RIFLESSIONI SULL'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA E IN PARTICOLARE DELLA GEOMETRIA

Di Alfio Grasso

Sono un insegnante di matematica in pensione dal 1999 e, all'inizio di quest'anno scolastico, desidero sottoporre ai colleghi docenti di questa disciplina nelle scuole medie superiori alcune considerazioni che, mi auguro, possano favorire un dibattito sull'aspetto metodologico-diattico dell'insegnamento della nostra materia.
Per ciò ho ritenuto possa essere interessante prendere le mosse dal

Resoconto del professore Vinicio Villani, del Convegno internazionale di Cagliari del 31-10-1981, sul tema:
"Metodiche attuali nell'insegnamento della Geometria nell'arco di studi pre-universitari".

Sulla metodologia da seguire nell'insegnamento della matematica, vi è un consenso pressoché generale sui punti seguenti:

- Le nozioni matematiche (siano esse definizioni, assiomi, simboli, teoremi o costruzioni di qualunque tipo) non vanno imposte dall'alto, in modo puramente formalistico e acritico; occorre motivarle in base alle conoscenze precedenti degli allievi e in funzione delle utilizzazioni future che se ne intendono fare. Ove possibile, si coinvolgeranno gli alunni stessi nella costruzione delle nozioni matematiche, guidandoli a formulare definizioni, a fare congetture e a dimostrarne la validità o a trovare contro esempi, a riscontrare analogie strutturali, ecc.
- Vanno rispettati i ritmi naturali di apprendimento dei giovani; ciò implica la necessità di un insegnamento ciclico, a "spirale", ritornando sui medesimi argomenti in momenti successivi, con approfondimenti via via maggiori e da punti di vista man mano più elevati, senza ricorrere ad astrazioni premature ma al tempo stesso senza disperdersi in analisi troppo minuziose di situazioni particolari e prive di successivi sviluppi.
- *La strutturazione delle conoscenze in teorie organiche deve essere l'obiettivo finale di tutta l'attività didattica, ma non ne può costituire in alcun modo il punto di partenza.*

Dopo queste premesse, affrontiamo la questione principale, che più direttamente riguarda il tema specifico di questa esposizione: "quale dovrebbe essere il ruolo della geometria nel contesto di un insegnamento autenticamente rinnovato della matematica"? La risposta è riassunta in cinque punti, che riflettono nella sostanza le opinioni di larga parte dei matematici che si sono occupati del problema nei congressi internazionali dal 1950.

a) Di geometria ne va insegnata parecchia, a tutti i livelli di scolarità; senz'altro più di quanto si usa insegnarne attualmente. Va rivalutato particolarmente lo studio della geometria nello spazio, dato il ruolo fondamentale che una corretta visione spaziale svolge nei più diversi campi della matematica e delle sue applicazioni.
b) Occorre distinguere vari stadi di apprendimento degli allievi, e quindi varie forme di presentazione delle nozioni geometriche. I diversi stadi non vanno visti però come compartimenti stagni, staccati fra loro; in ogni stadio si devono riprendere e rielaborare le nozioni del livello precedente e preparare il terreno agli sviluppi previsti nello stadio successivo.
c) Nella fase intermedia fra l'insegnamento "sperimentale" e l'insegnamento razionale degli ultimi anni della scuola secondaria superiore occorre prevedere uno stadio di avvio al metodo della deduzione logica. Poiché l'assiomatica di Euclide–Hilbert è troppo complessa (ventuno assiomi!) e quella vettoriale di Dieudonné troppo astratta, ci si limiterà in questo stadio a familiarizzare gli allievi col metodo ipotetico-deduttivo su parti circoscritte (ma significative) della geometria, senza la preoccupazione di costruire un sistema di assiomi globale.
d) Una possibile sequenza degli stadi è la seguente (le indicazioni sulle età sono solo orientative e dipendono anche dall'impostazione del corso di studi cui ci si riferisce):

I.	Sperimentale e grafico	6-12	anni circa
II.	Deduttivo in senso locale	13-15	anni circa
III.	Sistemazione razionale	16-17	anni circa
IV.	Geometria vettoriale	18-19	anni circa
V.	Ripensamento critico sul significato della geometria	" "	" "

e) Non esistono scorciatoie che permettano di saltare senza gravi inconvenienti alcuno di questi stadi. Pertanto il tempo da dedicare all'insegnamento della geometria non può essere ridotto; anzi va aumentato, tagliando altri rami secchi dei programmi.

