

SIS Torino a.a. 2004-2005

Tesi di matematica
Classe di abilitazione A049

Introduzione alla logica
con l'ausilio di un foglio elettronico

Supervisore: prof. Pierluigi Pezzini
Relatore: Mannini Bruno

LA CLASSE

La classe in cui ho effettuato il mio intervento didattico è una prima classe di liceo scientifico con programma sperimentale di scienze.

La classe è composta di 28 alunni, 12 femmine e 16 maschi; non è una classe particolarmente brillante, ma nemmeno scadente, con alcuni casi di studenti problematici.

Alcuni episodi verificatisi durante l'anno avevano creato un clima un po' teso; ad esempio, una studentessa, che già aveva una situazione personale non semplice, ha avuto uno scontro con una sua insegnante (non la tutor), la quale aveva casualmente letto brani di un suo diario personale, e questo episodio ha innescato una serie di provvedimenti nei confronti della studentessa che aveva reagito con veemenza.

L'approccio con la classe si presentava perciò non del tutto agevole, e la tutor mi aveva subito raccomandato di non lasciarmi sopraffare da alcuni elementi che temeva avrebbero potuto tentare di disturbarmi durante la lezione.

La tutor, però, non ha mai avuto particolari difficoltà durante le attività didattiche, nonostante gli avvertimenti che mi ha rivolto, e quindi mi sono sentito fiducioso di poter riuscire a coinvolgere i ragazzi, anche se l'argomento scelto per l'intervento (un'introduzione alla logica) non è fra quelli di più immediata comprensione, e può risultare un po' "tecnico".

Durante lo svolgimento dell'intervento, ad ogni modo, sono stato molto soddisfatto nel constatare che la classe era attenta, nessuno si è mai (o quasi) distratto, i miei discorsi sono stati seguiti con piacere e gli interventi sono arrivati spesso senza neanche bisogno di sollecitarli. Credo che di questo la tutor sia stata contenta.

Il libro di testo adottato in questa classe è:

Claudio Cremaschi, *Matematica per problemi*, Zanichelli, vol.I

Questo libro non è di facile utilizzo; gli argomenti sono trattati in maniera molto chiara e stimolante, con percorsi didattici veramente interessanti, ma l'ordine di presentazione non è affatto lineare, e credo che per un utilizzo proficuo la guida dell'insegnante sia necessaria.

Le numerose schede di lavoro e i percorsi didattici del libro di testo evitano agli studenti di dedicare troppo tempo alla scrittura di appunti, che pure vengono presi, permettendo loro di focalizzarsi sui concetti in discussione.

L'INTERVENTO DIDATTICO

Premessa

La tutor, durante il primo incontro preliminare che abbiamo avuto, mi ha proposto di fare un intervento didattico che mi è subito sembrato abbastanza impegnativo, anche se molto interessante, e cioè un'introduzione alla logica che includesse l'uso di strumenti informatici, e in particolare un foglio elettronico.

Ho iniziato, quindi, a raccogliere materiale per preparare una proposta di intervento; il mio supervisore mi ha procurato alcuni testi da leggere, sull'uso didattico di Excel e sulla didattica della logica, e sulla base di quelli e di altri testi che ho reperito ho iniziato il lavoro.

In aggiunta ai libri di testo ho ritenuto che fosse necessario, per l'impostazione suggerita dal tutor, poter usare il laboratorio di informatica della scuola, ma anche predisporre una serie di materiali attraverso i quali rendere più "suggestiva" la presentazione di una materia che altrimenti può rivelarsi troppo astratta, soprattutto in una prima classe.

Ho quindi cercato un approccio concreto agli argomenti che volevo spiegare "materializzando" i concetti attraverso una serie di oggetti, da me costruiti.
Argomento astratto, approccio concreto.

L'interazione con il tutor è stata molto soddisfacente; durante i miei interventi ha ascoltato quello che dicevo dal fondo della classe, dove in genere ha preso posto, o comunque da una posizione defilata, aggiungendo di tanto in tanto qualche riferimento ad attività da lei svolte in precedenza, perché i ragazzi effettuassero i necessari collegamenti, secondo gli accordi che avevamo preso.

Prerequisiti

La logica studia il corretto ragionare, e quindi è trasversale a tutti gli altri argomenti studiati. Questo punto di vista è condiviso anche dalla mia tutor, che ha inserito la logica o i concetti ad essa collegati in quasi tutti i moduli in cui si articola la programmazione annuale della classe, oltre a dedicarne un modulo in cui viene trattata più specificamente, insieme alla geometria.

Non sono richiesti, pertanto, particolari prerequisiti per la sua trattazione, mentre qualunque conoscenza pregressa può fornire materiali da analizzare con gli strumenti della logica, attraverso i quali è possibile raggiungere un maggior grado di chiarezza e comprensione dei concetti.

Contenuti dell'intervento
<ul style="list-style-type: none">• Frasi generiche, proposizioni ben formate e figure di ragionamento (schemi logici)• Proposizioni vere, false e indecidibili• Disgiunzione, congiunzione e negazione• Operatori logici binari e unari (con riferimento al punto precedente)• Tavole di verità di proposizioni composte• Funzioni logiche di un foglio elettronico

Obiettivi specifici	
Conoscenze	Abilità
Proposizioni vere, false e indecidibili	Distinguere proposizioni elementari e operatori logici in proposizioni composte e costruire proposizioni composte a partire da operatori logici e proposizioni elementari
Proposizioni elementari e composte	
Operatori logici e notazione	
Tavole di verità delle proposizioni composte	Saper costruire la tavola di verità di una proposizione composta
Sintassi delle funzioni logiche di un foglio elettronico	Saper usare un foglio elettronico per costruire tavole di verità
Competenze	
<ul style="list-style-type: none"> • Leggere, utilizzare e interpretare correttamente le notazioni del linguaggio della logica e le relative formalizzazioni. • Riconoscere gli schemi di ragionamento corretti e i principali errori di ragionamento. • Analizzare e discutere semplici casi, testi e situazioni, individuando conclusioni logicamente corrette. 	

Obiettivi formativi generali
<ul style="list-style-type: none"> • Comprendere l'importanza della logica in ambito scientifico e in generale nella cultura • Sviluppare le capacità di generalizzazione e astrazione • Sviluppare le capacità di analisi e sintesi • Sviluppare la creatività degli studenti • Migliorare l'uso del linguaggio

Metodi e materiali

Ho scelto la forma della lezione frontale partecipata, durante la quale gli studenti venivano coinvolti individualmente nella discussione.

