

Metodo di Risoluzione del cubo di Rubik di Veriano Veracini

1. Perché.

La prima cosa da dire è perché questo “giocattolo” si chiama ‘cubo di Rubik’. Per la parola cubo, non credo ci sia bisogno di spiegazioni, forse bisogna dire due parole per Rubik. L’inventore di questo gioco si chiama Erno Rubik, all’epoca era un insegnante di architettura all’università di Budapest. Ha ideato questo “gioco” nel 1974 ed il primo brevetto risale al 1975.

2. Quale cubo?

Qui parleremo soltanto di un tipo di cubo di Rubik, e più precisamente del cubo formato da 3 cubetti per lato, il più diffuso in assoluto. Esistono, in commercio, altri cubi di Rubik formati da un numero differente di cubetti per lato. Per fare soltanto alcuni esempi vi posso dire che esiste un cubo con 2 cubetti per lato, ma anche con 4 e persino con 5 cubetti per lato, oltre ad alcune varianti.

3. Descrizione del cubo.

Il cubo, se lo smontate, si compone di:

8 cubi vertice (CV) che hanno 3 faccette colorate. Un colore differente per ogni faccetta.

12 cubi spigolo (CS) che hanno 2 faccette colorate. Un colore differente per ogni faccetta.

1 struttura interna saldamente collegata a 6 faccette colorate. Un colore differente per ogni faccetta.

Ciascuna delle 6 faccette del cubo, collegate saldamente fra loro, può ruotare (in senso orario ed antiorario) liberamente attorno al proprio asse centrale. Qualunque movimento voi effettuate il cubetto centrale ruoterà su se stesso ma, ovviamente, non lascerà mai la posizione. I 12 cubetti spigolo (CS) invece si possono spostare e anche orientare, questo vale anche per gli 8 cubetti vertice (CV).

4. Calcolo delle posizioni possibili.

La teoria combinatoria permette di calcolare il numero di posizioni differenti del cubo di Rubik. Vediamo di calcolare quante sono:

A) Per i vertici ho:

Il primo vertice lo posso posizionare in 8 posizioni differenti, il secondo lo posso posizionare in 7 posizioni differenti (l’ottava posizione è già occupata dal primo vertice). Per analogia ottengo che gli 8 vertici possono essere posizionati in $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ posizioni differenti.

Gli 8 vertici si possono anche orientare in 3 modi differenti. In definitiva essi possono mostrarsi sul cubo in $(8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot 3^7$ modi differenti. Ho scritto 3^7 e non 3^8 perché una volta che ho orientato il settimo vertice l’ottavo si troverà obbligatoriamente già orientato.

B) Per gli spigoli ho:

Il primo spigolo lo posso posizionare in 12 posizioni differenti, il secondo in 11 posizioni differenti (la dodicesima posizione è già occupata dal primo spigolo). Per analogia ottengo che i 12 spigoli possono essere posizionati in $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ posizioni differenti.

Gli spigoli si possono anche orientare in 2 modi differenti. In definitiva, i 12 spigoli possono mostrarsi sul cubo in $(12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot 2^{11}$ modi differenti. Ho scritto 2^{11} e non 2^{12} perché, una volta che ho orientato l’undicesimo spigolo, il dodicesimo si troverà obbligatoriamente già orientato.

C) Parità di permutazioni:

Esiste una terza, ed ultima, regola, abbastanza complessa, che dice “Ruotando una o più facce, il numero delle permutazioni è sempre pari”. Questo si traduce nel dire che un cubo con un numero di permutazioni dispari non è risolvibile o non è ottenibile dalla posizione standard.

Specifichiamo meglio questo concetto, quando ruoto una o più facce il numero dei cicli dei CV più il numero dei cicli dei CS è sempre pari.

Ora abbiamo tutti gli elementi necessari per il:

D) Calcolo delle posizioni possibili.

Per calcolare le posizioni possibili devo moltiplicare i numeri che ho appena scritto. Cioè $(8*7*6*5*4*3*2*1)*3^7*(12*11*10*9*8*7*6*5*4*3*2*1)*2^{11}$. Questo numero enorme va diviso per 2 per la regola C) che ho appena illustrato. Usando una notazione più sintetica potrò scrivere $8!*3^7*12!*2^{10}$. Se eseguite il calcolo potrete vedere che le possibili configurazioni differenti di un cubo di Rubik, formato da 3 cubetti per lato, ammontano a:

43.252.003.274.489.856.000

ossia a quarantatre miliardi di miliardi di combinazioni differenti. Questo è un numero veramente grande, ma non spaventatevi per l'alto numero di configurazioni differenti, questo NON è un indice di complessità, anche se la risoluzione del cubo è abbastanza complessa. Esistono giochi con un numero di configurazioni nettamente superiore a questo, che si risolvono molto più facilmente.

5. Conseguenze pratiche del teorema precedente.

Nel capitolo precedente, al punto A) si dice che **“una volta che ho orientato il settimo CV l’ottavo CV si troverà obbligatoriamente già orientato.”** Questo fatto ha una conseguenza pratica molto importante che qui vi dico SENZA dimostrarvelo. La conseguenza è che se volete ruotare sul proprio asse un solo CV, lasciando tutti gli altri CV e CS inalterati, questo non sarà possibile. Se ruoterete sul proprio asse un CV allora un altro o più CV dovranno necessariamente ruotare sul proprio asse. Se ruoterete sul proprio asse due soli CV allora uno ruoterà in senso orario, l'altro in senso antiorario. Se ruoterete sul proprio asse tre soli CV allora tutti e tre ruoteranno nel solito senso (orario o antiorario).

Alla fine di queste pagine vi farò vedere come ruotare, lasciando inalterati tutti gli altri cubetti, due soli CV (uno in senso orario, l'altro in senso antiorario) ed anche come ruotare tre soli CV (tutti in senso orario o antiorario) lasciando, anche in questo caso, tutti gli altri cubetti inalterati.

Nel capitolo precedente, al punto B) si dice che **“una volta che ho orientato l’undicesimo CS il dodicesimo CS si troverà obbligatoriamente già orientato.”** Questo fatto ha una conseguenza pratica molto importante che qui vi dico SENZA dimostrarvelo. La conseguenza è che se volete ruotare sul proprio asse un solo CS, lasciando tutti gli altri CS e CV inalterati, questo non sarà possibile. Se ruoterete sul proprio asse un CS allora un altro CS dovrà necessariamente ruotare sul proprio asse.

Alla fine di queste pagine vi farò vedere come ruotare due soli CS, lasciando, anche in questo caso, tutti gli altri cubetti inalterati.

6. Rotazioni per riordinare il cubo di Rubik.

Sul giornale IL SOLE 24 ORE del 07 giugno 2007 nell'allegato NOVA 24 a pagina 3 è apparso un articolo di poche righe dove si dichiara che sono sufficienti non più di 26 rotazioni singole per risolvere il cubo da qualunque posizione si inizi. Tra poco vi spiegherò il significato di rotazione singola.

7. Oliatura.

Avete letto benissimo, ho proprio scritto oliatura. Se volete che il vostro cubo funzioni senza (o quasi) impuntarsi ad ogni rotazione bisogna far in modo che l'attrito tra le varie facce si riduca. Secondo la mia esperienza l'oliatura è il metodo migliore. Ungete leggermente tutte le parti “nascoste” (sono le parti di colore nero che potete vedere ruotando le varie facce) del cubo con olio, un semplice olio da cucina è più che sufficiente. Ovviamente una volta fatto questo lavoro il cubo è inutilizzabile per alcuni giorni, visto che avrete, sicuramente, usato troppo olio. Sconsiglio

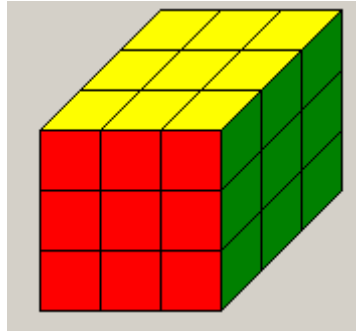
caldamente talco e gesso, per il semplice motivo che se lasciate inutilizzato il cubo per diverso tempo poi troverete tutte le varie facce molto più attaccate rispetto a prima.

8. Convenzione.

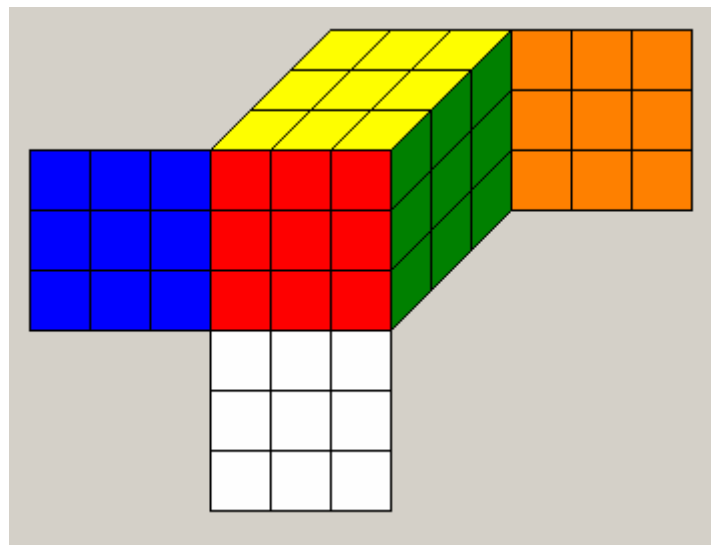
Per poterci capire e poter seguire tutte le varie fasi del riordino abbiamo bisogno di un metodo di notazione che possa togliere ogni dubbio su quale faccia vada ruotata e in quale direzione.

Ovviamente, la nostra notazione deve essere indipendente dai colori delle facce visto che ogni produttore può applicare sulle faccette colori diversi, o distribuirli sul cubo in maniera differente. E' da tener presente che esistono in commercio cubi che al posto dei colori hanno disegni, o segni particolari (numeri, lettere, caratteri cinesi, ecc.).

Nella figura che segue è rappresentato un cubo, dove la disposizione dei colori può differire dal cubo in vostro possesso.



Utilizzerò, praticamente sempre una rappresentazione aperta del cubo, andiamola a vedere immediatamente.