Qualche commento

Sul punto a). Dopo la crisi che ha investito l'insegnamento della matematica negli ultimi decenni, tutti hanno dovuto costatare ancora una volta che la geometria rappresenta una fonte inesauribile e insostituibile di suggestioni intuitive, di esempi, di esercizi, di problemi, di modi di pensare e di esprimersi, di modelli e di teorie matematiche.

Il punto b) esprime una verità ovvia, che però nella pratica dell'insegnamento è spesso ignorata: troppe volte il docente di un nuovo ciclo di studi enuncia pomposamente l'idiozia secondo cui gli allievi farebbero bene a "dimenticare" tutto quello che hanno appreso nel ciclo precedente, per consentire (a lui, naturalmente) di ricostruire l'edificio dalle fondamenta! Quanto più utile e didatticamente efficace sarebbe se quel docente accertasse con domande informali - così i giovani saranno meno intimiditi - le conoscenze già possedute dagli allievi e traesse spunto dalle risposte generiche, o ingenue, o errate, per motivare esigenze di precisione, di generalità, di rigore, del "suo" insegnamento!

L'aspetto indubbiamente più innovativo di queste proposte è il punto c).

L'idea di rinunciare alla presentazione di un'assiomatica globale per gli allievi che si avvicinano per la prima volta al metodo ipotetico-deduttivo non è nuova, ma ha preso nuovo vigore negli ultimi trent'anni a seguito del fallimento, in questa fascia di età, sia dell'insegnamento tradizionale euclideo-hilbertiano, sia di quello vettoriale di stampo "modernista". I vantaggi del metodo di "deduzione locale" sono innegabili: si assumono come vere alcune proposizioni che tutti gli allievi sono disposti ad ammettere, sia perché le ritengono "evidenti", sia perché ne hanno una qualche conoscenza dal ciclo precedente, e se ne deducono conseguenze che "evidenti" non sono. In questa fase ciò che conta è far capire agli allievi che ci si basa sempre su determinati presupposti (gli assiomi della teoria) e che ragionando, riflettendo su essi se ne possono ricavare, con deduzioni puramente logiche, delle conseguenze, la cui validità dipende unicamente dalla validità delle premesse e non da eventuali verifiche sperimentali o da nuovi ricorsi all'intuizione (ricordo che *teorema* significa proprio "riflessione", "meditazione"). Avendo rinunziato a un'assiomatica globale, si riesce ad arrivare assai più in fretta alla dimostrazione di risultati interessanti e non banali, giustificando così sul piano psicologico la potenza e la bontà del metodo deduttivo. In quest'ottica l'insegnante deve possedere un'assiomatica sottostante semplice, dagli assiomi forti – tali cioè da consentire sin dall'inizio un rapido accesso a teoremi interessanti e non immediati – ma intuitivi in quanto traducono proprietà dello spazio che ci circonda facili a verificarsi (a esempio l'Assiomatica a base metrica esposta da Choquet nel volume *L'enseignemet de la géométrie* del 1964 e le cui linee fondamentali aveva proposto al seminario internazionale di Royaumont in Francia nel 1959). Solo dopo un'attività preliminare di questo tipo, negli anni successivi, sarà naturale porre il problema della ricerca di un sistema globale e non ridondante di assiomi per tutta la geometria. Va da sé che non sarà necessario rifare tutta la geometria secondo l'impostazione assiomatica scelta, ma basterà illustrare su qualche esempio significativo come ciò sia possibile.