I materiali didattici usati durante la lezione sono riportati nell'appendice.

Il laboratorio di informatica che abbiamo usato, uno dei tre presenti nella scuola, è dotato di 15 computer in rete, uno dei quali agisce da server ed è a disposizione del docente.

Un software per la didattica in rete permette al docente di bloccare i computer degli studenti e inviare loro l'immagine del desktop della macchina sulla quale sta lavorando; una volta mostrate le operazioni che gli studenti devono fare si possono sbloccare le loro macchine per permettere che eseguano il compito richiesto.

Ho usato questo sistema per illustrare ai ragazzi l'uso delle funzioni logiche del foglio elettronico.

Nel laboratorio di informatica ho diviso gli studenti in gruppi di due persone, in modo che ogni gruppo disponesse di un computer.

SCHEMA DELL'INTERVENTO DIDATTICO

Ore	Contenuti	Attività	Metodologia	Luogo
1	<ul style="list-style-type: none"> • Vero, falso, indecidibile • Ragionamenti e figure di ragionamento 	<ul style="list-style-type: none"> •Cartoncini con numeri e lettere •Cartoncino indecidibile 	Lezione partecipata, lavoro in piccoli gruppi	Aula
1	<ul style="list-style-type: none"> • Connettivi logici (e, o) • Proposizioni elementari e composte • Tavole di verità 	Scrigni di Porzia	Lezione partecipata, lavoro in piccoli gruppi	Aula
1	<ul style="list-style-type: none"> • Connettivi logici (non) • Connettivi logici e foglio elettronico 	L'isola dei cavalieri, dei furfanti e dei normali	Lezione partecipata, lavoro in piccoli gruppi	Aula
1	Correzione degli esercizi assegnati per casa e discussione	Attività sul libro di testo: discussione di un brano, letture varie	Lezione partecipata, lavoro in piccoli gruppi	Aula
1	Costruzione di tavole di verità con il foglio elettronico	Esercizi assegnati	Lavoro in piccoli gruppi	Laboratorio di informatica
1	Verifica			Aula
1	Consegna e correzione verifica			Aula

L'INTERVENTO DIDATTICO

Lezione 1 – Introduzione

Vero e falso: proposizioni

Ho iniziato chiedendo agli studenti come si stabilisce se un'affermazione è vera o falsa.

Per esempio, si può dire che “Luigi ha gli occhi azzurri” è un'affermazione di cui, con una verifica diretta, si può stabilire se è vera o è falsa.

Più complesso è decidere se “Tutti i cigni sono bianchi” è vera o falsa, perché si dovrebbero controllare tutti i cigni esistenti e quelli futuri. In questo caso sembra che ci dovremo accontentare di un certo grado di fiducia nella verità della frase, se risulterà confermata (corroborata) in molti casi, ma basterà un solo cigno nero, o di un altro colore, per farcela considerare sicuramente falsa.

In ogni caso di entrambe le frasi si può, in linea di principio, dire se sono false o vere; entrambe si dicono, per questo motivo, proposizioni.

Invece di frasi come le seguenti:

Come va?

Vieni qui

Una notte a Venezia

non ha senso chiedersi se sono vere o false: non sono proposizioni.

Ho affermato che avremmo considerato soltanto proposizioni, e non qualunque frase possibile.

Altri esempi sono stati interpretati correttamente dagli studenti.

Ragionamenti e figure di ragionamento

Ho proposto il seguente ragionamento, chiedendo se fosse corretto:

Se la benzina finisce, l'automobile si ferma

La benzina non è finita

dunque

L'automobile non si ferma

Gli studenti hanno subito notato che questo ragionamento non è valido, perché l'automobile può fermarsi anche se la benzina non finisce.

Ho chiamato le prime due proposizioni *premesse*, l'ultima *conclusione*; in questo caso la conclusione non si può ricavare dalle premesse, e quindi il ragionamento è falso.

Ho modificato di poco la struttura del ragionamento precedente:

Se la benzina finisce, l'automobile si ferma

L'automobile non si ferma

dunque

La benzina non è finita

E tutti sono sembrati d'accordo sul fatto che così è valido, perché se l'automobile non si ferma, allora senz'altro la benzina non è finita.

Ma se la macchina si trova su una discesa non si ferma anche se non ha finito la benzina, ho fatto notare; quindi il ragionamento precedente è sbagliato?

Ho detto loro che la conclusione deriva da entrambe le premesse, e accettando la prima abbiamo considerato vero che se la benzina finisce allora la macchina si ferma certamente; questo ha destato qualche perplessità, inizialmente, ma insieme alla tutor siamo riusciti a spiegarlo, perché alla fine i ragazzi hanno detto di aver capito.

Per capire quale sia la differenza tra i due, ho indicato con la lettera A la proposizione “la benzina finisce” e con la lettera B la proposizione “l'automobile si ferma”; allora la proposizione “l'automobile non si ferma” potrà essere indicata con “non A” e “la benzina non è finita” con “non B”.

In questo modo i due ragionamenti si trasformano nelle due *figure di ragionamento* seguenti:

Se A, allora B

Non A

dunque

Non B

Se A, allora B

Non B

dunque

Non A

Con qualche altro esempio (suggerito dagli studenti) ho fatto notare che la prima figura sembra essere sempre falsa e la seconda sempre vera, qualunque coppia di proposizioni si sostituiscano alle lettere A e B.

In generale ho detto loro che una figura di ragionamento deve essere considerata non valida nel caso in cui entrambe le premesse risultino vere ma da esse derivi una conclusione falsa.

La figura è, invece, valida se da premesse entrambe vere deriva sempre una conclusione vera.

Se, invece, una o entrambe le premesse sono false, il fatto che la conclusione lo sia o non lo sia non ci permette di dire se la figura è valida oppure no.

Attività con gli studenti

A questo punto ho ritenuto opportuno interrompere la lezione frontale, sia pure partecipata, e iniziare qualche attività nella quale gli studenti fossero impegnati più direttamente.

Prima attività

Ho fatto vedere agli studenti 10 cartoncini sui quali sono scritte da un lato delle lettere e dall'altro dei numeri.

Ho costruito i cartoncini in questo modo:

- i numeri dietro le vocali sono tutti multipli di 7, mentre nessuno di quelli dietro le consonanti lo è;
- i numeri dietro le consonanti sono tutti primi, e nessuno di quelli dietro le vocali lo è;
- i numeri dietro le consonanti sono tutti dispari, ma anche qualcuno di quelli dietro le vocali lo è;
- i numeri dietro le consonanti sono della forma $3n+1$, ma anche il $49=3 \times 16+1$, dietro la O, lo è.

