numero delle rotazioni che riconducono le figure in loro stesse, spiegando che il termine "rotazioni" indicava il

numero di volte che ruotando l'immagine-copia ottenevo che si sovrapponesse all'immagine-originale.

IMMAGINE	N° ROTAZIONI					
	GERMANIA	ACQUA	BARCELLONA	AQUILA BIANCA	PANDINO	ITALIA
Stella	5	5	5	5	5	5
Girandola	5	5 e 1	4	5	5 e 1	5
Fiore bianco piccolo	5	5	4	5	5	5
Casa colorata	2	1	1	1	1	1
Porta	1	1	1	1	1	1
Campo da calcio	2	2	2	2	2	2
Fiore bianco grande	3	3	3	6	1	2
Scacchiera	4	4	4	4	4	4
Fiore blu	5	5	5	5	5	5
Ruota	6	5	1	6	1	6

Per concludere l'attività, ho mostrato una figura alla volta rivelando alla classe il numero di rotazioni che la mandano in se stessa.

L'immagine *Girandola* ha sollevato la questione del colore che solo due gruppi hanno riconosciuto. Il portavoce del gruppo PANDINO ha cercato di spiegare il motivo per cui ha riportato in tabella due numeri: “*Se guardiamo il colore non possiamo girare la girandola e la posizione rimane una. Ma se non guardiamo il colore, allora si può girare 5 volte*”.

Anche per l'immagine *Ruota* è nata una discussione, diventata poi occasione per sottolineare che la risposta che diamo, a volte dipende da quali particolari vogliamo vedere. Tutti i gruppi hanno ricalcato i bulloni e cinque anche il simbolo della marca (Fig 11). Nel momento in cui



Fig.11

hanno ruotato il disegno, però, la maggior parte dei bambini non ha tenuto conto di questi particolari accontentandosi semplicemente della sovrapposizione del contorno del cerchione, a differenza di due bambini che sono riusciti a convincere i compagni che la rotazione fosse solo una.

C'è da aggiungere che nonostante le figure non fossero state ricalcate perfettamente, i bambini non hanno considerato le imperfezioni; anche se le due immagini non coincidevano esattamente, essi percepivano quali sovrapposizioni dovevano essere contate.

L'immagine precisa su sfondo neutro, inoltre, aiuta il riconoscimento del numero di rotazioni che mandano la figura in se stessa. Nessun gruppo ha sbagliato il numero di rotazioni presenti nell'immagine *Scacchiera* e *Campo da calcio*. Significativo è il confronto tra l'immagine *Fiore blu*, in cui tutti i gruppi hanno individuato le 5 rotazioni che lo riportano in se stesso, e l'immagine *Fiore bianco grande*; quest'ultima immagine ha creato non poche difficoltà: un gruppo ha individuato solo 1 rotazione (l'identità), un altro 2 rotazioni, un terzo addirittura 6. Mentre i primi due gruppi non hanno riconosciuto le tre rotazioni perché le due figure non coincidevano perfettamente, il terzo gruppo non ha tenuto conto della dimensione diversa dei sei petali.

4.3 DALLE IMMAGINI DEL REALE ALLE FIGURE GEOMETRICHE

4.3.1 8^a attività - La verifica con i segnali stradali

Come verifica del percorso realizzato sulla simmetria assiale e centrale, ho consegnato ad ogni bambino una scheda su cui erano riportati 9 segnali stradali. Utilizzando uno specchio e foglietti di carta da lucido, ogni alunno doveva riportare nella tabella il numero di assi di simmetria e di rotazioni relative all'immagine.

Si è scelto di utilizzare i cartelli stradali perché sono oggetti reali e conosciuti, sono adatti per una verifica sulla simmetria e, per le loro caratteristiche, offrono la possibilità di introdurre alcune figure geometriche piane la cui classificazione vuole essere il punto di arrivo dell'intero percorso.



Passaggi consentiti: ha un asse di simmetria verticale e una rotazione.



Passaggio obbligatorio a destra: l'asse di simmetria è sempre uno, ma obliquo.



Divieto d'accesso: gli assi di simmetria sono 2, uno verticale e uno orizzontale. Sono 2 anche le rotazioni.



Barriera direzionale: gli assi di simmetria sono 2, come le rotazioni (gruppo di simmetria del rettangolo).



Circolazione rotatoria: non ci sono assi di simmetria, mentre le rotazioni sono 3.



Dare la precedenza: possiede 3 assi di simmetria e 3 rotazioni (gruppo di simmetria del triangolo equilatero).



Diritto di precedenza: possiede 4 assi di simmetria e 4 rotazioni (gruppo di simmetria del quadrato).



Stop: se viene considerata la scritta, non ci sono assi di simmetria e la rotazione è una.

Se si considera solo la forma ottagonale, gli assi di simmetria sono 8 come le rotazioni (gruppo di simmetria dell'ottagono regolare).



Divieto di transito: il cerchio ha infiniti assi di simmetria e infinite rotazioni che lo riportano in se stesso.

Non si tratta di una figura semplice, ma è stata inserita per vedere come i bambini rispondono.

I bambini hanno immediatamente usato gli specchietti per cercare gli assi di simmetria e la maggior parte di loro, una volta trovati, li ha tracciati con la matita; d'istinto posizionavano lo specchietto prima verticalmente e poi orizzontalmente. Per la ricerca del numero di rotazioni, hanno ricalcato i segnali stradali sui foglietti di carta da lucido, aggiungendo la freccetta in un angolo come punto di riferimento.