La sequenza degli stadi elencati nel punto d) rispecchia sostanzialmente le idee espresse dalla maggioranza dei matematici nei congressi internazionali dedicati all'educazione matematica. Tuttavia è opportuno ribadire ancora una volta che non si tratta di una suddivisione rigida; molto dipende anche dalla struttura del sistema scolastico in cui ci si trova a operare. Non è neppure detto che gli ultimi due stadi debbano essere sviluppati a fondo in tutte le scuole secondarie superiori. Inoltre è inteso che in ogni stadio si possono usare liberamente tutti gli strumenti giudicati adeguati agli scopi che ci si prefigge di raggiungere. A esempio, si potranno alternare ragionamenti di tipo sintetico con ragionamenti numerici o algebrici e ricorrere tutte le volte che lo riterrà opportuno all'uso di sistemi di coordinate. Non è escluso quindi che si parli di vettori geometrici anche prima dello stadio dedicato appositamente alla "geometria vettoriale". La novità che il quarto stadio vuole rappresentare rispetto agli stadi precedenti sta nel passaggio da in'assiomatica essenzialmente geometrica a quella dell'algebra lineare. Ma, a differenza di ciò che propone Dieudonné, secondo questo schema l'algebra lineare costituisce lo sbocco e la generalizzazione naturale di tutta una serie di attività geometriche, non un loro semplice surrogato.

L'eventuale stadio di "ripensamento sul significato della geometria" è strettamente connesso allo stadio precedente. Una volta compresa la convenzionalità dei sistemi di assiomi e la possibilità di sostituirne uno con un altro equivalente senza con ciò alterare la teoria che si sta esaminando, si faranno riflettere gli allievi sulla possibilità di costruire anche sistemi di assiomi tra loro non equivalenti; se si avrà tempo sufficiente a disposizione, sarà stimolante parlare delle geometrie non-euclidee, delle geometrie finite, ecc.

Il punto e) rappresenta lo scoglio più difficile da superare. Caduta l'illusione "modernista" di poter saltare impunemente gli stadi intermedi, passando direttamente dallo stadio sperimentale-grafico a quello della "geometria vettoriale", non resta altra soluzione che cercare altrove il tempo necessario per svolgere organicamente tutto il programma di geometria.

Per esempio, con riferimento ai programmi dei licei classici e scientifici, nell'ultimo anno dei primi e nel quarto anno dei secondi sono previsti argomenti di goniometria e trigonometria. Sarebbe opportuno sfrondarli significativamente e

inserirli in un appropriato contesto geometrico preferibilmente sotto forma vettoriale, stabilendo così un naturale collegamento con le prime nozioni di algebra lineare.
Altri argomenti da ridurre notevolmente sono i *radicali* e i *logaritmi,* chiaramente nell'eccessivo tecnicismo del calcolo e non dal punto di vista concettuale, delle proprietà, che evidenziano l'isomorfismo tra la struttura moltiplicativa e quella additiva dei numeri reali. Questo risparmio di tempo potrebbe consentire una trattazione più ampia della geometria cartesiana del piano (e forse dello spazio) in vista, a esempio di semplici ma interessanti problemi di programmazione lineare che ne evidenzino le applicazioni in campo economico.
Un'ultima considerazione. I patiti del rigore ci potranno rimproverare per alcuni passaggi logici basati "troppo disinvoltamente" su questi assiomi sottintesi. Sono possibili due tipi di risposte, che s'integrano a vicenda:

1. Anche nei testi più "sistematici" per le scuole secondarie, a un certo punto l'autore stesso, e a maggior ragione l'insegnante che lo spiega e l'allievo che lo usa, si scordano dell'assiomatica contenuta nel capitolo iniziale e fanno ricorso all'evidenza intuitiva, mascherata da circonlocuzioni del tipo: "si vede facilmente che …", " è ovvio che …", e così via.
2. Proprio l'avere omesso l'elenco iniziale completo degli assiomi ci ha consentito di non "bruciare l'interesse" per l'argomento. Abbiamo potuto quindi tornare su questo stesso tema nel seguito del corso, riprendendo e approfondendo i vari aspetti dell'assiomatica man mano che se ne presentava l'occasione.