Esistono dunque caratteristiche che permettono di separare i cartoncini delle vocali da quelli delle consonanti senza ambiguità ed altre che invece riguardano le une e le altre.

Ho mostrato quattro cartoncini sui quali si legge:



Ho affermato che esiste una regola per questi cartoncini: dietro ogni consonante c'è un numero dispari.

Quindi ho chiesto quanti e quali cartoncini si devono rovesciare per controllare se la regola è vera.

E' nato un dibattito acceso per capire cosa si dovesse fare; il 61 e la lettera E non sono da girare, perché qualunque cosa ci sia dall'altra parte non invalida la regola, mentre gli altri due devono essere rovesciati per controllare che dietro la C ci sia un numero dispari e dietro il 28 non ci sia un consonante. La regola, dunque, è vera.

Seconda attività

Ho voluto fare agli studenti un esempio suggestivo di proposizione indecidibile.

Ho spiegato che il concetto apparentemente chiaro e ben definito di "proposizione vera" o di "proposizione falsa" in realtà nasconde insidie inaspettate, poiché esistono anche proposizioni indecidibili.

Su un lato del cartoncino c'è scritto "La frase sull'altro lato del cartoncino è vera", e sull'altro c'è scritto "La frase sull'altro lato del cartoncino è falsa".

Per rendere più suggestiva la presentazione ho mostrato il cartoncino dalla parte della prima di queste due frasi, l'ho letta ad alta voce e ho chiesto agli studenti se pensavano che fosse una proposizione ben formata.

La risposta è stata affermativa, "perché si può controllare se la frase è vera girando il cartoncino".

Ho tergiversato un po', dicendo alcune frasi del tipo: "Bene, allora lo giro e controlliamo?" per creare un po' di aspettativa negli studenti; devo dire che la curiosità era forte, tutti sembravano aspettare con ansia che io voltassi il cartoncino, e quando l'ho fatto sono rimasti interdetti nel leggere l'altra frase.

C'è voluto un po' di tempo perché si rendessero conto del fatto che in effetti non potevano usare questa seconda frase per controllare la prima, e la scoperta del fatto che non potevano capire se fosse vera o falsa li ha molto colpiti.

Per aiutare la comprensione ho scritto alla lavagna due schemi:

$$\begin{aligned} A \text{ vera} &\rightarrow B \text{ vera} \rightarrow A \text{ falsa} \\ A \text{ falsa} &\rightarrow B \text{ falsa} \rightarrow A \text{ vera} \end{aligned}$$

In questo modo hanno "visto" la contraddizione.

Ho anche spiegato che questo problema era noto ai greci (paradosso di Epimenide), e l'ho proposto nella forma classica del Mentitore, cioè una persona che afferma: "Io sto mentendo".

In questa forma è risultato di più difficile comprensione, ma l'ho volutamente presentato rapidamente, senza soffermarmi troppo a discuterlo, in modo che rimanessero con un dubbio sul quale riflettere anche dopo la fine della lezione.

Lezione 2 – Connettivi logici, tavole di verità

Attività con gli studenti

Con questa attività intendevo proporre ai ragazzi un ragionamento un po' più complesso di quelli fatti con i cartoncini della prima attività della lezione precedente.

Posti i tre scrigni sulla cattedra, ho raccontato la storia di Porzia.

Nel *Mercante di Venezia*, Porzia aveva tre scrigni, uno d'oro, uno d'argento e uno di piombo, e dentro uno di essi c'era il suo ritratto.

Il pretendente alla sua mano doveva scegliere uno scrigno in base alle indicazioni di Porzia, e se avesse indovinato in quale si trovava il ritratto l'avrebbe potuta sposare.

Poiché Porzia voleva uno sposo intelligente, fece scrivere sugli scrigni delle frasi dalle quali si potesse capire quale fosse la scelta giusta da fare. Le frasi erano le seguenti:

Scrigno d'oro	Scrigno d'argento	Scrigno di piombo
Il ritratto è in questo scrigno	Il ritratto non è in questo scrigno	Il ritratto non è nello scrigno d'oro

Porzia spiegò al pretendente che, delle tre affermazioni, al massimo una era vera. Quale scrigno avrebbe dovuto scegliere il pretendente (per farsi sposare...)?¹

Ho chiesto se c'era qualcuno capace di risolvere l'enigma.

Una ragazza, che è intervenuta anche altre volte, e in genere molto a proposito, ha esordito dicendo: "Supponiamo vera..."; l'ho subito interrotta, per far notare a tutti che questo era proprio l'approccio giusto, attraverso il quale si poteva trovare soluzione, quindi l'ho lasciata proseguire.

Non è riuscita, però a completare il ragionamento, quindi è intervenuto un compagno che ha notato: "Non possono essere tutte giuste, perché tra la prima e la terza c'è una contraddizione".

Ho detto che era quello il modo giusto, che stavano procedendo bene; ho voluto sottolineare che non era possibile controllare direttamente quale delle frasi fosse vera, perché non potevamo guardare dentro gli scrigni, quindi dovevamo provare a supporre che le proposizioni fossero vere oppure false, poi vedere cosa succede: questo è un criterio generale che da quel momento in poi avremmo sempre seguito.

In questo modo intendevo preparare i ragazzi all'introduzione delle tavole di verità.

Dopo qualche altro tentativo parziale la risposta corretta è arrivata, in una forma un po' complicata; a quel punto ho chiesto se ne sapevano trovare una più breve, ed è stata trovata la formulazione sintetica e chiara che riporto in nota, che è quella presentata da Smullyan nel suo libro.

¹ Soluzione: le frasi sugli scrigni d'oro e di piombo si contraddicono.

Se fosse vera quella sullo scrigno d'oro lo sarebbe anche quella sullo scrigno d'argento, e questo non è possibile perché al massimo una delle tre può essere vera. Dunque la frase vera è quella sullo scrigno di piombo, e le altre false.

Ma se è falsa quella sullo scrigno d'argento, allora il ritratto è in quello scrigno.

Congiunzione

Ho proposto di ragionare sulla frase seguente:

Fuori c'è il sole e noi siamo in classe

Gli studenti, dietro mia richiesta, hanno individuato le due proposizioni che la compongono, legate dalla congiunzione “e”, costruendo lo schema di questa proposizione *composta*, che è del tipo “A e B”.

Come posso controllare se questa proposizione è vera o è falsa? Quali condizioni devo verificare essere vere o false?
Ho proposto di costruire una tabella con tutte le possibilità.