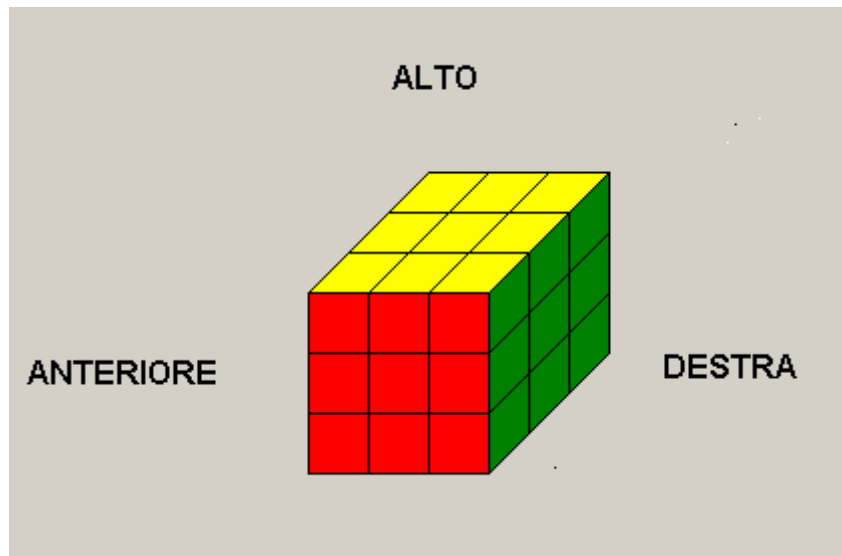
Andiamo ora a spiegare la notazione che io userò in questo compendio.

Il cubo si compone, come è ovvio, di 6 facce, ora noi daremo un nome ad ogni faccia indipendentemente dal colore, segni, simboli ecc. che la faccia possiede. In questo caso faccio riferimento ai colori della figura precedente che corrispondono anche ai colore sul mio cubo.

“a”	sta per Anteriore	Faccia di colore Rosso
“b”	sta per Basso	Faccia di colore Bianco
“d”	sta per Destra	Faccia di colore Verde
“h”	sta per Alto	Faccia di colore Giallo
“p”	sta per Posteriore	Faccia di colore Arancione
“s”	sta per Sinistra.	Faccia di colore Blu

Una cosa importantissima da chiarire immediatamente è che quando utilizzerò la lettera “a” vorrò indicare la faccia Anteriore indipendentemente del colore che ha, e NON la faccia di colore Rosso. La medesima cosa vale per tutte le altre lettere. Vi voglio far notare una particolarità che vi potrà essere utile per memorizzare i nomi delle facce del cubo.

La faccia “a” (Anteriore) è opposta alla faccia “p” (Posteriore).
La faccia “b” (Basso) è opposta alla faccia “h” (Alto).
La faccia “d” (Destra) è opposta alla faccia “s” (Sinistra).



9. Movimento delle facce.

Ogni singola faccia potrà ruotare in due modi differenti, sia in senso orario sia antiorario. Per cui andrò a scrivere:

- a** se vorrò ruotare la faccia Anteriore in senso ORARIO di un quarto di giro.
- a'** se vorrò ruotare la faccia Anteriore in senso ANTIORARIO di un quarto di giro.

- b** se vorrò ruotare la faccia in Basso in senso ORARIO di un quarto di giro.
- b'** se vorrò ruotare la faccia in Basso in senso ANTIORARIO di un quarto di giro.

- d** se vorrò ruotare la faccia Destra in senso ORARIO di un quarto di giro.
- d'** se vorrò ruotare la faccia Destra in senso ANTIORARIO di un quarto di giro.

- h** se vorrò ruotare la faccia in Alto in senso ORARIO di un quarto di giro.
- h'** se vorrò ruotare la faccia in Alto in senso ANTIORARIO di un quarto di giro.

- p** se vorrò ruotare la faccia Posteriore in senso ORARIO di un quarto di giro.
- p'** se vorrò ruotare la faccia Posteriore in senso ANTIORARIO di un quarto di giro.

- s** se vorrò ruotare la faccia Sinistra in senso ORARIO di un quarto di giro.
- s'** se vorrò ruotare la faccia Sinistra in senso ANTIORARIO di un quarto di giro.

Per essere certi che sono stato chiaro vi dico che il senso orario è quella rotazione che le lancette di un immaginario orologio che sia stato incollato sulla faccia, che deve ruotare, eseguono o è anche la rotazione che fate quando avvitate un'immaginaria vite al centro della faccia

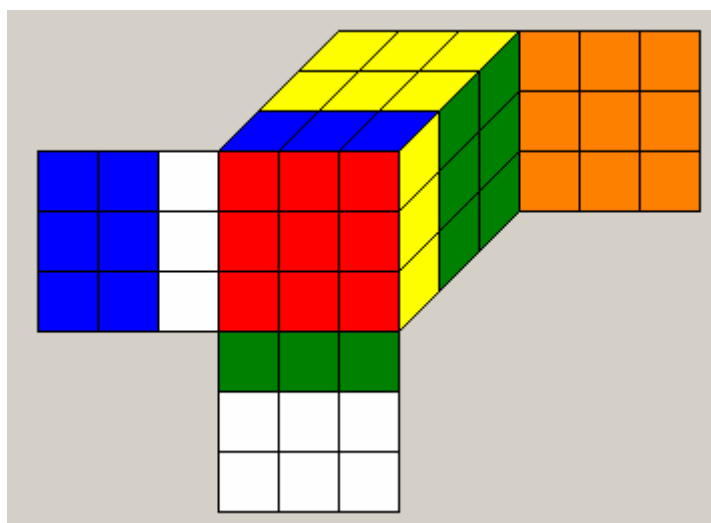
medesima. Mi raccomando una errata interpretazione/esecuzione in un punto qualsiasi porterà, ovviamente, a distruggere completamente tutto il lavoro da voi eseguito per riordinare il cubo.

E' di fondamentale importanza eseguire i movimenti precedenti senza esitare, come quando guidate la macchina e/o la moto, dove le mani e le gambe, in modo automatico, effettuano una serie di movimenti senza star a pensare su cosa e su come fare le varie manovre.

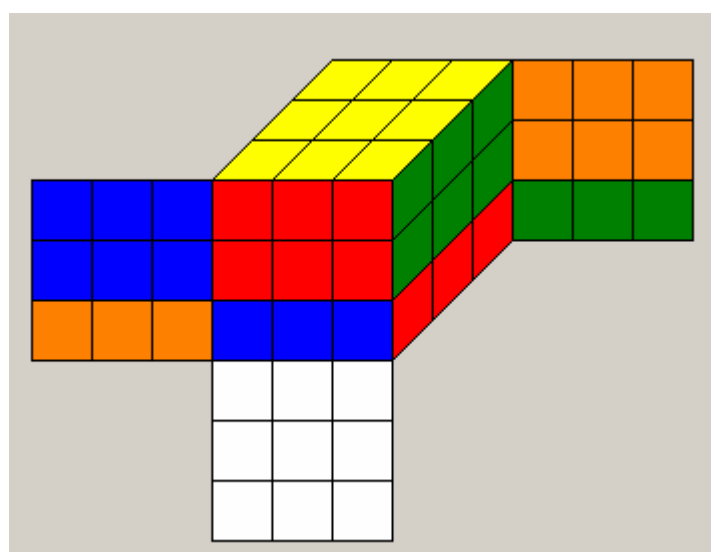
10. Visualizzazione dei movimenti delle facce.

Ora vi farò vedere i movimenti che ho sopra descritto visualizzandoli sul cubo. Ovviamente il cubo di partenza per tutte le varie visualizzazioni è quello standard, cioè quello completamente riordinato.