Hanno lavorato individualmente, anche se molti volevano avere una conferma sul loro modo di svolgere il compito o sulla correttezza del numero che avevano riportato sulla scheda. Ho girato tra i banchi senza dare alcuna soluzione, ma suggerendo, in qualche caso, di ricontrollare alcune immagini.

Esaminando un cartello stradale alla volta, espongo qui di seguito i risultati più significativi relativi alla verifica.

- *“Passaggi consentiti” e “Divieto di accesso”*: nessun bambino ha sbagliato il numero di assi di simmetria e di rotazioni.
- *“Passaggio obbligatorio a destra”*: quattro bambini non hanno riconosciuto la presenza dell'asse di simmetria obliquo.
- *“Barriera direzionale”*: due bambini hanno individuato solamente l'asse orizzontale.
- *“Circolazione rotatoria”*: sei bambini hanno individuato e tracciato un asse di simmetria verticale, mentre gli altri hanno riconosciuto che tale figura in realtà non ne aveva. Le tre rotazioni sono state individuate da nove bambini, mentre i restanti ne hanno riportate 1 o 2.
- *“Dare la precedenza”*: soltanto due bambini hanno individuato i tre assi di simmetria, gli altri hanno riconosciuto e tracciato unicamente l'asse di simmetria verticale. Per quanto riguarda le rotazioni, quattordici bambini hanno verificato la presenza di 3 rotazioni, mentre gli altri ne hanno riportata solo 1.
- *“Diritto di precedenza”*: la maggior parte della classe ha riconosciuto 2 assi di simmetria: quello verticale e quello orizzontale; solo 6 bambini hanno individuato anche quelli obliqui, mentre due unicamente quello verticale. Le 4 rotazioni sono state individuate da sedici bambini, gli altri ne hanno riconosciute 2 o 3.
- *“Stop”*: la maggioranza della classe ha tenuto in considerazione anche la parola, indicando sulla scheda l'assenza di assi di simmetria; due bambini hanno tracciato un asse di simmetria verticale, uno ha individuato anche l'asse orizzontale, tre hanno riconosciuto e aggiunto i due inclinati a 45°. La maggior parte degli alunni ha riportato una sola possibile rotazione che riporta la figura in se stessa; alcuni bambini, però, nel ruotare, non hanno più considerato la parola “STOP” riportando chi 2, 3, 4 o 6 rotazioni. Un solo bambino ha indicato la possibilità di due casi scrivendo sulla scheda: *“Se guardo sulla forma ce ne sono 8, se guardo sulla scritta ce ne sono 2”*. (Nonostante sia errata, perché se considero la scritta è possibile una sola rotazione, l'affermazione risulta molto significativa in quanto il bambino sembra aver capito come la simmetria dipenda da ciò che si vuole vedere).
- *“Divieto di transito”*: la maggior parte degli alunni ha riconosciuto 4 assi di simmetria: uno verticale, uno orizzontale e due obliqui a 45°; cinque bambini hanno individuato solamente quello verticale e quello orizzontale; due hanno riportato il numero 0. Soltanto due bambini hanno disegnato un numero di assi di simmetria maggiore di 4 (rispettivamente 9 e 10). La maggior parte dei bambini ha riconosciuto 4 rotazioni, ma c'è anche chi ha riportato il numero 2, 3, 5, 7.

Con questa verifica si è dimostrato ancora una volta come l'asse di simmetria percepito più facilmente sia quello verticale, a seguire quello orizzontale e infine quelli inclinati a 45°; a questo proposito risultano significativi i segnali "*Passaggio obbligatorio a destra*", "*Dare precedenza*", "*Diritto di precedenza*" e "*Divieto di transito*".

Relativamente al segnale di "*Circolazione rotatoria*" la classe ha avuto difficoltà nell'individuare il numero corretto di rotazioni; penso che il motivo sia da ricondurre alle dimensioni ridotte delle tre frecce per cui i bambini hanno avuto difficoltà nel ricalcare con precisione il segnale stradale e, di conseguenza, riconoscerne le rotazioni.



In generale sono stati compiuti più errori relativamente al numero degli assi di simmetria che al numero delle rotazioni. Se per la ricerca delle rotazioni si verificava facilmente quante volte il disegno riprodotto su carta da lucido si sovrapponeva all'originale, per la ricerca degli assi di simmetria l'uso dello specchietto è apparso meno efficace perché non sempre i bambini riuscivano ad intuire o individuare la posizione corretta, soprattutto se inclinata. Questa difficoltà è stata riportata dai bambini stessi che, al termine del percorso, hanno riferito come l'attività con i segnali stradali fosse stata la più difficile, perché per trovare gli assi avevano a disposizione solo gli specchietti e non potevano piegare le immagini ("*Non potevo piegare le figure perché erano sulla scheda*").