Nelle prime due colonne ho scritto le combinazioni possibili dei valori di verità di A e B, e ho invitato i ragazzi a dirmi se la proposizione composta A e B doveva essere ritenuta vera o falsa, a partire da quanto supposto per A e per B.

In base ai ragionamenti dei ragazzi abbiamo scritto alla lavagna questa tabella:

A	B	A e B
<i>Fuori c'è il sole</i>	<i>Noi siamo in classe</i>	<i>Fuori c'è il sole e noi siamo in classe</i>
Vero	Vero	Vero
Vero	Falso	Falso
Falso	Vero	Falso
Falso	Falso	Falso

La tutor è intervenuta per sottolineare la similitudine tra intersezione e congiunzione, disegnando un diagramma di Venn, e gli studenti mi è sembrato abbiano capito subito l'analogia (l'argomento era stato già accennato in precedenti lezioni).

Ho quindi proposto una forma verbale per la regola trovata: “A e B è vera solo se sono vere sia A che B”.

Ho quindi spiegato che la congiunzione “e” è un **operatore binario**, perché agisce su due argomenti; la si indica con la parola latina “et” oppure con quella inglese “and” o, ancora, con il simbolo \wedge ; con Excel la notazione è E(A,B), che evidenzia il fatto che la congiunzione sia un operatore binario.

In alcuni casi “e” non è una congiunzione, e ho fatto agli studenti questi esempi:

- Esempio in cui lo è: Anna e Chiara sono belle \leftrightarrow Anna è bella e Chiara è bella
- Esempio in cui non lo è: Anna e Chiara si assomigliano; pioggia e sole si alternano

Disgiunzione

Ho considerato la proposizione composta:

Domani vado al mare oppure ti telefono

Notato che è del tipo A o B, ho chiesto se pensavano che significasse:

- che potevo fare una delle due cose, ma anche entrambe;
- che potevo fare una sola delle due cose, ma non entrambe.

Dalla discussione è emerso che solo uno studente la interpretava come disgiunzione esclusiva; ci si è accordati per considerarla inclusiva.

La tutor è intervenuta ancora, invitando gli studenti a cercare nel vocabolario di latino, che quel giorno avevano portato a scuola, le parole “aut” e “vel”; in questo modo si sono resi conto che nella lingua latina esisteva la distinzione tra i due casi, e che in effetti loro avevano già studiato questo doppio uso, in una materia che probabilmente consideravano molto lontana, separata, dalla matematica.

Abbiamo quindi costruito la tavola di verità della disgiunzione inclusiva con gli stessi criteri usati per la congiunzione.

Anche “o” è un operatore binario; le parole latine usate per indicarlo le avevamo già viste, quella inglese è “or”, il suo simbolo è \vee , la notazione in Excel è O(A,B).

Per costruire la tavola di verità della disgiunzione esclusiva siamo partiti dalla frase “Sogno o son desto?”.
In questo caso non posso contemporaneamente sognare ed essere sveglio, da cui l'esclusività.

Al termine della lezione con la tutor abbiamo dato agli studenti una serie di esercizi da fare a casa (sul libro di testo).

Lezione 3 – Connettivi logici, foglio elettronico

Uso di “ma” come congiunzione o disgiunzione

Ho chiarito agli studenti che gli operatori logici possono avere forme strane, diverse da quelle viste in precedenza, e ho fatto gli esempi:

- Congiunzione: Lo detesto, ma lo stimo
- Disgiunzione (non esclusiva): Ci vediamo domani, ma forse già domani mattina

Negazione

Ho usato la frase d’esempio:

Non amo la guerra \leftrightarrow E’ falso che io ami la guerra

E’ un operatore **unario**; agisce su un solo argomento cambiandone il valore di verità. Il simbolo che usiamo, per coerenza con il libro di testo, è una lineetta sulla lettera che rappresenta la proposizione (\overline{A}), la parola inglese è “not”, in Excel la notazione è NON(A).

La tavola di verità è molto semplice, ed è risultata banale agli studenti.
La doppia negazione equivale all’identità, come nel caso:

Non è detto che tu non ce la faccia

Errori comuni

Ho elencato e commentato alcuni errori che si possono fare comunemente nel costruire la negazione di una proposizione.

Proposizione \overline{A} : $(x - 1)^2$ è negativo
Proposizione $\overline{\overline{A}}$: $(x - 1)^2$ è positivo invece di $(x - 1)^2$ non è negativo

perché, in linea di principio, $(x - 1)^2$ può essere anche nullo.

Proposizione \overline{A} : Il carbone è bianco
Proposizione $\overline{\overline{A}}$: Il carbone è nero invece di il carbone non è bianco

Attività con gli studenti

L’attività ludica è molto utile per aiutare la comprensione della matematica, e la logica fornisce molti spunti interessanti.

Ho scelto di presentare alcuni enigmi tratti dal libro di Smullyan ambientati sull’isola dei furfanti, dei cavalieri e dei normali; ai ragazzi sono piaciuti, me ne hanno chiesti anche degli altri e ho provveduto a sottoporli.

Sono stato molto contento nel constatare che alcuni di loro hanno trovato le soluzioni in tempi piuttosto brevi; in un caso appena ho finito di scrivere il testo alla lavagna...

L'isola dei cavalieri, dei furfanti e dei normali

- a) Ci sono due persone, Aldo e Bruno, ognuna delle quali è o un cavaliere (dice sempre la verità) o un furfante (mente sempre).
Aldo dice: "Almeno uno di noi è un furfante".
Cosa sono Aldo e Bruno?
- b) Aldo dice: "O io sono un furfante o Bruno è un cavaliere".
Cosa sono Aldo e Bruno?
- c) Aldo, Bruno e Carlo sono un cavaliere, un furfante e un normale (che qualche volta mente e altre volte dice la verità), ma non necessariamente in quest'ordine.
Le loro affermazioni:
Aldo: "Io sono un normale".
Bruno: "E' vero".
Carlo: "Io non sono un normale".
Cosa sono Aldo, Bruno e Carlo?