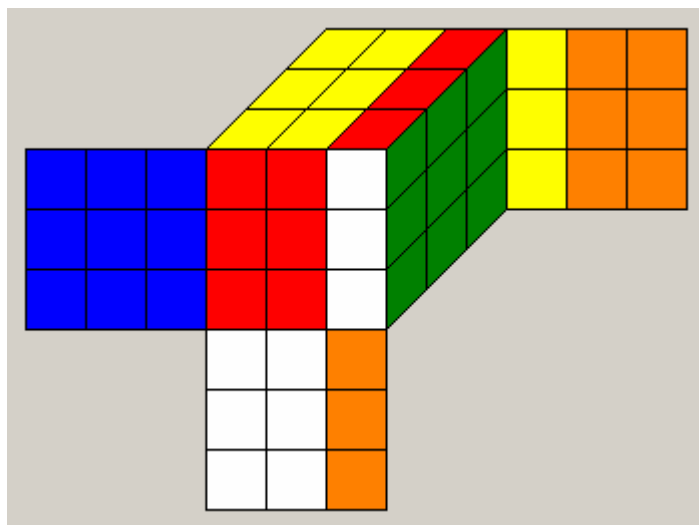
a



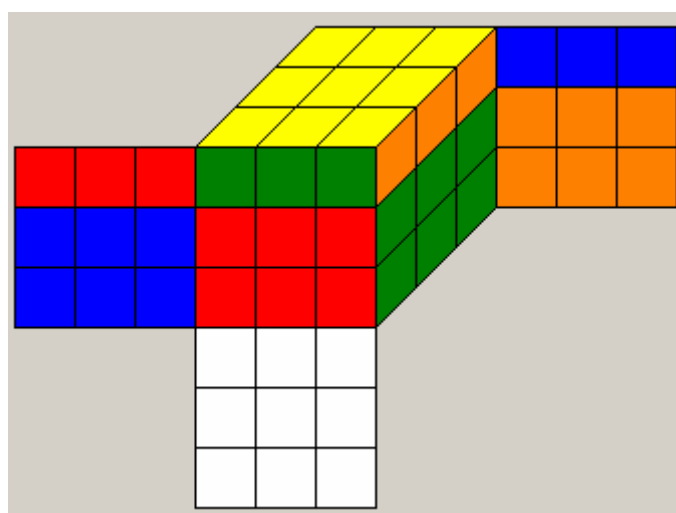
b



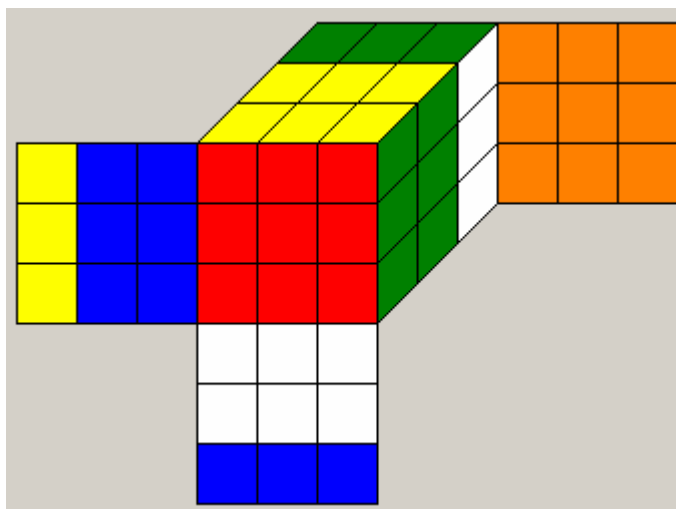
d



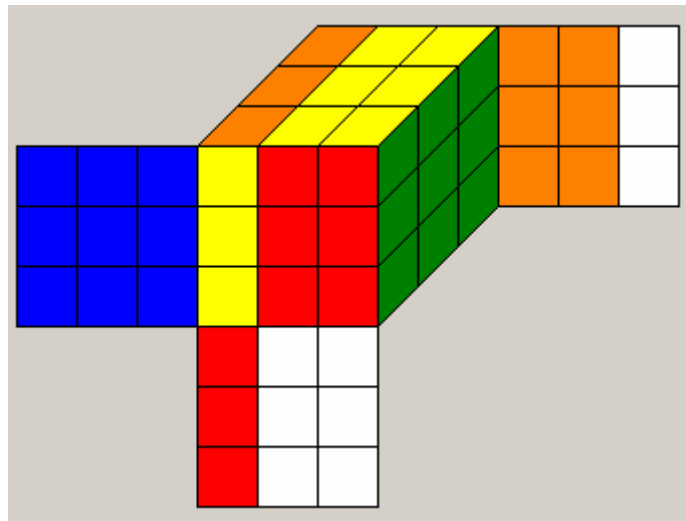
h



p



s



Non credo ci sia bisogno di mostrarvi i 6 movimenti contrari (**a'** - **b'** - **d'** - **h'** - **p'** - **s'**)

11. Proprietà forse non ovvie.

1) Per esempio il movimento **a** che avete effettuato sul vostro cubo può essere annullato, riportando il cubo in posizione standard, con il movimento **a'**. Questo vale, ovviamente per tutti gli altri movimenti delle sei facce del cubo.

Se vogliamo ruotare la faccia “a” di mezzo giro, cioè due volte consecutive un quarto di giro, segneremo **aa** o meglio ancora **a²** che comunque equivale anche ai movimenti **a'a'** ed anche al movimento **a'²**.

Altre due equivalenze importanti, almeno teoricamente, sono che il movimento **a'** equivale ai movimenti **aaa** e che il movimento **aaaa** (quattro volte consecutive il medesimo movimento) riporta la faccia in posizione standard, cioè è un movimento neutro.

2) I movimenti scritti, o sequenza di movimenti, si leggono, come di consueto da sinistra a destra, cioè prima si esegue il movimento del primo simbolo a sinistra poi, dalla posizione del cubo appena formata, si esegue il movimento del secondo simbolo a sinistra e così di seguito fino ad avere eseguito tutti i movimenti descritti.

12. Con quale mano si ruotano le varie facce.

Personalmente tengo in mano il cubo con il pollice della mano sinistra al centro della faccia Destra del cubo e l'indice (o il medio) della mano sinistra al centro della faccia Sinistra del cubo. Posiziono il cubo un po' ruotato rispetto al petto di circa 45°, in modo da “vedere” lo spigolo del cubo compreso tra le facce **a**, **h**, **d**. Ruoto la faccia in Alto (**h**), la faccia Posteriore (**p**), la faccia Destra (**d**) e quella in Basso (**b**) con la mano destra. Le altre facce, quella Anteriore (**a**) e quella Sinistra (**s**), con la mano sinistra, ovviamente tenendo il cubo con la mano destra con il pollice al centro della faccia in Alto ed l'indice (o il medio) al centro della faccia in Basso. Ho visto anche altri “cubisti” effettuare questa soluzione, anche se alcuni si trovano meglio con quest'altro modi di esecuzione che ora vi illustro. Ruotano la faccia in Alto (**h**), la faccia Posteriore (**p**), la faccia Destra (**d**) con la mano destra. Le altre facce, quella in Basso (**b**), quella Anteriore (**a**) e quella Sinistra (**s**), con la mano sinistra.

Scegliete il metodo a voi più consono in base alle vostre caratteristiche.

13. Regola di inversione.

Fino a questo punto abbiamo fatto solo tante belle parole, ma ora facciamo veramente sul serio. Vi faccio vedere come si riporta il cubo in posizione standard **CONOSCENDO** la sequenza delle rotazioni che avete effettuato.

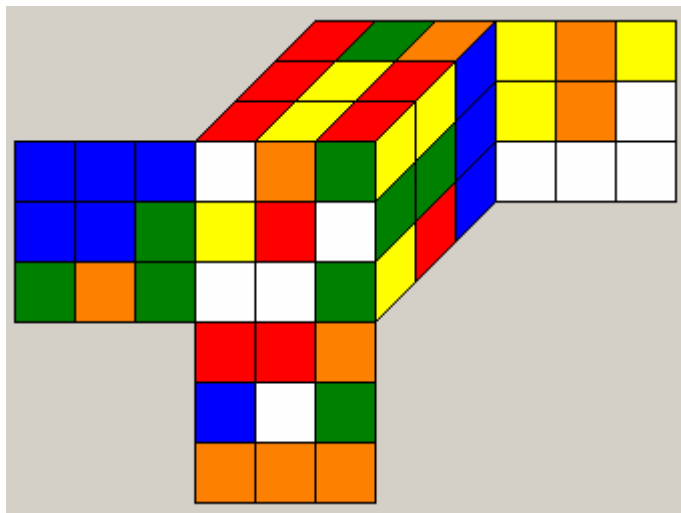
Ammettiamo che abbiate effettuato sul vostro cubo questa sequenza di rotazioni

ahhpsdb

Intanto è da far notare che questa sequenza può essere scritta anche un po' più brevemente, ecco come.

ah²psdb

Ora vi faccio vedere sul cubo la rappresentazione di questo movimento.



Come potete vedere, già con poche rotazioni, il cubo è già in un caos incredibile. Per riportarlo in posizione standard, se avete letto bene il capitolo 11. “Proprietà forse non ovvie”, siete sicuramente in grado di fare da soli, per quelli che si fossero distratti un attimo ecco come si fa. Bisogna eseguire la sequenza soprascritta da DESTRA verso sinistra ed in contemporanea INVERTIRE le rotazioni. Cioè (con lettura consueta da sinistra verso destra):

b'd's'p'h²a'

Ho scritto **h²** e non **h'²** perché i due movimenti sono equivalenti, come potete verificare da soli e come ho scritto al punto 11. “Proprietà forse non ovvie”.

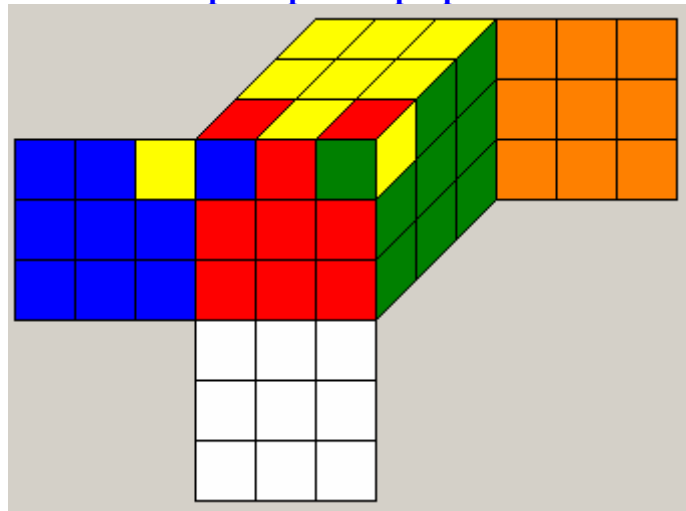
14. Rotazione dei CV e CS.

Al capitolo 5. vi ho detto che vi avrei mostrato una serie di generatori (si chiamano in questo modo le sequenze di rotazioni elementari necessarie ad eseguire sul cubo uno scopo ben preciso). Ora avete tutti gli strumenti indispensabili per poterle vedere e provare ed anche riuscire ad annullarle tornando alla posizione standard.

A) Rotazione di due soli CV.

Io vi farò vedere come si ruotano due CV lasciando tutti gli altri cubetti alla posizione standard. Esistono tantissimi generatori che danno questo risultato ma io ve ne farò vedere uno soltanto.

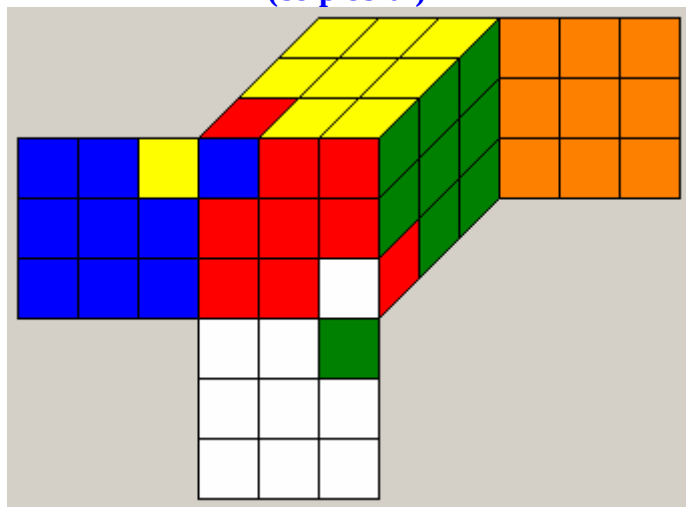
$hp'h's'p's'a's'pshph'a$



Ho aggiunto degli spazi per farvi vedere la simmetria in questo generatore. Come vi ho detto nel capitolo 5. i due CV hanno ruotato in senso inverso l'uno dall'altro e più precisamente il CV ash (Anteriore-Sinistra-Alto) ha ruotato in senso Antiorario e il CV adh (Anteriore-Destra-Alto) ha ruotato in senso Orario.