4.3.2 9ª attività - La simmetria delle figure geometriche

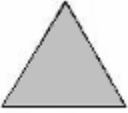



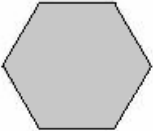
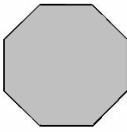
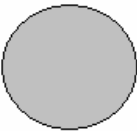
Il percorso sulla simmetria, iniziato con l'osservazione e la descrizione di oggetti reali e proseguito con la ricerca di assi di simmetria e rotazioni in immagini, si è concluso con la classificazione delle figure geometriche in base al proprio gruppo di simmetria. Dal concreto alle immagini del reale; dalle immagini del reale all'astrattezza delle figure geometriche: questi i due passaggi secondo cui il percorso si è sviluppato.

Per quest'ultima attività ho consegnato ad ogni gruppo una busta contenente alcune figure geometriche di carta, due specchietti e carta da lucido. Il compito, ormai ben conosciuto, consisteva nel trovare il numero di assi di simmetria e di rotazioni di tali figure e riportare le risposte su una scheda. E' stato inoltre richiesto di denominare le figure, assicurando i bambini sul fatto che non era un problema se non ne conoscevano il nome.

I bambini si sono divisi immediatamente i compiti: chi ricalcava le immagini sulla carta da lucido con la matita e in seguito controllava il numero di rotazioni e chi, invece, cercava gli assi di simmetria unicamente usando lo specchietto: nessuno ha pensato di piegare la forma geometrica di carta.

FIGURA GEOMETRICA	N° ASSI DI SIMMETRIA						N° ROTAZIONI					
	A	B	C	D	E	F	A	B	C	D	E	F
	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

²⁴ Gruppo A: AQUILA BIANCA; Gruppo B: PANDINO; Gruppo C: ACQUA; Gruppo D: ITALIA; Gruppo E: GERMANIA; Gruppo F: BARCELLONA.

	3	3	1	1	1	1	3	3	3	3	1	3
	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2
	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	2	2	4	4	2	4	4	4	4	3	4	4
	4	4	4	3	6	6	5	4	3	6	6	6
	6	4	4	8	8	4	6	6	8	7	8	8
	2	4	8	10	4	4	2	4	8	10	4	4

Osservando i dati in tabella è possibile fare alcune considerazioni relative alla percezione della simmetria.

Emerge nuovamente la difficoltà di porre lo specchio in posizione inclinata. Significativi sono i dati relativi al triangolo equilatero, dove la maggior parte dei gruppi ha individuato solo l'asse di simmetria verticale, e al quadrato, figura geometrica in cui la metà dei gruppi ha riconosciuto l'asse verticale e orizzontale. (Fig.12)

In figure quali l'esagono, l'ottagono e il cerchio, metà della classe non riesce a riconoscere più di 4 assi di simmetria. Sembra che per i bambini sia già un grande risultato aver trovato due assi obliqui oltre a quelli verticale e orizzontale.

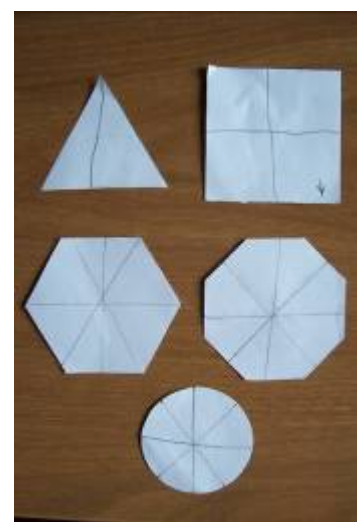


Fig.12

Sono curiosi i risultati relativi al cerchio, in quanto ogni gruppo ha riportato lo stesso numero di assi di simmetria e di rotazioni.

Gli errori relativi al numero di rotazioni sono inferiori a quelli relativi al numero di assi di simmetria. Personalmente ritengo che i primi siano dettati dalla fretta e dalla disattenzione: i bambini, ruotando velocemente la figura disegnata sulla carta da lucido, “saltano” qualche posizione ed è sufficiente suggerire loro di riprovare più lentamente e con attenzione perché si correggano da soli. Gli errori relativi agli assi di simmetria sono invece dettati da una reale difficoltà di percepire gli assi obliqui: se consiglio loro di provare a posizionare lo specchietto in altri modi, la difficoltà rimane. Non è un caso, infatti, che i gruppi, relativamente agli assi di simmetria, riportino lo stesso numero sbagliato, mentre c'è più varietà tra i risultati errati relativi al numero di rotazioni.

Infine, per quanto riguarda la denominazione delle figure geometriche, tutti i gruppi hanno attribuito il nome giusto a figure quali il rettangolo, il quadrato e il cerchio. Tre gruppi hanno riconosciuto come triangolo unicamente quello equilatero. Due gruppi hanno chiamato triangolo anche quello isoscele, definendolo “*triangolo grande*” per differenziarlo dal triangolo equilatero denominato “*triangolo piccolo*” (pur non essendo di fatto più piccolo). Solo un gruppo ha riconosciuto tutte e tre le figure come “*triangoli*”, ma ha sentito la necessità di distinguere il triangolo equilatero da quello scaleno e isoscele chiamandolo “*triangolino*”. Un gruppo ha riconosciuto e attribuito il nome giusto anche all'esagono e all'ottagono.

Al termine del lavoro di gruppo ho ripreso una figura geometrica alla volta e, prima di affrontare la sua simmetria, ne ho rivelato il nome. Significativo è stato l'intervento di una bambina che, dopo aver ascoltato la spiegazione relativa alla differenza fra i tre triangoli, ha definito quello equilatero come il “*triangolo normale*”. Questo intervento e il fatto che tre gruppi abbiano riconosciuto come triangolo solamente quello equilatero, mi fa pensare che la normalità sia, per i bambini, nella regolarità geometrica.