Il professor Villani è stato docente di Geometria e Didattica della Matematica nelle Università di Genova e di Pisa. Presidente dell'UMI da 1982 al 1988. E' autore di testi universitari e di molti articoli sulla didattica della matematica.
Una conferma degli orientamenti metodologico-didattici contenuti nel resoconto del Prof. Villani si può trovare a esempio nella rivista "Archimede", Gennaio-Marzo 1991, nell'articolo dell'ispettore Vincenzo Vita.

***

Alle precedenti considerazioni, interessanti per le suggestioni e le riflessioni che propongono, mi permetto di affiancare qualche mia più modesta osservazione, frutto della personale esperienza d'insegnante.
Innanzitutto, la quasi totalità dei testi scolastici di matematica onnicomprensivi presenta all'inizio o la teoria degli insiemi (in cui spesso si trascura l'importanza dell'aspetto linguistico e concettuale), o la riproposizione delle operazioni nei vari insiemi numerici e le relative proprietà (poca importanza si dà alle *relazioni fra numeri* e *alle loro proprietà*). La geometria è presentata molto dopo, come se fosse meno importante, figlia di un Dio minore. Peraltro l'introduzione degli assiomi non è in genere preceduta da un ampio ventaglio di esempi dai quali si evidenzi che l'assunzione di proprietà accettate, condivise, non appartenga esclusivamente al campo scientifico ma ai procedimenti di costruzione della conoscenza. Manca inoltre una contestualizzazione storico-critica approfondita, anche nei testi di sola geometria.
In relazione al commento del punto **a)** ‹‹ la geometria rappresenta una fonte inesauribile e insostituibile di suggestioni intuitive, di esempi, di esercizi, di problemi, di modi di pensare e di esprimersi, di modelli e di teorie matematiche››, vorrei mettere in rilievo che esso evidenzia un fondamentale aspetto didattico, quello dell'*insegnamento per problemi* che stimola *i modi di pensare e di esprimersi*, cioè favorisce la scoperta di proprietà da parte dei giovani e la proprietà di linguaggio nella loro esposizione. A ciò va ad affiancarsi in modo efficace la parte del punto **e)** in cui si afferma a chiare lettere di *ridurre notevolmente l'eccessivo tecnicismo del calcolo*. Invece, in genere, sin dall'inizio del primo anno *s'infliggono* – come diceva Lucio Lombardo-Radice – le famigerate"espressioni" (spesso molte, troppe e troppo complicate) e non si evidenzia che per risolverle, brevi o lunghe che siano, si **possono e devono** applicare **solo** le poche proprietà delle operazioni che sarebbe opportuno approfondire. Esse invero, assieme alle proprietà di eguaglianze e diseguaglianze e ai principi di equivalenza di equazioni e disequazioni formano la spina dorsale dell'algebra (in tutto sono circa venti, come gli assiomi di Hilbert).
Il termine matematica, di origine greca, significa etimologicamente, "conoscenza", "apprendimento". Mi sembra quindi opportuno far notare che i punti precedenti da **b)** a **e)** sono in perfetta sintonia con il pensiero di Jean Piaget (1896-1980), considerato il fondatore dell'epistemologia genetica, ovvero dello studio sperimentale delle strutture e dei processi cognitivi legati alla costruzione della conoscenza nel corso dello sviluppo. Egli individua vari stadi in questa evoluzione e il raggiungimento dello stadio delle "operazioni logico-formali", si verifica fra i dodici e i quindici anni. Con esso **compare** (cioè comincia a manifestarsi) la *potenzialità* di elaborare un pensiero sistematico, incentrato sulla formulazione di ipotesi e sulla deduzione non immediatamente legate all'esperienza e alla verifica concreta. Parafrasando la massima di **Linneo** "Natura non facit saltus" - ‹‹La Natura procede per gradi›› - il concetto che sta alla base degli studi di Piaget, si può esprimere così: ‹‹La capacità di astrazione si raggiunge per gradi››.