Vediamo ora la rotazione di due soli CV che invece di essere accanto sulla solita faccia, sono opposti sulla diagonale della medesima faccia.

$(bs'p^2sb'a^2)^2$

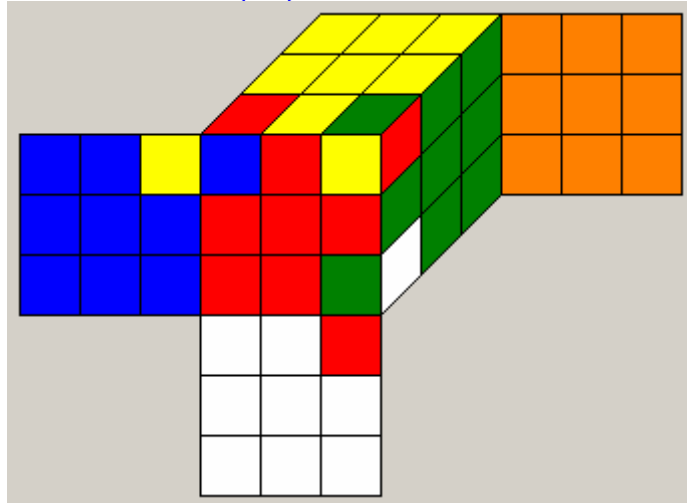


I due CV hanno ruotato in senso inverso l'uno dall'altro e più precisamente il CV ash (Anteriore-Sinistra-Alto) ha ruotato in senso Antiorario e il CV adb (Anteriore-Destra-Basso) ha ruotato in senso Orario. Vi voglio far notare la simmetria di questo generatore.

B) Rotazione di tre soli CV.

Io vi farò vedere come si ruotano tre CV lasciando tutti gli altri cubetti alla posizione standard. Esistono tantissimi generatori che danno questo risultato ma io ve ne farò vedere uno soltanto.

$d'(b's)^2b'db^2s^2h'a^2hb$

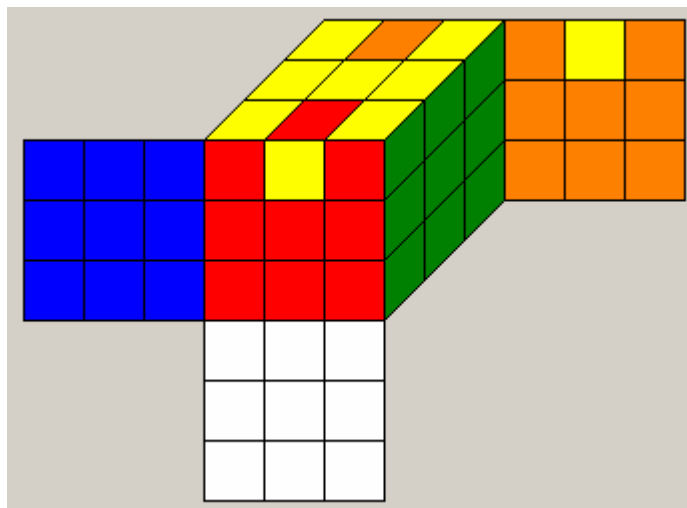


Qui fate attenzione, le rotazioni dentro la parentesi vanno eseguite un numero di volte identico all'esponente medesimo, per cui $d'(b's)^2b'd$ ecc è equivalente a: $d' b's b's b'd$ ecc. Mi raccomando fate molta attenzione. Ovviamente si poteva anche scrivere $d'b'(sb')^2d$ ecc. Anche qui, potete vedere che i tre CV hanno ruotato in senso Antiorario.

C) Rotazione di due soli CS.

Io vi farò vedere come si ruotano due CS lasciando tutti gli altri cubetti alla posizione standard. Esistono tantissimi generatori che danno questo risultato ma io ve ne farò vedere uno soltanto.

$ds'hp'dh'pd'sh'ad'ha'$



15. Conteggio rotazioni.

Ovviamente esistono moltissimi generatori (sequenze di rotazioni singole) che generano sul cubo la solita configurazione. Ora sorge una domanda interessante. “Qual è, tra tutti i vari generatori quello migliore?” La risposta è, ovviamente, quello più breve.

Sembra incredibile, ma esistono due metodi per contare le rotazioni di un generatore.

A) Il primo metodo conta il numero di rotazioni di quarto di giro.

B) Il secondo metodo conta il numero di facce portate in rotazione.

Il metodo B) si giustifica dal fatto che nel tempo che riusciamo a fare un quarto di giro ad una faccia possiamo fare anche due quarti di giro alla medesima faccia. Per cui i due metodi di

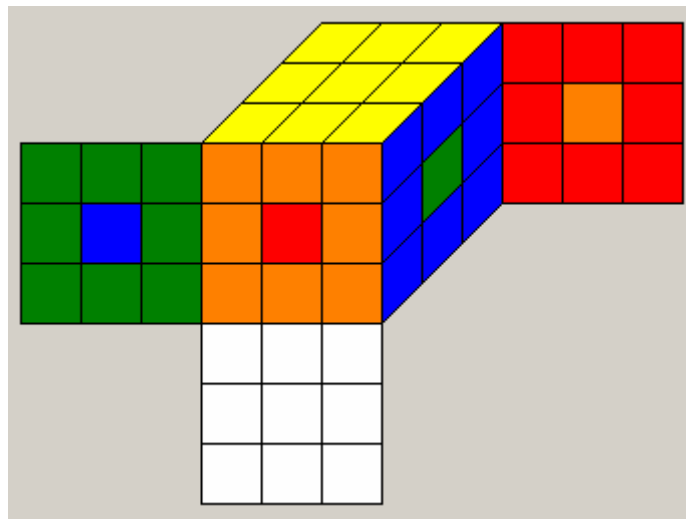
conteggio differiscono per il fatto, che chi conta con il metodo A) conta “due” dove il metodo B) conta “uno”.

Facciamo un esempio pratico.

	d^2	s^2	h	b'	a^2	p^2	h	b'
A)	2	2	1	1	2	2	1	1
B)	1	1	1	1	1	1	1	1

Questa sequenza di rotazioni se contata con il metodo A) vale 12, $(2+2+1+1+2+2+1+1)$ se contata con il metodo B) vale 8 $(1+1+1+1+1+1+1+1)$.

Andiamo ora ad illustrare questo generatore.



Questa configurazione, come tutte le configurazioni regolari che è possibile generare sul cubo, ha un nome. Questa figura si chiama “4 QUADRATI” il motivo di tale nome è ovvio. Esistono alcune centinaia di figure regolari (io ne possiedo circa 150 tutte differenti) ma, ovviamente, ne esistono molte di più.

16. Creazione di generatori simili.

Ora vi farò vedere come si possono “creare” dei generatori partendo da generatori esistenti. Esistono tre metodi distinti, vediamoli uno per uno con un esempio pratico e coi i loro pregi-difetti.

Ammettiamo di volere un generatore che ci possa permettere di ruotare i due CS dh e sh . Vi ricordo che abbiamo già visto un generatore simile a quello che stiamo cercando e cioè $ds'hp'dh'pd'sh'ad'ha'$ che però permette di ruotare i due CS ah e ph .

1) Il metodo più semplice, ma anche meno creativo, anche se molto utile consiste nel eseguire il generatore che abbiamo già e poi ruotare il cubo di un quarto di giro. O meglio, prima ruoto il cubo di un quarto di giro in senso orario/antiorario, poi eseguo il mio generatore e dopo ruoto il cubo di un quarto di giro in senso antiorario/orario.

2) Un altro metodo, abbastanza semplice, sulla falsa riga del precedente, consiste nel creare un generatore X per portare i due CS che vogliamo ruotare nella posizione dove interviene in nostro generatore, poi applicare il nostro generatore e dopo applicare il generatore X' per riportare alla posizione di partenza i due CS. Facciamo due esempi pratici di questo metodo che è veramente importante conoscere bene.

Esempio A.

Il nostro generatore X potrebbe essere il movimento h allora avremmo risolto il problema. Il nostro nuovo generatore per effettuare il movimento richiesto sarebbe $hds'hp'dh'pd'sh'ad'ha'h'$.

Esempio B.

Il nostro generatore **X** potrebbe essere il movimento **sdap** anche in questo caso avremmo risolto il problema. Il nostro nuovo generatore sarebbe **sdap ds'hp'dh'pd'sh'ad'ha' p'a'd's'**.

Che differenza esiste tra l'esempio **A** e l'esempio **B**? Teoricamente nessuna, la differenza consiste che se non esiste un generatore semplice per portare i nostri cubetti nella posizione da noi desiderata, possiamo creare un generatore più complesso che possa soddisfare la nostra ricerca.

3) Il terzo metodo, un po' più sofisticato rispetto ai due precedenti consiste nel capire come si dovrebbero muovere la varie facce se si ruotasse il cubo nella nuova posizione. Capisco di non essere stato chiaro per cui passiamo subito alla costruzione del nuovo generatore.

Il movimento **d** si trasformerebbe nel movimento **a**
 Il movimento **s'** si trasformerebbe nel movimento **p'**
 Il movimento **h** si trasformerebbe nel movimento **h**
 Il movimento **p'** si trasformerebbe nel movimento **d'**
 Il movimento **d** si trasformerebbe nel movimento **a**
 Il movimento **h'** si trasformerebbe nel movimento **h'**
 Il movimento **p** si trasformerebbe nel movimento **d**
 Il movimento **d'** si trasformerebbe nel movimento **a'**
 Il movimento **s** si trasformerebbe nel movimento **p**
 Il movimento **h'** si trasformerebbe nel movimento **h'**
 Il movimento **a** si trasformerebbe nel movimento **s**
 Il movimento **d'** si trasformerebbe nel movimento **a'**
 Il movimento **h** si trasformerebbe nel movimento **h**
 Il movimento **a'** si trasformerebbe nel movimento **s'**

Per cui il nostro nuovo generatore sarebbe **ap'hd'ah'da'ph'sa'hs'**. Come potete vedere non è poi così difficile. Sarete voi a dover valutare, caso per caso, quale dei vari metodi fa al vostro specifico utilizzo reale. Ovviamente questo metodo dà come risultato un generatore con il solito numero di rotazioni di quello di partenza.

