

190. Coordinate geografiche e gaussiane, un metodo di trasformazione

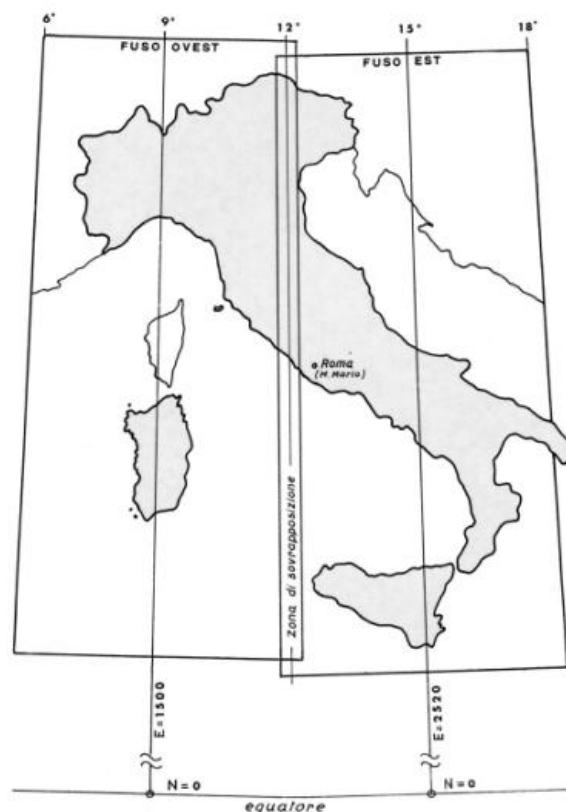
di Michele T. Mazzucato

Compito della scienza non è aprire una porta all'infinito sapere, ma porre una barriera all'infinita ignoranza

Galileo Galilei (1564-1642), atto IX

Vita di Galileo di E. B. F. Brecht

Nel sistema UTM (Universal Transverse Mercator) ogni punto del globo terrestre resta individuato da una coppia di valori che costituiscono le coordinate chilometriche o gaussiane. Queste, ricavate dal reticolato chilometrico già tracciato sulle carte topografiche, vengono definite Coordinata Nord (distanza dall'equatore) e Coordinata Est (distanza dal meridiano centrale di tangenza del fuso al quale appartiene il punto). Allo scopo di eliminare i valori negativi delle coordinate est dei punti posti a ovest del meridiano centrale del fuso, si attribuisce a questo un valore convenzionale detto entità della falsa origine. Tale falsa origine assume, nel sistema UTM, il valore di 500000 metri (al meridiano centrale di ogni fuso UTM) mentre, nel sistema Gauss-Boaga, i valori di 1500000 metri (al meridiano centrale del fuso ovest o fuso 1) e di 2520000 metri (al meridiano centrale del fuso est o fuso 2). Allo stesso modo dicasi per le coordinate nord dei punti posti a sud dell'equatore terrestre dove nel sistema UTM la falsa origine assume il valore convenzionale di 10000000 metri.



I fusi, ovest o primo ed est o secondo, del sistema Gauss-Boaga introdotto nel 1948. Vennero adottati i valori 1500 km e 2520 km per la falsa origine in modo tale che la prima cifra delle coordinate gaussiane indicasse il fuso di appartenenza del punto mentre i venti chilometri aggiuntivi impedissero la confusione nelle coordinate dei punti ricadenti nella zona di sovrapposizione fra i due fusi.

Nella cartografia nazionale attuale i reticolati geografico e chilometrico Gauss-Boaga non vengono tracciati. Tuttavia, all'occorrenza, possono esserlo unendo in maniera diametralmente opposta i rispettivi riferimenti riportati sulla cornice della carta stessa. Questi riferimenti sono l'alternanza di rettangoli bianchi e tratteggiati, corrispondenti ai minuti primi d'arco di longitudine e di latitudine, per il reticolato geografico e i simboli (•-) e (>-) indicanti, rispettivamente, l'appartenenza al fuso ovest o al fuso est, per il reticolato chilometrico Gauss-Boaga. Il meridiano di riferimento italiano è quello passante per la torre trigonometrica posta nei pressi dell'Osservatorio Astronomico di Monte Mario in Roma e avente le seguenti coordinate geografiche rispetto al meridiano fondamentale internazionale di Greenwich:

Nel sistema UTM ED 50	Nel sistema Gauss-Boaga	Nel sistema WGS84
$\varphi=41^{\circ} 55' 31''.487$ N	$\varphi=41^{\circ} 55' 25''.510$ N	$\varphi=41^{\circ} 55' 27''.851$ N
$L=12^{\circ} 27' 10''.930$ E da Gw	$L=12^{\circ} 27' 08''.400$ E da Gw	$L=12^{\circ} 27' 07''.658$ E da Gw

Nel sistema internazionale UTM il globo terrestre è suddiviso in 60 fusi ognuno di 6° d'ampiezza e contraddistinto da un numero dall'1 al 60 procedendo da ovest verso est a partire dall'antimeridiano di Greenwich. I fusi sono attraversati trasversalmente da 20 fasce (10 nell'emisfero boreale e 10 nell'emisfero australe) a partire dall'equatore fino alle latitudini di 84° nord e 80° sud, ognuna di 8° d'ampiezza (con esclusione della fascia più vicina al polo nord che ha un'ampiezza di 12°) e contraddistinta da una lettera dell'alfabeto (dalla c alla x con esclusione della i e della o). L'incontro tra i fusi e le fasce determinano le 1200 zone (20 per ogni fuso) a loro volta ripartite in quadrati di 100 chilometri di lato contrassegnati da coppie di lettere. Ogni punto del globo terrestre viene inequivocabilmente designato da un codice alfanumerico come, per esempio:

32T QR 528036 4923654

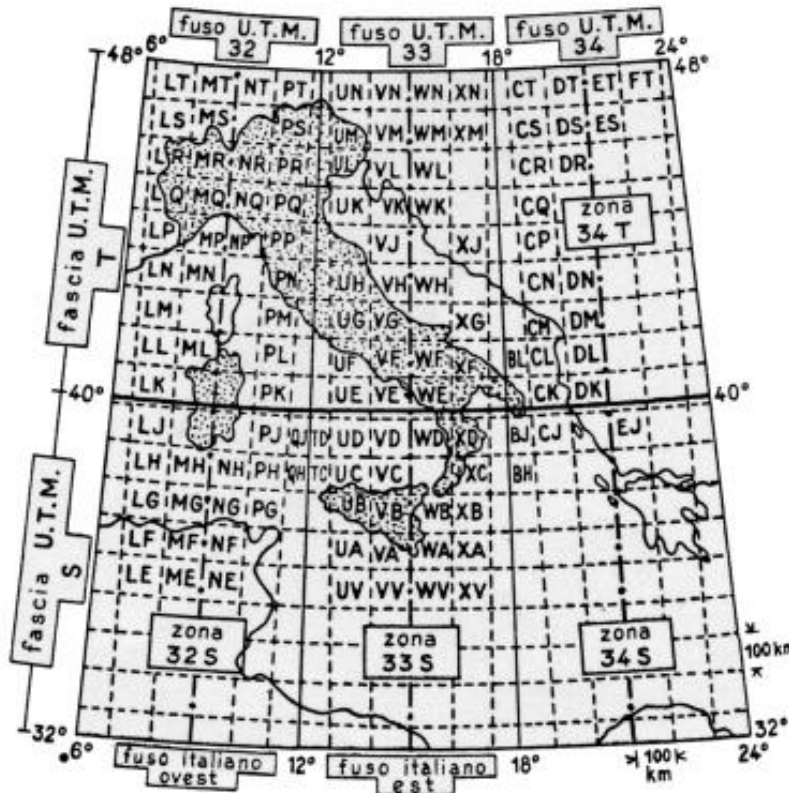
dal quale si rileva che il punto in questione si trova nella *zona 32T* (*fuso 32 e fascia T*), nel *quadrato QR* di 100 chilometri di lato (*colonna Q e riga R*) a 28036 metri (528036-500000, valore della *falsa origine*) a est del meridiano centrale del *fuso 32* ed a 4923654 metri a nord dell'equatore terrestre. Se la coordinata E (est) fosse minore di 500000 metri (valore della *falsa origine*) si esegue 500000-E, e il punto si troverebbe a ovest del meridiano centrale del fuso a cui appartiene.

Il sistema nazionale Gauss-Boaga, come quello internazionale UTM, è basato sulla rappresentazione cartografica analitica di tipo conforme (ossia che conserva gli angoli fra direzioni corrispondenti) sviluppata dal tedesco Carl Friedrich Gauss (1777-1885) nella seconda decade del XIX secolo mentre il geodeta italiano Giovanni Boaga (1902-1961) elaborò le formule originarie fornite da Gauss e preparò le tabelle numeriche un tempo necessarie per i calcoli delle coordinate e varianti a seconda dell'ellissoide sul quale si “proietta” il globo terrestre.