In relazione poi alle ultime considerazioni sul "rigore" in geometria desidererei sottolineare una *stranezza*, uno *strabismo didattico*. Se il rigore – da cui l'impostazione assiomatica - è l'aspetto più importante della matematica, perché né i libri di testo né gli insegnanti propongono, un impianto assiomatico dei numeri naturali e la conseguente introduzione dei numeri razionali assoluti e razionali relativi? O, in alternativa, perché non indicano come assiomi dell'aritmetica le proprietà delle operazioni? Non oso immaginare lo shock dei ragazzi: lo stesso avviene in geometria.
Inoltre, a esempio, come mai nel trattare la probabilità non s'introduce *subito* l'assiomatica di Kolmogoroff?
Ancora qualche considerazione sul rigore.
Euclide negli Elementi distingue i *postulati* – le proprietà fondamentali caratteristiche della disciplina - dalle *nozioni comuni* - assiomi logici, che non si riferiscono solo alla geometria - che enuncia esplicitamente. Non si trova traccia di assiomi logici nei testi di geometria, né in premessa né ovviamente nelle dimostrazioni. Volendo essere rigorosi si dovrebbe premettere a tutti gli argomenti, in maniera approfondita, logica degli enunciati, logica dei predicati, regole d'inferenza! Con ciò sarebbe superato il sovraffollamento delle classi per…..*moria da logicite acuta*!
Inoltre, sempre negli stessi testi, si trovano definizioni o enunciati di teoremi non coerenti con definizioni già date o proprietà prima dimostrate, come nei seguenti esempi:

<u>Definizione</u>
Si chiama distanza di un punto da una retta il segmento di perpendicolare condotta dal punto alla retta.
La distanza è un **numero non negativo** che dà la misura del segmento rispetto a un segmento unitario prefissato, *non è un segmento*. E, che gli allievi e forse non solo loro non si rendano conto della differenza dei due concetti, è testimoniato dal fatto che, in "geometria analitica" non li disturbi che la distanza fra due punti, cioè la lunghezza di un segmento, è un **numero non negativo** che si ottiene con la nota formula.

<u>Teorema</u>
La somma degli angoli interni di un poligono di n lati è uguale a n-2 angoli piatti.
Poiché l'angolo nelle definizioni correnti è comunque un sottoinsieme del piano, come fa l'unione di più sottoinsiemi del piano a formare un insieme – quello di n-2 angoli piatti – che in genere conterrebbe come sottoinsieme stretto il piano? (Se n=9, la somma sarebbe sette angoli piatti e, dato che due angoli piatti costituirebbero un piano, risulterebbe tre piani e mezzo: tre piani più mansarda!).

Il problema evidenziato risiede nel fatto che spesso si confonde l'angolo con la sua misura: quest'ultima è un **numero**, non un sottoinsieme di punti del piano o quant'altro. La confusione nasce dal fatto che, contrariamente all'insieme dei segmenti, l'insieme degli angoli **non è archimedeo**, cioè **non è vero che**: *assegnati due angoli, esiste un multiplo di uno maggiore dell'altro*.

Molti altri esempi si trovano sia nella rivista "Archimede", Aprile-Giugno 1991, autore V. Villani, sia sull'Organo della Mathesis "Periodico di matematiche", Gennaio-Giugno 1997, autore M. Arezzo del Dipartimento di Matematica dell'Università di Genova.
Sia chiaro che, per quanto concerne gli errori nei libri o negli articoli, nessuno è senza peccato. Ciò non toglie che il rigore non può significare solo l'arida esposizione di assiomi e non una maggiore attenzione a concetti, definizioni, ecc.