Ora facciamo un esempio un po' diverso.

Ammettiamo che voi vogliate ruotare i due CS **as** e **dp**? Come fareste? Ovviamente il metodo 1) ed il metodo 3) non vanno bene, ma il metodo 2) è perfetto. Provate a ricavarlo da soli.

Io vi voglio dare altri tre generatori, differenti tra loro, idonei al nostro scopo, ma non ricavabili con nessuno dei tre metodi da me spiegati.

Conteggio rotazioni	A	B
A) dp'bd'ph²b²a'sb'as'h²b²	18	14
B) s'h'pd'sh'ad'ha'ds'hp'ds	16	16
C) dp'b'a'bpad²a²d'(ad)²	16	14

17. Metodo generale di riordino.

Può capitare, scrivendo la notazione inversa di un vostro movimento, di commettere un errore (una **b** invece di **b'** o **d'**) oppure di eseguire un movimento errato ed allora avviene un vero disastro. L'unico modo per rimediare a questo disastro consiste nel METODO GENERALE DI RIORDINO.

Esistono vari metodi per riordinare il cubo di Rubik. Alcuni ortodossi ed altri meno. Direi di iniziare dai metodi NON ortodossi lasciando per ultimo il "vero" ed unico metodo di risoluzione.

A) Primo metodo NON ortodosso.

Questo metodo è semplice se avete un cubo con i colori che sono degli adesivi. Staccate gli adesivi, riattaccateli in modo da avere un colore per ogni faccia, ed il gioco è fatto.

B) Secondo metodo NON ortodosso.

Questo metodo è un po' più difficile del precedente. Alcuni cubi possiedono sotto l'adesivo di una faccetta centrale una vite. Togliete l'adesivo, poi svitate la vite e tutti i pezzi del cubo verranno via da soli (o quasi). Casomai ruotate leggermente le altre facce per poter togliere i vari pezzi.

Se il vostro cubo non possiede la vite centrale è possibile smontarlo ugualmente in quest'altro modo. Ruotate di 45° (un ottavo di giro) la faccia superiore "h" e poi con una certa delicatezza cercate di far uscire un CS della medesima faccia aiutandovi, se necessario, facendo leva tra il CS della faccia superiore e la parte di colore nero del CS immediatamente sottostante. Non dovete aver paura di romperlo, ma comunque fate questa manovra con una certa delicatezza e soprattutto senza furia. **MI RACCOMANDO.** Il cubo ha, ovviamente, una certa elasticità che va sfruttata totalmente per questa manovra. Una volta tolto il CS è abbastanza facile togliere i due CV adiacenti al CS che avete tolto. Poi potete estrarre con delicatezza tutti gli altri pezzi, facendo, se è il caso, ruotare le varie facce in modo da liberare tutti gli altri cubetti. Ora avete ottenuto quanto da me descritto nel paragrafo 3. Per il rimontaggio dovete seguire la manovra al contrario, cioè l'ultimo pezzo da inserire dovrà necessariamente essere un CS e non un CV. Se cercate di inserire come ultimo pezzo un CV rischierete di romperlo. **Il cubo è progettato perché possa essere smontato e rimontato nel modo da me descritto.** Per cui mi raccomando. **FATE MOLTA ATTENZIONE** quando eseguirete tale manovra.

Quando rimontate il cubo, inserendo i vari cubetti, state attenti a rimontarlo in posizione standard, un colore per ogni faccia. Questo è per dirvi che se lo rimontate "alla cieca" cioè senza vedere dove posizionate i vari CV e CS, esiste solo una possibilità su dodici di poterlo riordinare con le rotazioni delle varie facce. Se non fosse possibile riordinarlo dovrete smontarlo nuovamente o, se i colori sono adesivi, staccarli e riattaccarli. Vi ricordate cosa ho scritto al paragrafo 4? Divido per 3 per i CV, divido per 2 per i CS e divido per 2 per la parità delle permutazioni. Se moltiplicate questi numeri ($3 \cdot 2 \cdot 2$) si ottiene proprio 12.

C) Metodo ortodosso.

In realtà dovrei dire METODI ORTODOSSI, visto che io ne conosco almeno tre (forse ho trovato un quarto metodo, ma lo devo sempre verificare ed analizzare in tutti i suoi aspetti). Qui ora vi farò vedere un metodo di riordino semplicissimo e velocissimo che consiste nell'applicare meccanicamente tre generatori (una volta su due i generatori da utilizzare sono quattro).

Il metodo che qui io descriverò consiste in tre parti distinte.

Parte 1

Sistemazione e orientazione di tutti e 8 i CV.

Parte 2

Sistemazione e orientazione di tutti e 8 i CS di due facce opposte.

Parte 3

Sistemazione e orientazione di tutti e 4 i rimanenti CS.

Parte 1

Posizionate ed orientate 4 CV di una medesima faccia. La cosa è molto semplice, ma se non siete in grado di riuscirci è sufficiente che posizionate 4 CV di una medesima faccia nei loro rispettivi posti. Io vi darò un GENERATORE molto semplice per poterli orientare in modo corretto. Se non siete in grado di fare nemmeno questo non c'è problema, vi darò tra poco un altro GENERATORE che ha proprio lo scopo di posizionare i vari CV.

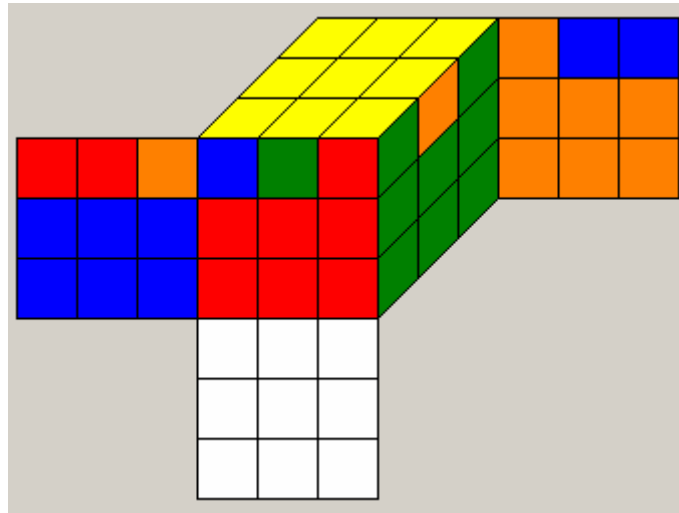
Per chi invece fosse in grado di costruire una faccia intera (cioè posizionare e orientare tutti e quattro CV e tutti e quattro i CS della faccia) sarà avvantaggiato, visto che questo metodo non renderà vano questo lavoro. Tenete presente che si può costruire una faccia nel senso appena detto

molto facilmente senza nessuna conoscenza particolare. Dopo che avete posizionato ed orientato i 4 CV di una faccia fate altrettanto con i 4 CV della faccia opposta.

Con questo generatore si possono scambiare di posto due CV della faccia h e più precisamente il CV ash con il CV sph. Tutti gli altri CV non si muoveranno. Vediamo cosa succede se applico questo generatore ad un cubo in posizione standard, cioè in posizione di partenza.

GENERATORE 1

$d^2p^2dad'p^2da'dh$

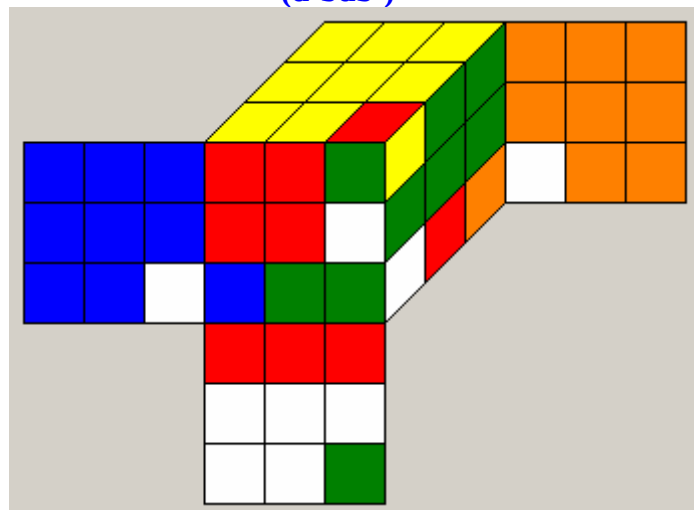


Come potete vedere nella figura tutti i CV della faccia in basso sono rimasti al loro posto. I CV adh (per maggior chiarezza il CV Rosso-Verde-Giallo) e dph (Verde-Arancione-Giallo) sono rimasti al loro posto. In compenso si sono invertiti il CV ash (Rosso-Blu-Giallo) con il CV sph (Blu-Arancione-Giallo). In questa fase non ci occuperemo di cosa è successo a i CS, anche se i CS della base (ab – db – pb – sb) sono rimasti nella loro posizione e anche i CS del secondo strato (ad – dp – ps – sa) non si sono mossi.

Con questo generatore si possono orientare i vari CV che saranno stati precedentemente posizionati in posizione adh. Vediamo cosa succede se applico questo generatore ad un cubo in posizione standard, cioè in posizione di partenza.

GENERATORE 2

$(d'bdb')^2$



Come potete vedere il CV adh (Rosso-Verde-Giallo) ha ruotato in senso orario. Se avete la necessità di farlo ruotare in senso antiorario basta applicare due volte questo generatore, oppure applicare una sola volta il GENERATORE 2', cioè l'inverso del GENERATORE 2. Vi ricordate come si costruiscono i generatori inversi? Se non ve lo ricordate andate a vedere il paragrafo 13. Comunque per darvi la possibilità di verificare la vostra bravura eccolo già fatto.