Successivamente mentre rivelavo il numero di assi di simmetria e di rotazioni di ogni figura, il portavoce di ogni gruppo correggeva con un pastello rosso i numeri sbagliati riportati sulla scheda. Del triangolo equilatero, del quadrato, dell'esagono e dell'ottagono ho ritenuto opportuno riprodurre la figura alla lavagna evidenziando con il gesso rosso gli assi di simmetria. Ciò che ha creato maggior stupore e incredulità, è stato scoprire che il cerchio aveva un numero infinito di assi di simmetria e di rotazioni, tanto che le correzioni alle risposte relative a tale figura sono state le più varie: “*Sono troppi, non possiamo contarli*”, “*1000000000000000*”, “*Tanti*”, “*Infinito*”.

L'attività si è conclusa con la richiesta di osservare e confrontare le cifre riportate indicanti il numero di assi di simmetria e di rotazioni di ogni figura geometrica. Lo scopo era giungere alla regola secondo la quale, nel caso ci siano assi di simmetria, le rotazioni sono tante quante gli assi.

IO "Notate qualcosa di particolare se confrontate i numeri di assi di simmetria e di rotazioni?"

T. "Sulla scheda saltano fuori numeri tipo 33, 22, 11"

IO "Dobbiamo però tenere separate le due cifre, perché una indica il numero di assi di simmetria, l'altro quello delle rotazioni. Quindi possiamo dire che se osserviamo il numero di assi di simmetria di alcune figure come il triangolo equilatero, il quadrato o il rettangolo scopriamo che..."

D. "E' uguale!"

IO "A cosa?"

D. "Al numero di rotazioni!"

IO "In quali figure accade questo?"

L. "In due triangoli, nel rettangolo, nel quadrato, nell'esagono, nell'ottagono, nel cerchio."

IO "Avete visto in quante figure? E nelle altre?"

D. "Non ci sono assi di simmetria"

IO "E se non ci sono assi di simmetria, le rotazioni quante sono?"

N. "Una"

IO "Una nel primo triangolo. E nel parallelogramma?"

N. "Due!"

IO "Allora cosa possiamo dire?"

M. "Qualche volta gli assi di simmetria sono uguali alle rotazioni, qualche volta no"

G. "Le rotazioni e gli assi di simmetria delle volte sono uguali"

IO "Se ci sono assi di simmetria, allora possiamo dire che ..."

G. "Il numero delle rotazioni è uguale a quello degli assi di simmetria!"

IO "E le figure che non hanno assi di simmetria..."

L. "Possono avere delle rotazioni"

IO "Quante?"

L. "Non si sa"

IO "Vi ricordate la stella? Se consideravamo il colore quanti assi di simmetria aveva?"

TUTTI "Nessuno!"

IO "E rotazioni? Vi ricordate quante volte potevamo girare la stella disegnata?"

TUTTI "Cinque!"

IO "La stella non aveva assi, ma le rotazioni erano 5! Il triangolo scaleno non ha assi di simmetria, ma una rotazione! Il parallelogramma non ha assi di simmetria ma 2 rotazioni. Quindi nelle figure senza assi di simmetria, le rotazioni ..."

TUTTI "Possono essere diverse!"

IO "Se le figure hanno assi di simmetria, le rotazioni sono tante quante gli assi, mentre le figure che non hanno assi di simmetria possono avere una o più rotazioni"

4.4 DALLE FIGURE GEOMETRICHE ALLA REALTA'

Al termine dell'ultima attività mi sono permessa di porre alla classe alcune domande relative al percorso svolto insieme. I bambini mi sono sembrati molto contenti e soddisfatti di ciò che erano riusciti a fare. Tutte le attività sono state ricordate e la maggior parte di loro ha affermato di essersi particolarmente divertita la prima volta, quando dovevano descrivermi la foglia e la mezza arancia, e durante la ricerca degli assi di simmetria nelle immagini.

Dalla discussione sono emersi sia la difficoltà della ricerca degli assi di simmetria con lo specchietto che il bisogno di manipolare le immagini per poterne scoprire le simmetrie.

Relativamente al lavoro di gruppo, i bambini sono stati entusiasti e alcune loro affermazioni (*"E' stato bello perché abbiamo lavorato insieme"*, *"Insieme ci siamo aiutati e non abbiamo più fatto alcuni errori"*, *"Io e R. cercavamo le rotazioni e S. e E. cercavano gli assi di simmetria"*, *"Se qualcuno diceva un'altra cosa poi la ricontrollavamo insieme"*) mi hanno permesso di verificare che tale metodo non solo ha favorito l'apprendimento ma è diventato una vera e propria occasione educativa.

Vorrei però terminare questo capitolo con il breve dialogo che ha concluso la mia esperienza con la classe. Da queste parole ho compreso, con mio grande stupore, che i bambini avevano proseguito il percorso da soli riconoscendo il concetto geometrico nella loro esperienza quotidiana.

IO "C'è qualcuno che guardandosi intorno ha scoperto degli assi di simmetria?"