Un'ultima considerazione relativa al commento del punto c) di pagina due. Viene in esso affermato che "l'insegnante deve possedere un'assiomatica sottostante semplice, dagli assiomi forti – tali cioè da consentire sin dall'inizio un rapido accesso a teoremi interessanti e non immediati – ma intuitivi in quanto traducono proprietà dello spazio che ci circonda facili a verificarsi (a esempio <u>l'Assiomatica a base metrica</u> esposta da **Choquet** nel volume *L'enseignemet de la géométrie* del 1964 e le cui linee fondamentali aveva proposto al seminario internazionale di Royaumont in Francia nel 1959)". Espongo, solo come piccolo contributo alle comuni riflessioni, alcune ragioni per cui potrebbe essere interessante un'assiomatica (sottintesa) come quella indicata.

I nuovi indirizzi metodologici che traducono in forma didattica le suggestive e innovative idee esposte da Klein nel "Programma di Erlagen" (1872), sono emersi a livello internazionale già dal 1932 con i lavori di Birkchoff, Mac_Lane, Papy, Bachmann, Choquet, Krygowska, Morin, Lombardo-Radice e Mancini Proia, Prodi. **(**Krygowska, Prodi, Lombardo-Radice e Mancini Proia utilizzano nei loro testi, con qualche variante, l'assiomatica a base metrica di Choquet. Quelli che seguono sono alcuni dei motivi più importanti che mi hanno suggerito di privilegiare l'uso delle trasformazioni e l'assiomatica di Choquet, inizialmente sottintesa, nello studio della geometria, sin dal 1975 (Nella quasi totalità dei libri di testo le trasformazioni, in particolare isometrie, omotetie sono presentate dopo avere svolto la geometria in modo tradizionale e diventano così una incomprensibile sovrastruttura).

1. L'impostazione tradizionale pone l'accento su situazioni "locali" e su singole figure delle quali studia alcune proprietà, con metodi ingegnosi ma legati alle situazioni specifiche, quindi non estensibili automaticamente allo studio e alla classificazione di figure di tipo più generale (La geometria euclidea. Con le trasformazioni invece è coinvolto tutto l'ambiente in cui si opera (piano o spazio), e l'attenzione si sposta dalle "figure" alle loro "proprietà". Ciò permette una maggiore generalità, sistematicità e unitarietà di metodi per lo studio e la classificazione delle figure.
2. Il nuovo assetto logico-deduttivo, che utilizza sistematicamente le trasformazioni geometriche – sia come strumento euristico sia dimostrativo - propone un numero ridotto di assiomi semplici, intuitivi e forti, cioè che traducono familiari proprietà dello spazio che ci circonda facili a verificarsi e tali da fornire un rapido accesso anche a proprietà non immediate.
3. Altro punto di forza delle trasformazioni risiede nel fatto che esse forniscono interessanti esempi di strutture di gruppo, in cui *non vale la proprietà commutativa,* contrariamente a quanto si verifica per gli insiemi numerici. Inoltre esse offrono esempi di sottogruppi abeliani e non. La suddetta struttura è ricca d'interessanti e inaspettate conseguenze e applicazioni – dalla cristallografia allo studio delle forze e delle proprietà delle particelle all'interno del nucleo atomico - e favorirà nel seguito degli studi, l'introduzione degli spazi vettoriali che costituiscono la base di larga parte degli studi di fisica , ingegneria ed economia. Ancora, le trasformazioni geometriche permettono di svolgere dimostrazioni "analitiche" in geometria.
4. Ulteriore elemento qualificante consiste nel fatto che nelle trasformazioni geometriche è fondamentale la ricerca dell'*invariante* che è uno degli strumenti basilari dell'indagine scientifica e non; in Fisica ad esempio molte leggi fondamentali sono leggi di conservazione, cioè di invarianza. Inoltre, la ricerca degli invarianti stimola i procedimenti euristici che sono fondamentali per l'apprendimento, per la conoscenza.
5. E ancora, lo studio delle proprietà che rimangono costanti permette di ampliare gli insiemi in cui si opera, passando dal gruppo **I** delle isometrie al gruppo **S** delle similitudini, $\mathbf{I} \subset \mathbf{S}$, al gruppo **A** delle affinità, $\mathbf{I} \subset \mathbf{S} \subset \mathbf{A}$, al gruppo **P** delle proiettività, $\mathbf{I} \subset \mathbf{S} \subset \mathbf{A} \subset \mathbf{P}$, così come per gli insiemi numerici $N \subset Z \subset Q \subset R$, evidenziando in tale modo una maggiore unitarietà nello studio della matematica (sarebbe più corretto dire che **N** è isomorfo a $\mathbf{Z}^+ \subset \mathbf{Z}$; posto poi $\mathbf{Q_1}=\{\forall q_1 \in Q : q_1 = q/1\} \subset \mathbf{Q}$, **Z** è isomorfo a $\mathbf{Q_1}$, e così di seguito. **Z, Q** ed **R** sono gruppi abeliani rispetto all'addizione e $\mathbf{Q_0}$ ed $\mathbf{R_0}$ lo sono rispetto alla moltiplicazione).
6. Infine, ma non per ultimo, altro elemento significativo dell'uso delle trasformazioni geometriche e della nuova impostazione assiomatica sta nella possibilità di utilizzare rapidamente i suggestivi e potenti metodi della geometria analitica la cui importanza nel mondo moderno è evidente ed indiscutibile.