GENERATORE 2' $(bd'b'd)^2$

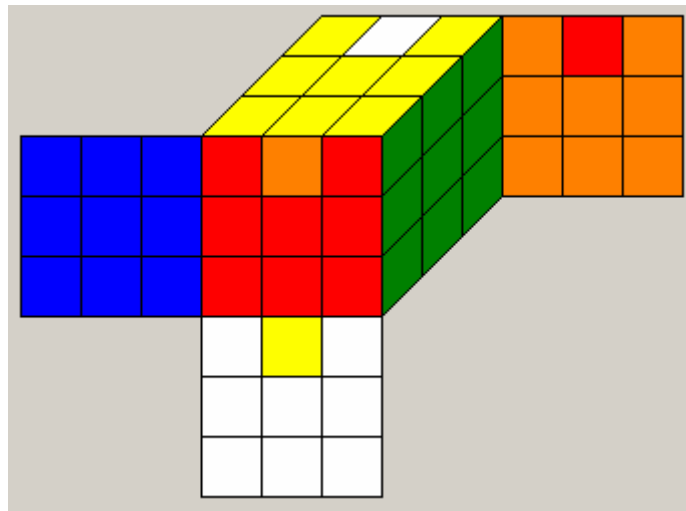
Alcuni di voi sicuramente obietteranno dicendo: "Il Generatore 2 non è idoneo perché fa ruotare tre CV della faccia inferiore". Questa obiezione è corretta, ma è anche vero che se si sta "costruendo" i primi quattro CV di cosa succede agli altri CV non ci interessa minimamente. Se invece si sta costruendo i secondi quattro CV basta ruotare la faccia superiore e spostare, nella posizione adh il CV da ruotare che poi "miracolosamente" tutto ritorna al suo posto (se ci pensate bene è logico che torni tutto al suo posto. Ricordate il capitolo 5? Questa è una sua conseguenza). Comunque se il Generatore 2 non vi piace potete utilizzare il Generatore che vi ho fatto vedere al capitolo 14. punto A. Quello permette di ruotare due soli CV.

Parte 2

Posizionate ed orientate 4 CS di una medesima faccia e poi quelli della faccia opposta. Vi do immediatamente i due generatori che servono.

Con questo generatore si possono spostare i CS.

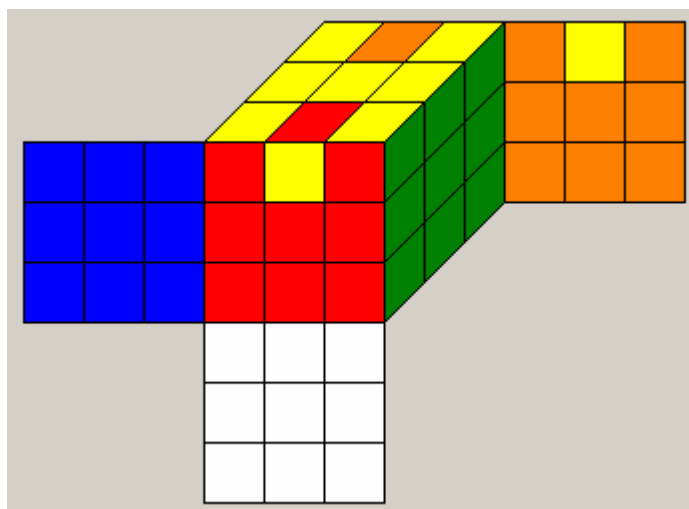
GENERATORE 3 $d'sa^2ds'h^2$



Con questo generatore, e con generatori derivati da questo, si possono orientare i CS.

GENERATORE 4

ds'hp'dh'pd'sh'ad'ha'



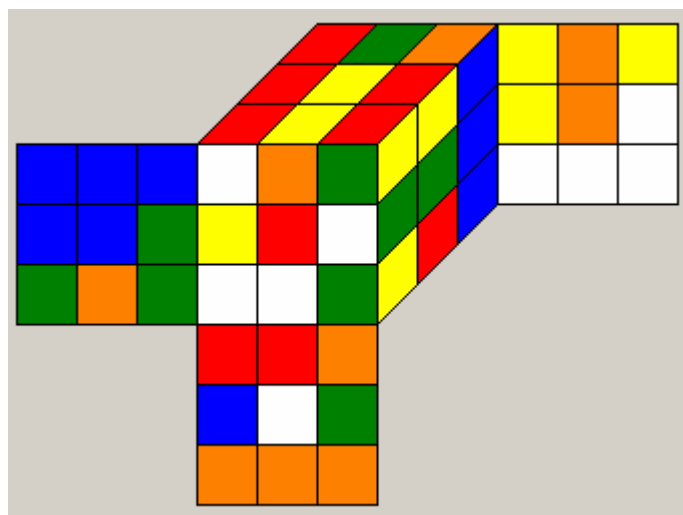
Parte 3

Posizionate ed orientate 4 CS rimasti con i generatori 3 e 4 (se è necessario, ovviamente).

Ora avete tutti gli strumenti necessari per riordinare il cubo di Rubik formato da 3 cubetti per lato. Avete un Generatore per spostare i CV, avete un Generatore per orientare i CV, avete un Generatore per spostare i CS ed avete un generatore per orientare i CS.

Esempio pratico di riordino.

Prendete il cubo in posizione standard e fate in modo che la faccia di colore Rosso sia la “a” e la faccia di colore Giallo sia la “h”. Se il vostro cubo è uguale al mio gli altri colori saranno come nelle figure che ho utilizzato. Ora applicate il movimento **ah²psdb** e se è non avete commesso errori di rotazione e/o di notazione avrete un cubo in questo stato.



Per riordinare il cubo basterebbe eseguire il movimento precedente al contrario, ma ora facciamo finta di non conoscere questa soluzione ed andiamo alla ricerca della soluzione (molto più lunga e complessa) che può venire fuori dal “METODO GENERALE DI RIORDINO”.

Ovviamente io parto dall'ipotesi che non sappiate costruire una faccia intera, se lo sapete fare è meglio e vi risulterà più semplice riordinare il cubo.

Per seguire passo-passo tutti i vari stadi del riordino bisogna leggere punto per punto ed eseguire solamente i movimenti scritti in **blu** e effettuare le varie rotazioni del cubo nel suo insieme.

PARTE 1 Sistemazione e orientazione di tutti e 8 i CV.

Facendo molta attenzione a NON ruotare il cubo fra le mani, ed andiamo alla ricerca dei 4 CV della faccia “h”.

Il CV Giallo-Rosso-Verde si trova già nella sua posizione, ma non è orientato correttamente.

Il CV Giallo-Verde-Arancione si trova in posizione “adb”, per portarlo in posizione corretta effettuare il movimento **bp**. Ora va solo orientato.

Il CV Giallo-Arancione-Blu si trova già nella sua posizione, ma non è orientato correttamente.

Il CV Giallo-Rosso-Blu si trova in posizione “psb”, per portarlo in posizione corretta effettuare il movimento **bdad'**. In questo caso risulta anche già orientato.

Orientiamo i 4 CV della faccia “h”.

Io utilizzerò il GENERATORE 2 e 2' per orientare i 3 CV della faccia “h” che vanno orientati.

Orientiamo il CV “adh” applicando direttamente il GENERATORE 2' **(bd'b'd)²**,

Ruotiamo la faccia “h” in senso orario (**h**), in modo da posizionare in “adh” il CV Giallo-Verde-Arancione ed applichiamo il GENERATORE 2' **(bd'b'd)²**

Ruotiamo ancora, per l'ultima volta, la faccia “h” in senso orario (**h**), in modo da posizionare di nuovo in “adh” il CV Giallo-Arancione-Blu ed applichiamo il GENERATORE 2 **(d'bdb')²**

Ora se ruotiamo la faccia “h” due volte **h²** possiamo vedere che i 4 CV della faccia superiore sono tutti posizionati correttamente ed orientati correttamente.

Ovviamente i 4 CV rimasti sono tutti già presenti nella faccia “b”, forse andranno spostati tra loro e sicuramente andranno orientati.

Orientiamo i 4 CV della faccia “b”.

La cosa più semplice da fare è “trasformare” la faccia “b” in faccia “h” e poi ripetere quello che abbiamo appena visto per i CV della faccia h che abbiamo posizionato ed orientato. **Ruotate il cubo in mano in modo da trasformare la faccia Arancione nella faccia “a” e la faccia Bianca nella faccia “h”.** Tenete presente che il cubetto centrale NON si sposta MAI. Per cui, in questo momento, mi sto riferendo, ovviamente, al cubetto centrale.

Il CV Bianco-Arancione-Verde va solo orientato.

Il CV Bianco-Rosso-Blu deve andare al posto del CV Bianco-Verde-Rosso, per fare questo ruotare la faccia “h” in senso antiorario (**h'**) e poi applicare il GENERATORE 1 **d²p²dad'p²da'dh**.

Ruotare la faccia “h” in senso orario (**h**) per vedere cosa è successo. Potete notare che il CV ash e il CV dph sono posizionati correttamente ed anche orientati correttamente. I CV adh e psh sono posizionati correttamente, ma vanno orientati.

Come si è fatto precedentemente utilizzerò per orientarli il GENERATORE 2 e il 2'. Potrei anche utilizzare il generatore che vi ho fatto vedere al capitolo 14. punto A.

Per orientare il CV adh utilizzerò il GENERATORE 2 ($d'bdb'$)². Ora ho orientato il CV adh e ho distrutto i CV della base, NON vi preoccupate, con il prossimo generatore i CV della base torneranno “magicamente” al loro posto.

Per orientare il CV psh ruoterò la faccia “h” di mezzo giro (h^2) e poi applicherò il GENERATORE 2' ($bd'b'd$)². Ruotate la faccia “h” di mezzo giro (h^2) e poi andate a vedere cosa è successo a tutti e 8 i CV. Ora potete vedere che tutti i CV del cubo sono posizionati ed orientati correttamente.

PARTE 2 Sistemazione e orientazione di tutti e 8 i CS di due facce opposte.

Andiamo a posizionare ed orientare i CS di due facce opposte. Possiamo scegliere due facce opposte come più ci aggrada, noi andremo a sistemare i CS della faccia Arancione “a” e della faccia Rossa “p”.

Il CS Arancione-Giallo si trova nella posizione dh e va portato nella posizione ab. Per fare questo utilizzeremo il Generatore 3 in questo modo. Se Ruotate la faccia “a” in senso orario (a), la faccia “d” in senso antiorario (d') poi potete applicare il generatore 3 in orizzontale $hb'a^2h'bd^2$ e poi rieseguiamo il movimento contrario che ci ha permesso di allineare i due CS (da'). Ora potete vedere che il CS Arancione-Giallo è posizionato correttamente ed è anche orientato correttamente.