N. "C'era un asse di simmetria nella busta con dentro le immagini che ci davi! L'ho trovato perché l'ho piegata!"

L. "La mia faccia!"

R. "Il mio criceto!"

IO "E dove ha l'asse di simmetria?"

R. "Ne ha uno lungo tutto il corpo"

L. "Il fiocco di neve che c'è sul libro rosso e ne ha tanti!"

IO "E quanti ne ha?"

L. prende il libro rosso "Aspetta che li conto"

M. "La lavagna! Ne ha due!"

T. "Io guardo gli altri cartelli stradali"

M. "Nella gomma da cancellare ce ne sono due!"

L. "Sei! il fiocco di neve ne ha sei!"

CONCLUSIONI

Osservando la realtà che ho intorno, mi sono accorta di quanto siano numerosi gli spunti per raccontare la matematica: essa è nell'arte, nell'architettura, nella natura e, pur riguardando strutture astratte e profonde quanto si vuole, non si può considerarla una disciplina per pochi intimi.

Dal momento che tutte le attività del percorso hanno richiesto un lungo lavoro di preparazione e reperimento dei rispettivi materiali, c'è stata una fase di ricerca della matematica nella quotidianità. Dover riconoscere e raccogliere immagini simmetriche ha trasformato il mio rapporto con l'ambiente, attraverso un processo di decodificazione che mi ha portato ad osservare dettagli dell'ambiente naturale, cittadino e domestico, giudicati privi d'interesse fino a ieri. Da qui il mio desiderio che anche per i bambini il percorso fosse occasione per vedere l'invisibile e per vivere la ricerca matematica non con rigidità e severità, ma con creatività, intuizione, invenzione e fantasia.

Il percorso di tirocinio è stato impostato per insegnare la simmetria con un approccio operativo, in particolare attraverso la manipolazione; nonostante questa impostazione, i bambini hanno evidenziato una necessità di agire sugli oggetti, sulle immagini e sulle figure geometriche addirittura superiore alle mie aspettative. Nelle attività di ricerca di simmetrie si è fatto ricorso a tecniche di costruzione del sapere diverse tra loro. Come abbiamo visto nella 3^a e nella 4^a attività, la piegatura si è rivelata la tecnica più efficace per scoprire assi di simmetria, perché offriva la possibilità di verificare concretamente la sovrapposizione delle due parti. Il metodo dello specchietto, invece, non ha dato i risultati attesi: il suo uso presume che i bambini percepiscano in anticipo la presenza di assi di simmetria. Resta comunque da verificare se lasciare lo specchio agli alunni per un tempo più esteso avrebbe sortito gli effetti sperati; il metodo dello specchio potrebbe tuttavia rivelarsi efficace in caso di applicazione a bambini di età superiore (9-10 anni). Per la ricerca delle rotazioni (7^a attività), l'uso della carta trasparente su cui ricalcare l'immagine da ruotare si è rivelato un metodo valido, contro ogni mia aspettativa. Infatti nei primi incontri avevo potuto osservare nei bambini una grande attenzione per i dettagli che ha portato loro a lunghe discussioni laddove c'erano anche minime differenze di sovrapposizione. Nelle attività sulle rotazioni era necessario che i bambini ricalcassero a mano libera alcune immagini e questo avrebbe sicuramente portato a imprecisioni con cui i bambini si sarebbero poi scontrati. Ma così non è stato: gli alunni hanno considerato progressivamente sempre meno le piccole imperfezioni, evidenziando probabilmente un primo avvio del processo

di astrazione. Se all'inizio i bambini avevano difficoltà ad usare il concetto di simmetria in foglie dove le due parti divise dalla nervatura centrale non coincidevano perfettamente, a poco a poco essi hanno superato tale ostacolo e le piegature e le rotazioni per verificare la presenza di simmetrie sono risultate sempre più rapide e svincolate dalla ricerca di una assoluta precisione.

Dal punto di vista metodologico ho sperimentato la difficoltà di gestire la discussione in grande gruppo. Non credo si tratti solamente di un problema legato all'età dei bambini, ritengo che l'insegnante debba anche possedere una approfondita conoscenza matematica nel momento in cui desidera affrontare argomenti secondo questa modalità. Non si tratta infatti di una lezione frontale in cui l'insegnante spiega e ha il controllo della situazione: nel momento in cui si rendono gli alunni soggetti attivi e costruttori delle proprie conoscenze, occorre avere padronanza dell'argomento che si sta affrontando, per essere in grado di gestire gli interventi opportuni e inadeguati e, nello stesso tempo, offrire giusti stimoli per superare eventuali momenti di *empasse* o di distrazione.