Soluzioni ai quesiti precedenti

- a) Aldo è un cavaliere e Bruno un furfante.
Questo è abbastanza semplice da risolvere; se Aldo mente allora nessuno dei due è un furfante, ma questo contraddice il fatto che lui menta.
Se Aldo dice la verità, invece, è un cavaliere, e Bruno è un furfante, perché almeno uno dei due deve essere un furfante.
- b) La disgiunzione è vera se almeno una delle proposizioni è vera, falsa solo nel caso in cui entrambe siano false.
Se Aldo è un furfante la disgiunzione è falsa, quindi lui non può essere un furfante; è un cavaliere.
In tal caso dice la verità, quindi, essendo falsa "io sono un furfante", deve essere vera almeno "Bruno è un cavaliere"; dunque Bruno è un cavaliere.
- c) Per quello che dice, Aldo non può essere un cavaliere.
Supponiamo sia normale, e dica la verità; allora anche Bruno dice la verità, ma non può essere anche lui normale, quindi è un cavaliere.
In tal caso Carlo deve essere un furfante, ma direbbe la verità; dalla contraddizione nata segue che Aldo non è neanche un normale, e quindi è un furfante.
Se Aldo è un furfante, allora Bruno mente, e deve essere un normale.
Carlo quindi deve essere per forza un cavaliere.

Connettivi logici in un foglio elettronico

Come foglio elettronico si è scelto di usare Excel, perché presente nel laboratorio di informatica che avremmo usato in seguito.

Una soluzione "open source" come OpenOffice è altrettanto valida, perché:

- legge e scrive i files con il formato di Excel quasi perfettamente (tranne casi davvero molto particolari);
- usa come linguaggio di programmazione un dialetto Basic simile a Visual Basic for Applications (VBA) usato in Excel;
- implementa funzioni, logiche e non, con sintassi identica a quelle di Excel.

Inoltre, dal punto di vista culturale i principi dell'open source sono altamente condivisibili e hanno un alto valore educativo.

In Excel sono presenti quasi tutte le principali funzioni logiche; manca la disgiunzione esclusiva.

Funzione logica	Esempio	Notazione Excel
Congiunzione	A e B	E(A;B)
Disgiunzione (inclusiva)	A o B	O(A;B)
Negazione	non A	NON(A)

Ogni funzione logica restituisce il valore (stringa di testo) VERO o FALSO, e interpreta correttamente le parole VERO e FALSO come valori logici (booleani).

Per esempio si può costruire una tavola di verità per la congiunzione in questo modo:

A	B	A e B	A e B
VERO	VERO	VERO	=E(A2;B2)
VERO	FALSO	FALSO	=E(A3;B3)
FALSO	VERO	FALSO	=E(A4;B4)
FALSO	FALSO	FALSO	=E(A5;B5)

Nella penultima colonna c'è il risultato della formula scritta nell'ultima colonna.

Lezione 4 – Correzione degli esercizi assegnati

Commento di un brano sul libro di testo

Il primo esercizio assegnato riguardava la comprensione di un testo complesso che riportava le condizioni di una polizza assicurativa.

Ho chiesto quale fosse il significato del brano, ed è nato uno scambio di battute abbastanza interessante.

Studente – Il brano ci vuole spiegare quelle frasi difficili.

Io – E lo schema logico riportato alla fine, allora? Come e da dove viene fuori?

S – Si prendono le proposizioni del brano unite da connettivi.

Io – Avete notato che vengono chiamate “proposizioni atomiche”? Che significa?

S – Non sanno cosa rispondere.

Io – Che significa atomo, oppure atomico? Che esplosione?

Gli studenti sono perplessi, ma con l'aiuto della tutor riusciamo a concludere che atomo significa “la parte indivisibile”, “la più piccola”. Quindi ho chiarito che le proposizioni composte sono costituite da proposizioni atomiche che ne costituiscono le parti più piccole e non ulteriormente divisibili.

Tutor – Che differenza c'è tra il valore di verità di una proposizione composta e di una atomica?

S – Quelle atomiche si possono confrontare direttamente con la realtà, per quelle composte si devono valutare tutte le possibilità con le tavole di verità.

Quindi, ho chiarito, lo schema riportato al termine della lettura si costruisce per astrazione, sostituendo una lettera ad ogni proposizione atomica, quindi costruendo la figura di ragionamento e, infine, una tavola di verità. Così so cosa posso aspettarmi in tutti i casi possibili.

Uno studente ha notato che lo schema che costruito non serviva solo a descrivere questa situazione ma poteva essere adoperato anche in altri casi, purché le nuove proposizioni abbiano le stesse relazioni logiche fra di loro.

Proposizioni e valore di verità

Ho chiesto ad uno studente assente la volta precedente di provare a risolvere un esercizio che richiedeva di individuare quali tra le frasi proposte fossero proposizioni; ha risposto correttamente.

Agli altri ho chiesto ogni volta di intervenire se non erano d'accordo.

Lo studente ha anche individuato una proposizione che era ben formata ma falsa; un errore che è possibile commettere è quello di non considerare ben formata una proposizione falsa.

Un dubbio c'è stato solo sulla frase “Questa domanda è un po' stupida”, che è stata considerata ben formata solo da uno studente, che dopo una breve riflessione ha capito che non lo era, non essendo realmente controllabile (“è soggettiva”, ha detto alla fine).

Infatti, ho detto, il mio giudizio può differire da quello di un altro, e quindi la frase non è vera o falsa *per tutti*.

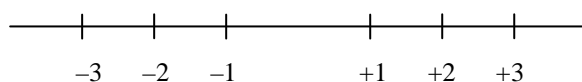
In un altro esercizio si chiedeva di dire se le proposizioni elencate erano vere o false.

Tutte risposte esatte; qualche difficoltà c'è stata solo su “ $-3 \notin \mathbf{Z}$ ”, che è risultata difficile da leggere per qualcuno, ma in ogni caso molti non sapevano che insieme sia \mathbf{Z} .

Ho ritenuto opportuno fare una breve digressione per chiarirlo, parlando di \mathbf{Z}_+ e \mathbf{Z}_- , che uniti davano \mathbf{Z} , e alla fine uno studente ha detto “Sono gli interi positivi e negativi”.

Ho chiesto se unendo \mathbf{Z}_+ e \mathbf{Z}_- si doveva includere anche lo zero; non hanno saputo rispondere.

Allora ho rappresentato alla lavagna una retta sulla quale ho segnato gli interi positivi e negativi da -3 a $+3$:



Ho chiesto che distanza c'è tra -3 e -2 ; la risposta è stata: 1.

E tra -1 e $+1$, che distanza c'è? La risposta è stata: 2; quindi, ho detto, se le cose stanno così lo zero ce lo devo mettere, altrimenti gli intervalli tra numeri non sono tutti equispaziati, rimane un “buco” tra -1 e $+1$.

Tutto questo discorso l'ho fatto mantenendo un tono molto discorsivo, anche scherzando, in modo da far rilassare un po' i ragazzi.

