$$C = \lim_{x \to 0} \frac{1}{x}\left[\binom{n+x}{n} - 1\right]$$

**Svolgimento**:

applicando la regola dell'Hopital, otteniamo: $C = \lim_{x \to 0} \dfrac{D_x\left[\binom{n+x}{n}\right]}{1}$

Posto $y(n,x) = \binom{n+x}{n}$, abbiamo

$$C = \lim_{x \to 0} y'(n,x)$$

$$y(n,x) = \frac{(n+x)(n+x-1)(n+x-2)..........(n+x-n+1)}{n!};$$

Prendendo il logaritmo naturale di ambo i membri della relazione precedente, e derivando rispetto a x, otteniamo:

$$\frac{y'(n,x)}{y(n,x)} = \frac{1}{n+x} + \frac{1}{n+x-1} + ............\frac{1}{1+x}$$

Passando al limite per x tendente a 0, otteniamo:

$$C = \sum_{K=1}^{n} \frac{1}{k}$$

p.cutolo