Anche le attività nelle quali i problemi vengono affrontati e risolti in piccoli gruppi richiedono una grande preparazione dell'insegnante. Si tratta di un'altra situazione dove i bambini intervengono e agiscono in modi non sempre prevedibili, così da richiedere un intervento immediato, mirato e significativo dell'insegnante. Durante la 4^a attività, ad esempio, alcuni bambini hanno iniziato a piegare lo stampo dell'arancia sovrapponendo le piegature per cercare lo spicchio più piccolo e contando un asse di simmetria per ogni piegatura. Il metodo non era adatto per trovare il numero giusto di assi di simmetria, e ho quindi dovuto suggerire di riaprire lo stampo per contare gli assi che, grazie alle piegature, risultavano ben evidenti. Questo è solo un esempio di come sia importante conoscere la matematica per poter correggere gli alunni e rendere significative alcune scoperte autonome degli alunni. L'azione eseguita, infatti, era molto interessante per l'idea matematica soggiacente (il modulo più piccolo che si ripete all'interno della figura) ed era opportuno spingere i bambini ad approfondirla guidandoli nella giusta direzione. Il riconoscimento del modulo che si ripete, come l'intuizione emersa in attività successive che per esserci delle rotazioni gli angoli debbano essere uguali, è prova del fatto che i bambini mettono in pratica idee matematiche inconsapevolmente; l'insegnante è chiamato a riconoscere tali idee per riprenderle e valorizzarle nel momento più opportuno.

Quanto alla modalità di percezione, lo svolgimento del lavoro qui presentato mi ha consentito di ricavare utili considerazioni. In base ad alcune domande su come i bambini percepiscono la simmetria, ho scelto accuratamente le immagini su cui far lavorare gli alunni e, in seguito, ho analizzato le risposte alle attività proposte. Come sostengono diverse ricerche in campo psicologico, i bambini percepiscono più facilmente l'asse verticale e in seguito quello

orizzontale; difficilmente invece riconoscono assi obliqui. Questo mi induce a valutare il lavoro proposto ancora più importante perché, lavorando con oggetti concreti prima e immagini del reale poi, sono stati presentati casi di simmetria diversi, per evitare che i bambini si abituassero alla sola simmetria verticale. Sui libri di testo, infatti, il modo in cui la simmetria viene presentata rischia di far giungere i bambini a concetti ristretti e insufficienti, perché i modelli utilizzati non sono in grado di rappresentare completamente il concetto. Osservare e manipolare immagini ha permesso ai bambini di costruirsi un'idea più ampia e più corrispondente al concetto geometrico. La percezione, infatti, non si esaurisce in una semplice impressione visiva, ma è un processo attivo di costruzione individuale, facilitato, nel percorso da me seguito, dall'elevata varietà di modelli da manipolare.

Il lavoro con le immagini ha permesso inoltre di verificare come i bambini, quando sono alla ricerca della simmetria, non considerano il colore, mentre i particolari perdono importanza con il proseguire delle attività, molto probabilmente come conseguenza del processo di astrazione.

Le immagini con le quali si voleva andare ad indagare l'attenzione dei bambini per il colore o i particolari, hanno aperto una questione più grande: la simmetria può esistere o meno in base a ciò che si decide di vedere. Mentre all'inizio i bambini riconoscevano la simmetria solo in figure perfettamente simmetriche, progressivamente hanno iniziato a percepirla anche in immagini reali non sempre precise e all'interno di un contesto non neutro (nonostante la costruzione di un concetto sempre più astratto, in ogni caso le figure geometricamente regolari su sfondo neutro risultano più facili e generano minori incertezze).

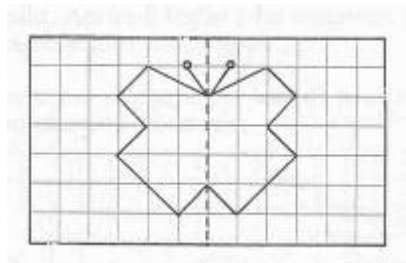
Un elemento interessante è inaspettatamente emerso nel corso delle attività: le linee dritte presenti in alcune immagini confondevano i bambini, per i quali era difficile ignorarle senza considerarle assi di simmetria già tracciati; questo è un punto su cui forse una attività futura potrebbe rivolgersi.

Le considerazioni appena esposte vorrebbero essere utili per chi ha intenzione di riproporre un percorso didattico sulla simmetria sfruttando le immagini. Conoscere meglio la percezione della simmetria nei bambini di 2^a elementare può aiutare l'insegnante nella progettazione del percorso e a valutarne più realisticamente i risultati.

Al termine dell'esperienza posso affermare che dare al percorso caratteri di dinamicità e di circolarità sia stata la scelta più opportuna. Passando dalla realtà all'immagine del reale e da questa alle figure geometriche, si è cercato di accompagnare il processo di astrazione. Tale processo dall'osservazione e dalla manipolazione di un oggetto ha portato progressivamente alla comprensione di un concetto matematico attraverso il quale, poi, gli alunni sono tornati a leggere la realtà. Il contatto con il reale è quindi un aspetto del percorso che certamente riproporrei,

perché partire dalla realtà ha significato seguire l'essere umano nel suo "apprendere"; egli vede, tocca e soppesa gli oggetti tridimensionali prima di farsi l'idea dell'esistenza di astratte figure bidimensionali; far ritorno alla realtà, poi, ha significato verificare la costruzione e la comprensione del concetto di simmetria.