Per “staccare” e far riposare i ragazzi ho fatto quindi leggere un brano nel quale un vecchietta vinceva molto denaro al lotto con una previsione basata su un errore di calcolo; fattole notare l’errore, replicava dicendo che non poteva aver sbagliato, perché aveva vinto usando il calcolo fatto.

Questa storiella ha comunque evidenziato come la logica, usata male, possa portare a conclusioni solo apparentemente corrette.

Attività con gli studenti

Sul libro viene proposto un quesito: dagli indizi si deve scoprire chi sia l’assassino fra tre sospetti.

Alla soluzione gli studenti sono arrivati con un paio di strategie diverse, fra tutte le possibili.

Ho sottolineato che se si fa un’ipotesi su chi sia il colpevole si deve controllare che *nessuno* degli indizi la contraddica.

Abbiamo scritto insieme gli indizi in forma schematica, e ricavato la soluzione analizzando lo schema.

Lezione 5 – Uso di Excel: tavole di verità

Ho tenuto questa lezione nel laboratorio di informatica della scuola.

Gli studenti si sono divisi in coppie, e si sono distribuiti nelle postazioni di lavoro che occupano abitualmente, quando lavorano con la loro insegnante (la mia tutor).

Usando la rete e il software presente ho brevemente ricordato agli studenti come si inseriscono le formule in Excel, e ho iniziato la costruzione della tavola di verità della congiunzione, mostrando loro la struttura che dovevano darle.

A questo punto ho sbloccato i loro computer e li ho lasciati lavorare.

Quando avevano necessità di un consiglio chiamavano me o la tutor, che li indirizzavamo verso la soluzione, senza naturalmente svolgere al loro posto il compito assegnato.

Ho fatto rappresentare le seguenti tavole di verità:

1. tavola della congiunzione
2. tavola della disgiunzione inclusiva
3. tavola della negazione
4. tavola della proposizione “Domani poverà o nevicherà, ma io andrò a scuola”, che è del tipo “(A o B) e C”

Terminate le prime tre ho chiesto che le formattassero in maniera gradevole, secondo i gusti di ciascuno.

Quasi tutti i gruppi mi hanno mostrato il lavoro fatto; alcuni hanno puntato sul lato estetico, altri sui contrasti di colore, altri ancora su un aspetto “professionale”, a seconda del carattere di ciascuno.

Infine ho proposto di costruire la quarta tavola.

Su questa hanno avuto qualche difficoltà, soprattutto perché non sapevano combinare i valori di verità di A, B e C senza dimenticarne qualcuno; allora ho spiegato che per n frasi c'erano 2^n combinazioni possibili di valori, quindi per 3 proposizioni dovevano aspettarsene 8.

Per essere sicuri di scriverli tutti ho consigliato di partire scrivendo nella prima colonna 4 volte VERO e poi 4 volte FALSO, nella seconda alternare VERO e FALSO ogni due righe, nella terza alternarli ogni riga, secondo la convenzione usuale.

Costruita questa parte, nella quarta colonna si poteva scrivere la formula della proposizione composta facendo riferimento alle celle delle prime tre colonne; c'è stata qualche difficoltà a costruire la formula, che pure non è eccessivamente complessa, e questa difficoltà l'ho ritrovata anche nella verifica.

Lezione 6 – La verifica

Elaborazione della verifica

La verifica copriva una vasta gamma di esercizi, strutturati in test a risposta chiusa e semiaperta.

Alcuni erano concepiti come applicazioni dei concetti teorici spiegati durante l'intervento (definizione di proposizione ben formata, uso degli operatori logici in Excel, ecc.), e quindi erano rivolti ad appurare le conoscenze acquisite dagli studenti, altri (la maggioranza) richiedevano una maggiore riflessione, cioè miravano a verificare le loro competenze (saper fare).

Non ho ritenuto opportuno dare esercizi che richiedessero esclusivamente la conoscenza di nozioni; in ogni esercizio era necessario un minimo di ragionamento.

Svolgimento della verifica

Si sa che il momento della verifica è fonte di ansia per gli studenti; quando sono entrato in classe per iniziarla, però, non ho avuto l'impressione che i ragazzi fossero tesi.

Gli studenti avevano già spostato i banchi in "formazione da compito", distanziandoli meglio possibile, ed aspettavano che io arrivassi per iniziare.

E' stato necessario qualche minuto per farli tacere, mentre distribuivo i fogli con il testo, ma poi hanno iniziato a lavorare tranquillamente.

Durante lo svolgimento del compito diversi di loro si sono avvicinati alla cattedra per chiedere chiarimenti; ho consentito che un solo studente per volta si alzasse dal posto.

Le domande più rilevanti sono state le seguenti.

1. Qualcuno ha chiesto cosa si intendesse per valore di verità; sono rimasto un po' perplesso dalla domanda, che mi ha sinceramente preoccupato, ma gli esiti finali della verifica mi hanno poi tranquillizzato.
Forse si trattava di studenti che erano stati assenti per alcune lezioni, magari gli stessi che me lo hanno segnalato nel questionario che ho proposto loro alla fine dell'intervento.
2. I maggiori problemi sono venuti dal terzo quesito; non era chiaro cosa fare dopo aver compilato la tabella, cioè che nesso vi fosse tra le quattro proposizioni del testo e la tabella, che in effetti voleva essere un aiuto.
Dopo le spiegazioni del caso, comunque, non ci sono più stati problemi, come testimonia l'alto numero di studenti che hanno risposto correttamente al quesito.
3. Gli esercizi 4 e 5 erano legati fra loro, avendo uno schema simile; mentre è risultato chiaro per tutti come rispondere al numero 5, per l'altro uno studente non aveva capito cosa fare, mentre altri mi hanno chiesto conferma di aver capito bene, perché evidentemente qualche dubbio l'avevano.
Anche in questo caso un chiarimento ha dissipato i dubbi.
4. Infine, qualche chiarimento è stato necessario anche per l'esercizio 7, l'ultimo e il più complesso, ma solo su dove e come scrivere la risposta.

Come sempre accade, durante lo svolgimento del compito alcuni studenti tentavano di "comunicare" tra loro quando un loro compagno si avvicinava alla cattedra per chiedere qualcosa; li ho scoraggiati minacciando di non dare più spiegazioni.

In allegato è riportata la prova di verifica.

La formula confronta la parte decimale di ogni punteggio, e la trasforma in un simbolo che viene aggiunto alla parte intera del voto.