Il CS Arancione-Blu si trova in posizione dp e va portato nella posizione as. Per fare questo ruoterò la faccia “d” di mezzo giro (d^2) e poi applicherò il generatore 3 in orizzontale $hb'a^2h'bd^2$. Poi, ovviamente, rieseguirò il movimento contrario che ci ha permesso di allineare i due CS e cioè d^2 . Come potete vedere, piano-piano i vari pezzi del cubo si stanno inserendo al proprio posto.

Il CS Arancione-Verde si è posizionato ed orientato da solo senza che noi lo volessimo, ovviamente è un effetto collaterale, non cercato, ma molto utile. Se non si posizionava ed orientava da solo avremmo dovuto sistemarlo ed orientarlo noi come stiamo facendo con gli altri CS.

Il CS Arancione-Bianco si trova in posizione sp e va portato nella posizione ah. **Per fare questo ruoterò il mio cubo in modo da avere la faccia Arancione come faccia “a” e la faccia Gialla come faccia “h”.** Poi ruoterò la nuova faccia “d” in senso antiorario (d') la faccia “h” in senso orario (h) e ora applicherò il generatore 3 così come ho dato $d'sa^2ds'h^2$. Ora eseguirò, invertiti, i movimenti che mi hanno portato ad allineare i due CS ($h'd$). Come potete vedere la faccia Arancione ora è completa e le altre facce si stanno completando pian piano.

Ora, dopo aver completato la faccia Arancione bisogna completare la faccia opposta. Mi raccomando SEMPRE e soltanto la faccia OPPOSTA. Se provate a fare in maniera diversa rischierete di non riuscire a sistemare il cubo. **Portiamo la faccia Rossa come faccia “a” e la faccia Bianca come faccia “h”.**

Il CS Rosso-Verde si trova già posizionato correttamente ed orientato correttamente.

Il CS Rosso-Giallo si trova in posizione sh e va portato in posizione ab. Per fare questo ruoterò la faccia “h” di mezzo giro (h^2) poi ruoterò la faccia “a” in senso orario (a) e la faccia “d” in senso antiorario (d'). A questo punto posso applicare il generatore 3 in orizzontale $hb'a^2h'bd^2$. Poi effettuerò i passaggi contrari per riportare il cubo nella posizione precedente ($da'h^2$) Ed ora potete vedere che il CS Rosso-Giallo è posizionato ed orientato.

Il CS Rosso-Blu si trova in posizione sh e va portato in posizione ad. Se ruotate la faccia “a” (**a**) potete notare che risiamo nella identica posizione del CS Rosso-Giallo, per cui possiamo rifare le solite rotazioni (**h² a d' hb'a²h'bd² d a' h²**) e poi bisogna riportarsi nella posizione di partenza con il movimento (**a'**). Anche il CS Rosso-Blu è posizionato ed orientato.

Il CS Rosso-Bianco si trova in posizione dh e va portato in posizione ah. Per cui ecco i vari movimenti (**a'**) (**d'**) + il generatore 3 in orizzontale **hb'a²h'bd²** + (**da**). Ora anche il CS Rosso-Bianco è posizionato ed orientato correttamente. Rimangono da posizionare ed orientare solamente i quattro CS delle facce Bianco-Blu-Giallo-Verde.

PARTE 3 Sistemazione e orientazione di tutti i restanti 4 CS.

Ruotiamo il nostro cubo in modo che la faccia Blu sia la faccia “a” e la faccia Bianca sia la faccia “h”. Applichiamo direttamente il generatore 3 **d'sa²ds'h²** e il CS ab Blu-Giallo è andato a posto e si è pure orientato correttamente. **Ruotiamo il nostro cubo in modo che la faccia Bianca sia la nuova faccia “a” e la faccia Verde sia la nuova faccia “h”.** Applichiamo nuovamente il generatore 3 **d'sa²ds'h²** ed il cubo è sistemato correttamente. Nell'eventualità che due CS siano posizionati ma NON orientati è sufficiente utilizzare il generatore 4. come descritto.

Con un po' di pratica è possibile riordinare il cubo, con questo metodo, in pochi minuti.

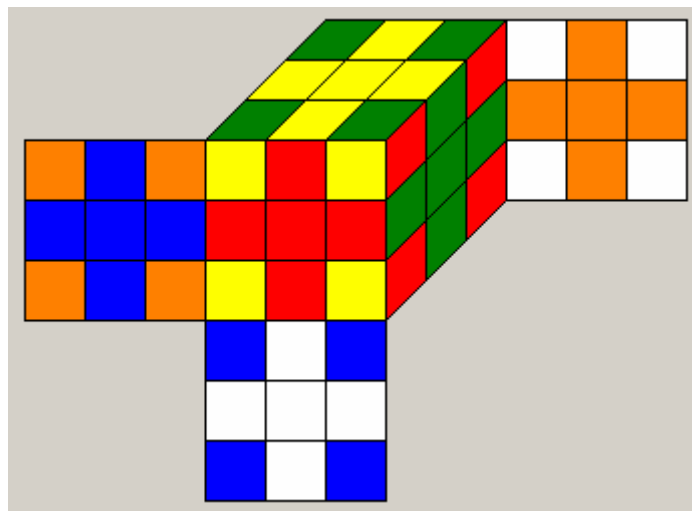
18. Belle Figure.

Qui io vi farò vedere alcune “Belle Figure”. Intendo per “Belle Figure” quelle rappresentazioni regolari che è possibile creare sul cubo di Rubik. I più coraggiosi, penna in mano, riusciranno a trovare molte figure regolari. Io do un solo GENERATORE per ogni figura, ma ne esistono tantissimi, di generatori diversi, in grado di dare la medesima figura. **Naturalmente tutte le figure che sono ROTAZIONI del cubo non si possono considerare nuove figure.**

CONFEZIONE REGALO (1)

3 **hb²a's²bads'ap's'h'a²shpa'sd'bh'**

(24) (21)

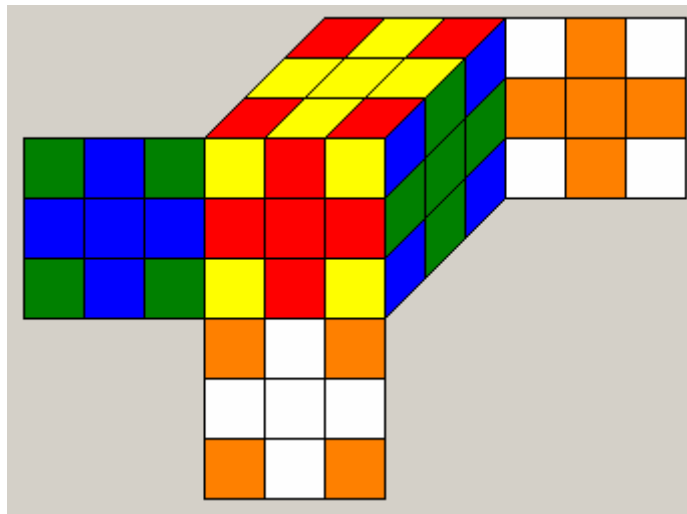


Qui i CV si sono scambiati in un giro a 3. I CV gialli sono andati al posto di quelli rossi, quelli rossi sono andati al posto di quelli verdi e quelli verdi sono andati al posto di quelli gialli. Stessa cosa per gli altre tre facce. Se il GENERATORE viene ripetuto per tre volte (vedi in numero prima del generatore) il cubo torna alla posizione standard. Se si ruota il cubo, in modo da vedere in posizione **adh** il CV che era il **psb** basta ripetere il GENERATORE un'altra volta e si torna alla posizione standard.

CONFEZIONE REGALO (2)

2 $s'hba^2p^2hbd's'h^2b^2d'$

(16) (12)

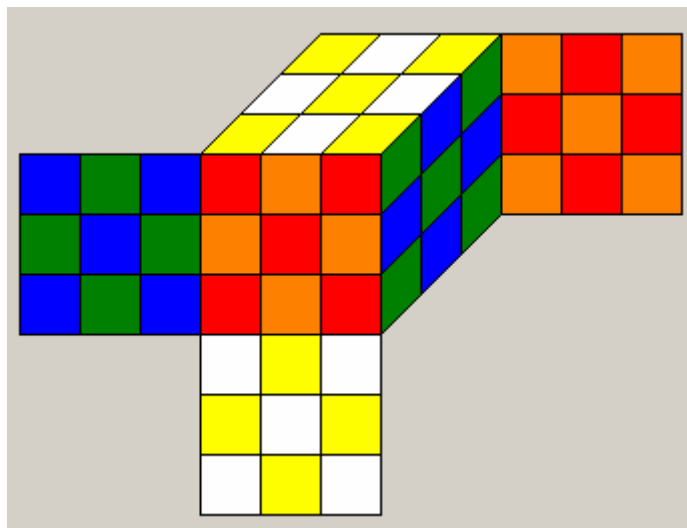


Qui i CV si sono scambiati di due in due con una faccia adiacente. I CV gialli sono andati al posto di quelli rossi e quelli rossi sono andati al posto di quelli gialli. Stessa cosa per gli altre quattro facce. Se il GENERATORE viene ripetuto per due volte il cubo torna alla posizione standard.

6 SCACCHIERE (1)

2 $a^2p^2d^2s^2h^2b^2$

(12) (6)

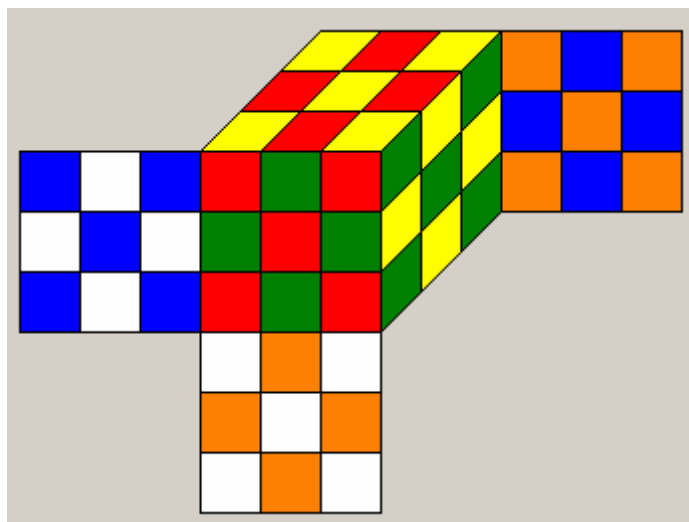


Qui i CS si sono scambiati di due in due con la faccia opposta. I CS gialli sono andati al posto di quelli bianchi e quelli bianchi sono andati al posto di quelli gialli. Stessa cosa per le altre quattro facce. Se il GENERATORE viene ripetuto per due volte il cubo torna alla posizione standard.