La molteplice varietà delle immagini presentate è un altro elemento di grande importanza, perché ha dato un respiro più ampio al concetto e ha reso l'esperienza ricca di nuove conoscenze. I bambini non hanno identificato la simmetria solamente con un disegno di una farfalla spigolosa divisa da una linea verticale, ma hanno "toccato con mano" che



esistono immagini simmetriche e asimmetriche, che la simmetria può essere assiale o centrale, che gli assi di simmetria possono essere "tracciati" o "invisibili" e il loro numero può variare da uno a infiniti. Ed è proprio stata questa possibilità di "toccare con mano" oggetti concreti, immagini, forme di carta che ha permesso ai bambini di iniziare il processo di astrazione e di costruzione del concetto di simmetria. Aver capito questo, d'altro canto, ha permesso di evidenziare anche le prove da non ripetere o da rielaborare, come ad esempio la prova di verifica individuale sui segnali stradali, che è risultata l'attività più difficile in quanto i bambini non avevano la possibilità di muovere e piegare le immagini. Il manipolare non è soltanto un'opportunità per facilitare la costruzione del concetto, ma una esigenza da parte dei bambini (e forse non solo dei bambini), che devono verificare concretamente la simmetria per attribuire tale definizione ad una immagine; se dovessi riproporre questo percorso, quindi, strutturerei la prova di verifica in modo da dare la possibilità di manipolare le immagini. Nell'elencazione delle cose da correggere è giusto sottolineare che alcune attività del percorso avrebbero richiesto più tempo: i limiti di tempo mi hanno portato ad eliminare alcune idee relative all'attività di costruzione di immagini simmetriche e, in particolare, a non dedicare abbastanza tempo al momento conclusivo di discussione e correzione. Spesso mi sono limitata a riportare le risposte giuste senza lasciare il tempo ai diversi gruppi di verificare concretamente gli errori commessi, cosa che avrebbe portato ad una comprensione più profonda e a una riduzione del rischio di ripetere l'errore. Inoltre, avere più tempo a disposizione, avrebbe permesso ai bambini di manipolare maggiormente le immagini e, forse, di scoprire gli assi di simmetria obliqui.

Dal punto di vista metodologico ritengo molto positivo aver diviso la classe in piccoli gruppi; questa metodologia ha coinvolto maggiormente gli alunni rispetto alla lezione frontale e alla gestione dell'intero gruppo classe, consentendo ai bambini di trovare la soluzione ai problemi e costruire il loro sapere insieme. Promuovere il lavoro di gruppo di tipo cooperativo ha significato

porre l'accento sull'aspetto sociale e interpersonale del processo di apprendimento: l'interazione con gli altri, compagni e insegnanti, porta i bambini ad esplicitare i propri percorsi mentali, ad adeguare le proprie concezioni e a strutturare nuove conoscenze.

Lavorare in gruppo ha inoltre permesso ai bambini di esercitarsi nel riconoscere e rispettare le regole, risolvere conflitti all'interno del gruppo di lavoro, attivare atteggiamenti di ascolto e modalità relazionali positive nei confronti degli altri, impegnarsi in forme di competizione costruttiva, superare forme di egocentrismo e praticare atteggiamenti di apertura, rispetto reciproco, accettazione e solidarietà. In tutti i gruppi ho notato una collaborazione e una interazione positiva; solamente in due, e limitatamente ad alcune situazioni, è emerso un predominio da parte di alcuni studenti e un disimpegno da parte di altri. Nei piccoli gruppi, come rilevano diverse ricerche, c'è una tendenza a sviluppare gerarchie in cui alcuni membri sono più attivi e influenti di altri. Coloro che si erano reputati meno esperti e hanno giocato un ruolo passivo hanno imparato poco dall'esperienza. Di questo mi sono accorta solo al momento della verifica; se avessi svolto un lavoro individuale prima della verifica avrei forse potuto identificare la presenza di eventuali incertezze o incomprensioni.

Sia nel lavoro a gruppi che nei momenti di discussione al termine delle singole attività, è stata sollecitata negli alunni la verbalizzazione dei percorsi mentali seguiti, dei metodi utilizzati e dei risultati ottenuti, non solo per verificare il sapere costruito, ma anche per incoraggiarli a conoscersi meglio nel modo di apprendere.

Diversi studi hanno dimostrato, e questa mia esperienza lo conferma, come la percezione della simmetria non sia sempre facile. Ritengo, quindi, che una buona pratica didattica, oltre ad offrire un vario repertorio di immagini, debba adottare un approccio operativo. Le isometrie affrontate sono infatti state introdotte con definizioni operative per una acquisizione dei concetti a livello informale, fondamentale per una formalizzazione successiva.

Perché questa mia riflessione non chiuda ma apra una nuova ricerca, vorrei concludere con una domanda: "I risultati sulla percezione della simmetria ottenuti nelle attività svolte possono dipendere dall'età dei bambini?"

Personalmente mi riservo di rispondere in un futuro da insegnante. Per il momento posso affermare che questa esperienza è stata positiva per tutti quelli che vi hanno partecipato: per i bambini, che sono stati protagonisti di un percorso di apprendimento che ha parlato loro di geometria, arte, comunicazione, natura e quotidianità; per le insegnanti, che hanno scoperto un diverso modo di presentare il concetto di simmetria e approfondito la conoscenza dei loro alunni; per me, infine, che ho sperimentato la fatica di gestire una classe, il sostegno prezioso delle insegnanti, lo stupore della scoperta matematica nei bambini.

BIBLIOGRAFIA

ALBANESE O. (a cura di), *Disabilità, integrazione e formazione degli insegnanti. Esperienze e riflessioni*, Edizioni Junior, Bergamo 2006.

BELLINGERI P., DEDO' M., DI SIENO S., TURRINI C. (a cura di), *Il ritmo delle forme. Itinerario matematico (e non) nel mondo della simmetria*, Ed Mimesis, Milano 2001.