I simboli e le quantità da aggiungere alla parte intera sono definiti come nella tabella seguente:

Valore della parte decimale	Aggiunta da fare alla parte intera
$< 0,24$	Nessuna aggiunta
$0,24 \leq \text{dec} < 0,39$	Aggiunge un +
$0,39 \leq \text{dec} < 0,75$	Aggiunge 0,5
$\text{dec} \geq 0,75$	Aggiunge 1 e un segno -

Considerazioni sull'esito della verifica

I voti attribuiti sono piuttosto buoni, senza insufficienze gravi.

La distribuzione dei voti si può sintetizzare con la tabella seguente:

Intervallo di punteggio	Numero di studenti che hanno riportato un voto nell'intervallo
Tra 5 e 6	3
Tra 6 e 7	6
Tra 7 e 8	9
Tra 8 e 9	7

Su questa base sembra di poter dire che il risultato dell'intervento sia stato più che soddisfacente.

Analizzando il numero di risposte corrette date alle singole domande, però, si nota che ce ne sono due, la a.4 e la b.4, alle quali molti studenti non hanno risposto correttamente; in effetti si tratta della stessa domanda in due forme diverse.

La domanda a.4 chiedeva di scrivere la proposizione composta "O c'è il sole e fa caldo, oppure oggi non esco" in forma schematica, individuando le proposizioni atomiche e i connettivi usati; la b.4 chiedeva di tradurre la formula trovata in termini di funzioni logiche di Excel, rispettando la sintassi del programma.

Nel rispondere alla a.4 molti hanno usato la congiunzione e la disgiunzione correttamente, ma non hanno usato la negazione, e hanno scritto (A e B) o C anziché (A e B) o non C.

Invece, nel caso della b.4, ci sono stati molti errori nell'uso degli operatori logici di Excel; la formula, insomma, è stata scritta male.

Questo, insieme alle difficoltà incontrate in laboratorio e alle osservazioni emerse nella compilazione del questionario sottoposto agli studenti, indica che non è stato compreso a sufficienza l'uso delle funzioni logiche in Excel.

Durante la correzione del compito fatta in classe mi sono quindi soffermato in particolare sulla costruzione della formula in Excel, cercando di chiarire come si possa procedere.

Ho chiesto quale fosse l'operatore logico dal quale cominciare a scrivere la formula (A e B) o non C, e mi è stato risposto che è la disgiunzione; allora ho iniziato a scrivere alla lavagna la prima parte della struttura:

$$=O(\quad ; \quad)$$

Poi ho chiesto quali fossero i termini della disgiunzione, e hanno riconosciuto che sono la congiunzione di A e B e la negazione di C; allora basta scrivere queste due cose negli spazi per avere la formula finale:

$$=O(E(A;B) ; NON(C))$$

In alternativa, si poteva partire da A e B e da non C, per costruire poi la disgiunzione.

Credo che su questi argomenti la tutor avrà occasione di tornare in seguito, e alla fine risulteranno chiari.

Per concludere, si può notare che anche alla domanda 4.2 parecchi non hanno risposto correttamente, avendo interpretato male la precedenza delle operazioni nell'espressione $5 = 8 - 6 : 2$.

Questo è un errore tipico che si commette spesso nelle prime classi, e questa purtroppo non fa eccezione.

Allegati

- 1) Programmazione annuale della tutor
- 2) Materiale per l'attività "Cartoncini con lettere e numeri"
- 3) Materiale per l'attività "Cartoncino di Epimenide"
- 4) Materiale per l'attività "Gli scrigni di Porzia"
- 5) Prova di verifica (con soluzione)

Programmazione annuale della IB_S

Modulo 1 **Comunicazione e linguaggio**

Obiettivi	Contenuti
<ul style="list-style-type: none">• Partecipare attivamente al dialogo con l'insegnante• Usare consapevolmente gli strumenti comunicativi• Acquisire un metodo di studio• Riflettere sugli aspetti logico-linguistici dell'apprendimento• Saper leggere e decodificare i segni• Interpretare correttamente la comunicazione dell'insegnante• Comprendere i rapporti tra messaggio e contesto• Maturare il passaggio dal linguaggio comune al linguaggio rigoroso, chiaro e tecnico della matematica	<ul style="list-style-type: none">• Codificazione e decodificazione• Il linguaggio simbolico, verbale e scritto• I simboli grafici: l'alfabeto; le istruzioni dei software Excel e Cabri• La frase semplice• La frase dichiarativa• I connettivi logici• La composizione delle frasi• Implicazione e equivalenza logica delle frasi• La definizione di insieme; la descrizione degli elementi di un insieme

Modulo 2 **Gli insiemi numerici**

Obiettivi	Contenuti
<ul style="list-style-type: none">• Comprendere la nozione di insieme• Operare con gli insiemi• Comprendere i vari ampliamenti degli insiemi numerici• Acquisire padronanza di calcolo negli insiemi N, Z e Q	<ul style="list-style-type: none">• Insiemi ed operazioni con essi• Insiemi numerici N, Z e Q

Modulo 3 **Il calcolo letterale**

Obiettivi	Contenuti
<ul style="list-style-type: none">• Conoscere le nozioni di monomio e polinomio• Imparare a descrivere, mediante l'uso delle lettere, semplici relazioni matematiche• Utilizzare consapevolmente tecniche e procedure di calcolo	<ul style="list-style-type: none">• Monomi e operazioni con essi• Polinomi e operazioni con essi• Scomposizione di polinomi in fattori

Modulo 4 **Logica e geometria**

Obiettivi	Contenuti
<ul style="list-style-type: none">• Riconoscere le regole della logica e del buon ragionamento• Conoscere e comprendere il linguaggio della geometria e le relazioni esistenti fra gli enti geometrici• Acquisire operatività nel piano cartesiano• Abituarsi al rigore espositivo, sotto il profilo logico e linguistico	<ul style="list-style-type: none">• Logica delle proposizioni e della deduzione• Il linguaggio della geometria euclidea• Figure piane isometriche: proprietà invarianti per classi di figure. Il software Cabri• Il piano cartesiano

Modulo 5

Il problema

Obiettivi	Contenuti
<ul style="list-style-type: none">• Sviluppare capacità intuitive e logiche• Leggere e interpretare il testo• Interpretare, visualizzare, trascrivere i dati essenziali• Individuare i dati e metterli in relazione• Riconoscere formule, teoremi, equazioni che possono risolvere il problema• Individuare delle sequenze di calcolo risolutive	<ul style="list-style-type: none">• Analisi del problema• Risoluzione del problema• Il concetto di funzione (registro grafico, numerico, simbolico); le funzioni e la calcolatrice Ti92• Algoritmi risolutivi ed elementi di programmazione• Equazioni lineari• Problemi di primo grado