6 SCACCHIERE (2)

3 $hb^2a's^2bads'ap's'h'a^2sh^2b'$

(20) (16)

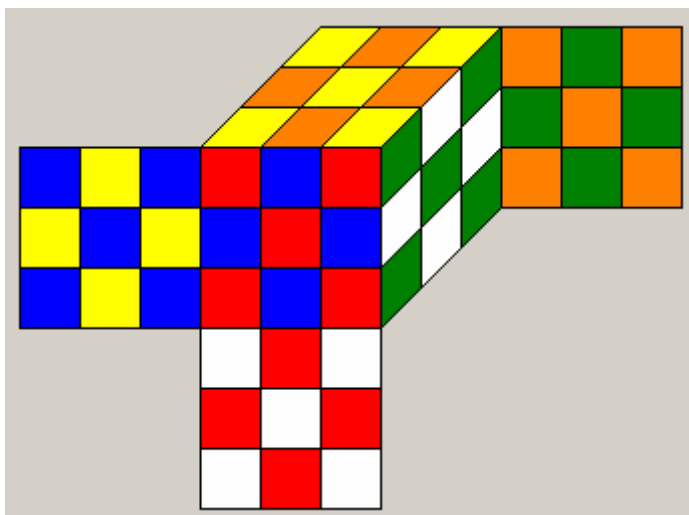


Qui i CS si sono scambiati di tre in tre. I CS gialli sono andati al posto di quelli verdi, quelli verdi sono andati al posto di quelli rossi e quelli rossi sono andati al posto di quelli gialli. Stessa cosa per gli altre tre facce. Se il GENERATORE viene ripetuto per tre volte il cubo torna alla posizione standard. Se si ruota il cubo, in modo da vedere in posizione **adh** il CV che era il **psb** basta ripetere il GENERATORE un'altra volta e si torna alla posizione standard.

6 SCACCHIERE (3)

6 $d'b'a'bsah^2p'shb'd'b'sas^2ha'$

(20) (18)

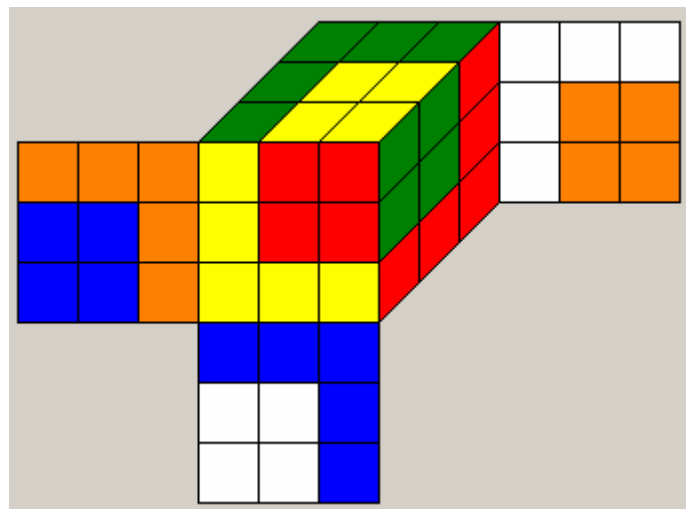


Qui i CS si sono scambiati in una serie di sei. I CS gialli sono andati al posto di quelli blu, quelli blu sono andati al posto di quelli rossi, quelli rossi sono andati al posto di quelli bianchi, quelli bianchi sono andati al posto di quelli verdi, quelli verdi sono andati al posto di quelli arancioni e quelli arancioni sono andati al posto di quelli gialli. Se il GENERATORE viene ripetuto per sei volte il cubo torna alla posizione standard.

DOPPIO CUBO

3 $sasb'pbs^2a^2b'a'dh'd'a^2b$

(21) (18)

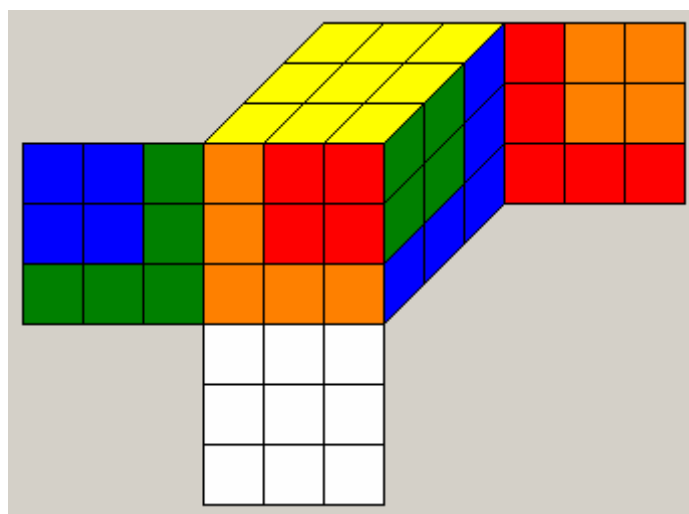


Se il GENERATORE viene ripetuto per tre volte il cubo torna alla posizione standard. Se si ruota il cubo, in modo da vedere in posizione **adh** il CV che era il **psb** basta ripetere il GENERATORE un'altra volta e si torna alla posizione standard.

SIMIL DOPPIO CUBO

2 $ab'a'dba'd'bdb'sasbd'ab'$

(17) (17)

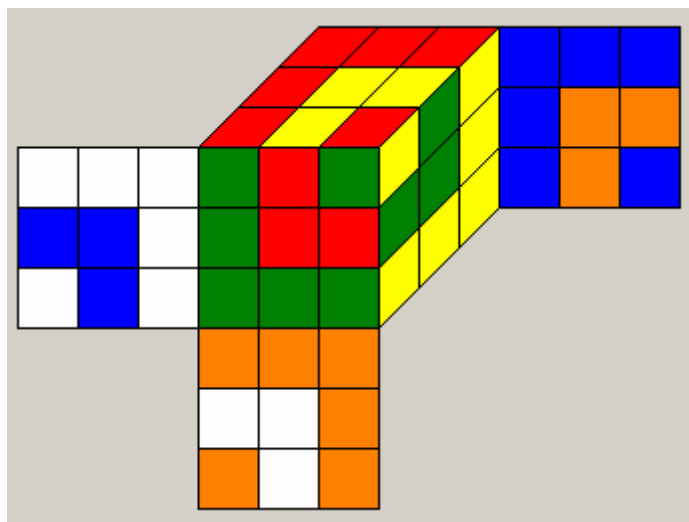


Se il GENERATORE viene ripetuto per due volte il cubo torna alla posizione standard.

TRIPLO CUBO (1)

3 $\text{hsh's}^2\text{p'b'dpsadp'h'dpd}^2$

(18) (16)

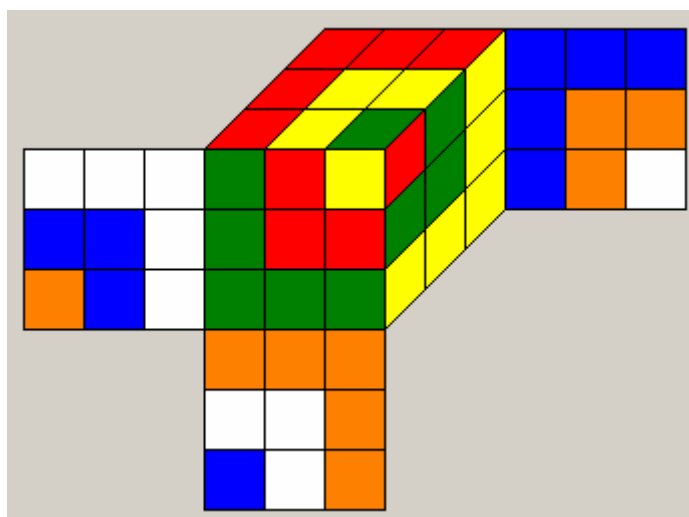


Se il GENERATORE viene ripetuto per tre volte il cubo torna alla posizione standard. Se si ruota il cubo, in modo da vedere in posizione **adh** il CV che era il **psb** basta ripetere il GENERATORE un'altra volta e si torna alla posizione standard.

TRIPLO CUBO (2)

3 $\text{dh'sah'd}^2\text{h}^2\text{dhd'h}^2\text{b'sba}^2\text{s}^2\text{h}$

(22) (17)

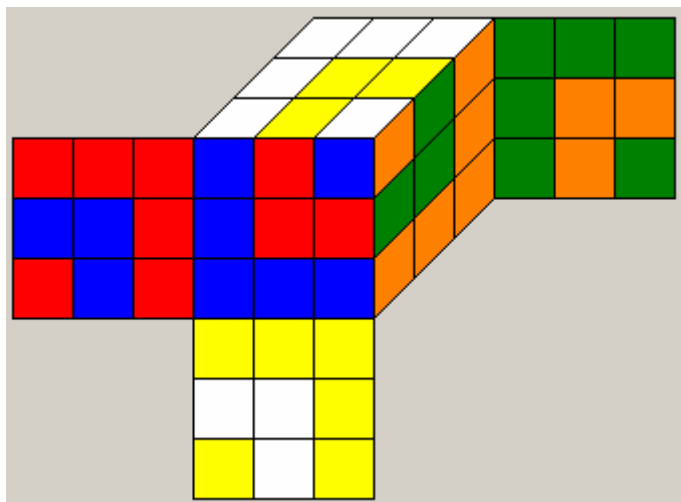


Se il GENERATORE viene ripetuto per tre volte il cubo torna alla posizione standard. Se si ruota il cubo, in modo da vedere in posizione **adh** il CV che era il **psb** basta ripetere il GENERATORE un'altra volta e si torna alla posizione standard.

TRIPLO CUBO (3)

2 $p'h'p's'bphb^2phsb's'h's^2b$

(18) (16)



Se il GENERATORE viene ripetuto per due volte il cubo torna alla posizione standard.