Alle riflessioni precedenti mi sembra opportuno aggiungere un'ultima osservazione che deriva da un'amara ma oggettiva realtà che si è rilevata soprattutto negli ultimi dieci anni.
Come segnalato nel resoconto, già nel 1981 i matematici lamentavano il ridotto ruolo della geometria. Da allora negli istituti medi superiori il suo peso è stato colpevolmente ridotto e sta diventando "infinitesimo"; ciò influenza negativamente alcuni argomenti successivi, soprattutto la *geometria analitica*. Dei suoi due geniali architetti Pierre Fermat (magistrato e matematico per diletto!) e Cartesio (René Descartes), il secondo affermava che essa *aveva coniugato la geometria degli antichi , i greci* (Eudosso, Euclide, Archimede, Apollonio), *e l'algebra dei moderni, gli italiani* (Del Ferro, Tartaglia, Cardano, Ferrari, Bombelli). Il "dubbioso metodico" René starà "cogitando": come fanno gli italiani del XXI secolo a svolgere bene la *geometria analitica* adesso che l'algebra è rimasta… vedova della geometria? Come affrontano lo scritto di "Algebra lineare e geometria" di primo anno delle facoltà di Matematica, Fisica, Informatica e Ingegneria, dato che metà dei quesiti contenuti si riferiscono alla geometria?

Pro memoria.
Quest'anno ricorre il bicentenario della nascita di Evariste Galois (1811-1832), supernova della matematica, il cui contributo decisivo alla *teoria dei gruppi* ha dato inizio all'algebra moderna - l'algebra astratta - e ha donato alle scienze un potentissimo strumento d'indagine. Sarebbe opportuno che la scuola italiana mettesse in rilievo l'importanza
della sua teoria in un insegnamento che è stato proposto come "epocalmente" innovativo.
Il giovanissimo Evariste, mentre frequentava l'*Ecole Normale* (o preparatoria), precorrendo di oltre un secolo un punto nodale dell'insegnamento della matematica scriveva: ‹‹Fino a quando i poveri ragazzi saranno obbligati ad ascoltare o a ripetere tutto il giorno? Quando si lascerà loro il tempo per meditare questo ammasso di conoscenze…? Si fa in modo che il ragionamento divenga per loro una seconda memoria?››

Nella speranza che le considerazioni esposte possano essere un contributo a riflessioni proficue per il lavoro che li aspetta, porgo a tutti i colleghi cordiali saluti e auguri per la loro attività: con i tagli…ehm scusate i tempi che corrono ne hanno proprio bisogno.

Alfio Grasso

Giarre (CT) 17/10/2011

P.S.
I destinatari istituzionali cui indirizzare le riflessioni precedenti sarebbero i redattori dei programmi di matematica per le scuole medie superiori e delle relative direttive ministeriali. Ma a leggere i programmi sembra che non conoscono, o forse non condividono, l'orientamento sulla didattica della matematica che va dagli anni del resoconto su esposto a oggi.