Modulo 6

Statistica

Obiettivi	Contenuti
<ul style="list-style-type: none">• Conoscere le nozioni fondamentali della statistica descrittiva• Acquisire capacità di lettura, tabulazione ed analisi dei dati• Usare il foglio elettronico per le rilevazioni statistiche	<ul style="list-style-type: none">• Elementi di statistica descrittiva• Rappresentazioni grafiche• Medie

A

E

I

O

U

B

Z

H

C

F

14

28

49

42

35

61

13

19

37

31

LA FRASE SULL'ALTRO
LATO DEL CARTONCINO
È FALSA

LA FRASE SULL'ALTRO
LATO DEL CARTONCINO
È VERA

ORO


**IL RITRATTO E' IN
QUESTO SCRIGNO**

ARGENTO

**IL RITRATTO NON E'
IN QUESTO SCRIGNO**

PIOMBO

**IL RITRATTO NON E'
NELLO SCRIGNO
D'ORO**



Nome e cognome.....

Verifica di logica

1) Tra le seguenti frasi, indica con una crocetta quali rappresentano delle proposizioni e attribuisce loro un valore di verità:

- 1) In questa classe ci sono almeno 5 alunni
- 2) Sei stato attento?
- 3) Non chiacchierate!
- 4) 39 è un numero primo

2) Se P è una proposizione FALSA, quale delle seguenti proposizioni è FALSA?

- 1) non P
- 2) P o non P
- 3) non P e P
- 4) non P o non P

3) Tra le seguenti proposizioni composte indica quella che è vera per qualunque valore di verità delle proposizioni atomiche che la compongono.

Per rispondere completa la tavola di verità riportata di seguito, nella quale V sta per “vero” e F sta per “falso”.

- 1) A e non A
- 2) B o non B
- 3) A e non B
- 4) B o non A

A	B	non A	non B	A e non A	B o non B	A e non B	B o non A
V	V						
V	F						
F	V						
F	F						

4) Riscrivi con una formula le frasi seguenti e assegna loro un valore di verità:

1) La differenza fra 10 e 2 divisa per 4 dà come risultato 2

2) Sottraendo il prodotto tra 7 e 2 da 20 ottengo 26

5) Riscrivi con una frase le formule seguenti e assegna loro un valore di verità:

1) $(3 + 1) \cdot 2 = 8$

2) $5 = 8 - 6 : 2$

6) Considera queste quattro proposizioni atomiche:

A = Luigi ha studiato

B = Luigi deve essere interrogato

C = Luigi non ha dormito bene

D = Luigi è stanco

a. Riscrivi le seguenti proposizioni composte sostituendo alle lettere maiuscole le proposizioni precedenti; usa correttamente gli operatori logici “e”, “o” e “non”:

- 1) A e non C
- 2) non A e C
- 3) non B e non C
- 4) (non A o D) e C

b. Se le proposizioni A e C dell’esercizio precedente sono VERE mentre B e D sono FALSE, qual è il valore di verità delle quattro proposizioni composte precedenti? Scrivi la risposta giusta vicino a ciascuna proposizione:

- 1) A e non C
- 2) non A e C
- 3) non B e non C
- 4) (non A o D) e C

7) Considera le seguenti proposizioni composte:

- 1) Anna e Chiara si assomigliano, ma non sono sorelle
- 2) Antonio ascolta musica, oppure chiacchiera con gli amici
- 3) Carlo non è molto muscoloso, eppure ha vinto una importante gara di nuoto
- 4) O c'è il sole e fa caldo, oppure oggi non esco

a. Assegna una lettera ad ogni proposizione atomica e costruisci gli schemi logici delle proposizioni composte usando gli operatori logici "e", "o" e "non".

1)

2)

3)

4)

b. Traduci nel linguaggio di Excel le formule logiche che hai costruito.

Devi usare gli operatori logici $O(A;B)$, $E(A;B)$ e $NON(A)$; per indicare le proposizioni non fare riferimento alle celle di un foglio, usa le lettere che hai assegnato ad ogni proposizione atomica rispondendo alla domanda precedente.

1)

2)

3)

4)

Soluzioni

1	2	3
1, vera	3	2
4, falsa		

4	
1) $2 = (10 - 2) : 4$	1) VERA
2) $20 - 7 \cdot 2 = 26$	2) FALSA

5	
1) La somma di 3 e 1, moltiplicata per 2, fa 8	1) VERA
2) 5 è uguale a 8 meno il quoziente tra 6 e 2	2) VERA

6	
Parte a	Parte b
1 : Luigi ha studiato e ha dormito bene	1 : A e non C : FALSA
2 : Luigi non ha studiato e non ha dormito bene	2 : non A e C : FALSA
3 : Luigi non deve essere interrogato e ha dormito bene	3 : non B e non C : FALSA
4 : Luigi non ha studiato o è stanco e non ha dormito bene	4 : (non A o D) e C : FALSA

7 – parte a	
1) A = Anna e Chiara si assomigliano B = Anna e Chiara sono sorelle	1) A e non B
2) A = Antonio ascolta musica B = Antonio chiacchiera con gli amici	2) A o B
3) A = Carlo non è molto muscoloso B = Carlo ha vinto una importante gara di nuoto	3) non A e B
4) A = oggi c'è il sole B = oggi fa caldo C = oggi non esco	4) (A e B) o non C

7 – parte b	
1) A = Anna e Chiara si assomigliano B = Anna e Chiara sono sorelle	1) $\neg E(A; \text{NON}(B))$
2) A = Antonio ascolta musica B = Antonio chiacchiera con gli amici	2) $\neg O(A; B)$
3) A = Carlo non è molto muscoloso B = Carlo ha vinto una importante gara di nuoto	3) $\neg E(\text{NON}(A); B)$
4) A = oggi c'è il sole B = oggi fa caldo C = oggi non esco	4) $\neg O(E(A; B); \text{NON}(C))$

Bibliografia

1. Varga, *Fondamenti di logica per insegnanti*
2. Claudio Cremaschi, *Matematica per problemi*, Zanichelli, vol.I
3. Quaderni del Ministero della Pubblica Istruzione, I temi nuovi nei programmi di matematica
4. Letture da “Le Scienze”, *Verità e dimostrazione* (articoli vari)
5. Smullyan, *Qual è il titolo di questo libro?*
6. Jevons, *Logica*