BERTOLINI M., CAZZOLA M., DEDO' M., DI SIENO S., FRIGERIO E., LUMINATI D., POLDI G., RAMPICHINI M., TAMANINI I., TODESCO G.M., TURRINI C. (a cura di), *Matemilano. Percorsi matematici in città*, Springer-Verlag, Milano 2004.

BOLONDI G., *Metodologia e didattica: il laboratorio*, da "Rassegna", Periodico quadrimestrale dell'Istituto Pedagogico provinciale per il gruppo linguistico italiano della Provincia Autonoma di Bolzano, Anno XIV, n.29, aprile 2006, p.59-63.

BORNSTEIN M.H., LAMB M.E., *Lo sviluppo percettivo, cognitivo e linguistico*, Raffaello Cortina Editore, Milano 1992.

BOSCOLO P., *Psicologia dell'apprendimento scolastico. Aspetti cognitivi e motivazionali*, UTET Libreria, Torino 1997.

BRUNER J., *Verso una teoria dell'istruzione*, Armando editore, Roma 1967.

CAMAIONI L. (a cura di), *Manuale di psicologia dello sviluppo*, il Mulino, Bologna 1993.

COHEN E., *Organizzare i gruppi cooperativi. Ruoli, funzioni, attività*, Erickson, Trento 1999.

DARKEY J.M., GLUCKSBERG S., KINCHLA R.A., ANOLLI L. (a cura di), *Fondamenti di psicologia*, Il Mulino, Bologna 1998.

DEWEY J., *Esperienza e educazione*, La Nuova Italia, Firenze 1949.

ERTMER P.A., SMITH MACKLIN A., "Editors' introduction: building and serving a Problem-based Learning Community", in: *The Interdisciplinary Journal of Problem-based Learning*, n.1, vol.1, 2006. Reperibile presso il sito : <http://docs.lib.purdue.edu/ijpbl/vol1/iss1/2>.

GENOVESE L., KANIZSA S. (a cura di), *Manuale della gestione della classe nella scuola dell'obbligo*, Franco Angeli, Milano 1998.

GOMBRICH E.H., *Il senso dell'ordine*, Einaudi, Torino 1984.

HMELO-SILVER C.E., BARROWS H.S., "Goals and Strategies of a Problem-based Learning Facilitator", in: *The Interdisciplinary Journal of Problem-based Learning*, n.1, vol.1, 2006. Reperibile presso il sito: <http://docs.lib.purdue.edu/ijpbl/vol1/iss1/4>.

JOHNSON D.W., JOHNSON R.T., *Apprendimento cooperativo in classe: migliorare il clima emotivo e il rendimento*, Erickson, Trento 2004.

- LEGRENZI P. (a cura di), *Storia della psicologia*, Il Mulino, Bologna 1998.
- MARTINELLI M., *In gruppo si impara. Apprendimento cooperativo e personalizzazione dei processi didattici*, Società Editrice Internazionale, Torino 2004.
- NEGRI S.C., *Il lavoro di gruppo nella didattica*, Carocci, Roma 2005.
- NINIO J., *La science des illusions*, Odile Jacob, 1998.
- PIAGET J., *Avviamento al calcolo*, La Nuova Italia, Firenze 1956.
- PIAGET J., *Dove va l'educazione*, Armando Editore, Roma 1974.
- PIAGET J., INHELDER B., *La psicologia del bambino*, Piccola Biblioteca Einaudi, Torino 1970.
- PIAGET J., INHELDER B., SZEMISKA, *La geometria spontanea del bambino*, Giunti Barbera.
- ROH KYEONG HA, "Apprendimento basato sui problemi in Matematica", in: ERIC Digest, *Clearinghouse for Science, Mathematics and Environmental Education*, Aprile 2003. Una traduzione in italiano di Chiara Trapasso si può trovare sul sito: <http://www.quadernoaquadretti.it>.
- ROOKES P., WILLSON J., *La percezione*, Il Mulino, Bologna 2002.
- SAVERY J.R., "Overview of Problem-based Learning: definition and distinction", in: *The Interdisciplinary Journal of Problem-based Learning*, n.1, vol.1, 2006. Reperibile presso il sito : <http://docs.lib.purdue.edu/ijpbl/vol1/iss1/3>.
- SEMPIO O.L., *Vygotskij, Piaget, Bruner*, Raffaello Cortina Editore, Milano 1998.
- VANINI P., *Il metodo Feuerstein. Una strada per lo sviluppo del pensiero*, I.R.R.S.A.E. EMILIA ROMAGNA, Bologna 2001.
- VARISCO B.M., *Costruttivismo socio-culturale. Genesi filosofiche, sviluppi psico-pedagogici, applicazioni didattiche*, Carocci, Roma 2004.
- VEGETTI M.S., *L'apprendimento cooperativo. Concetti e contesti*, Carocci, Roma 2004.
- VIANELLO R., TORTELLO M., *Esperienze di apprendimento cooperativo*, Edizioni Junior, Bergamo 2005.
- VYGOTSKIJ L., *Pensiero e linguaggio*, Universitaria G.Barbera, Firenze 1966.

SITI DI RIFERIMENTO

<http://www.matematita.it>: Progetto "Immagini per la matematica".