Carl Friedrich Gauss (1777-1885, autore della rappresentazione cartografica conforme eponima e Giovanni Boaga (1902-1961) che elaborò le formule per la cartografia nazionale italiana.

La rappresentazione cartografica del territorio italiano è contenuta entro due fusi, tra loro sovrapposti di 30', aventi ognuno un'ampiezza angolare di 6°. Il primo fuso (fuso ovest o fuso 32 UTM) è compreso tra i 6° e i 12° E da Gw mentre il secondo fuso (fuso est o fuso 33 UTM più una piccola parte del 34) è compreso tra i 12° e i 18° 30' E da Gw e aventi, rispettivamente, come meridiano centrale di tangenza quello di 9° e di 15° E da Gw (come si può vedere dalle immagini a corredo dello scritto).



Fusi, zone e quadrati di 100 chilometri di lato del territorio nazionale italiano nel sistema UTM.

Da quanto sopra si possono avere, come esempio, i quattro casi seguenti:

caso 1 (fuso 1 o ovest o 32 con punto a est dal meridiano centrale)

coordinate geografiche	coordinate UTM ED50	coordinate Gauss-Boaga
$\varphi = 42^\circ \text{ N}$	$E_{\text{UTM}} = 665646.393 \text{ m}$	$E_{\text{GB}} = 1665595.661 \text{ m}$
$L = 11^\circ \text{ E da Gw}$	$N_{\text{UTM}} = 4651793.530 \text{ m}$	$N_{\text{GB}} = 4651612.288 \text{ m}$

Il punto si trova a $665646.393 - 500\,000 = 165646.393$ metri (o $1665595.661 - 1500000 = 165595.661$ metri) a est del meridiano centrale (di 9° E da Gw) del fuso 32 UTM (o fuso ovest) al quale appartiene ed a 4651793.530 metri (o 4651612.288 metri) a nord dell'equatore terrestre.

caso 2 (fuso 1 o ovest o 32 con punto a ovest dal meridiano centrale)

coordinate geografiche	coordinate UTM ED50	coordinate Gauss-Boaga
$\varphi = 42^\circ \text{ N}$	$E_{\text{UTM}} = 334353.607 \text{ m}$	$E_{\text{GB}} = 1334304.590 \text{ m}$
$L = 7^\circ \text{ E da Gw}$	$N_{\text{UTM}} = 4651793.530 \text{ m}$	$N_{\text{GB}} = 4651610.308 \text{ m}$

Il punto si trova a $500000 - 334353.607 = 165646.393$ metri (o $1500000 - 1334304.590 = 165695.410$ metri) a ovest del meridiano centrale (di 9° E da Gw) del fuso 32 UTM (o fuso ovest) al quale appartiene ed a 4651793.530 metri (o 4651610.308 metri) a nord dell'equatore terrestre.

caso 3 (fuso 2 o est o 33 + piccola parte del 34 con punto a est dal meridiano centrale)

coordinate geografiche	coordinate UTM ED50	coordinate Gauss-Boaga
$\varphi = 42^\circ \text{ N}$	$E_{\text{UTM}} = 665646.393 \text{ m}$	$E_{\text{GB}} = 2685586.516 \text{ m}$
$L = 17^\circ \text{ E da Gw}$	$N_{\text{UTM}} = 4651793.530 \text{ m}$	$N_{\text{GB}} = 4651610.323 \text{ m}$

Il punto si trova a $665646.393 - 500000 = 165646.393$ metri (o $2685586.516 - 2520000 = 165586.516$ metri) a est del meridiano centrale (di 15° E da Gw) del fuso 33 UTM (o fuso est) al quale appartiene ed a 4651793.530 metri (o 4651610.323 metri) a nord dell'equatore terrestre.

caso 4 (fuso 2 o est o 33 con punto a ovest dal meridiano centrale)

coordinate geografiche	coordinate UTM ED50	coordinate Gauss-Boaga
$\varphi = 42^\circ \text{ N}$	$E_{\text{UTM}} = 334353.607 \text{ m}$	$E_{\text{GB}} = 2354291.093 \text{ m}$
$L = 13^\circ \text{ E da Gw}$	$N_{\text{UTM}} = 4651793.530 \text{ m}$	$N_{\text{GB}} = 4651611.200 \text{ m}$

Il punto si trova a $500000 - 334353.607 = 165646.393$ metri (o $2520000 - 2354291.093 = 165708.907$ metri) a ovest del meridiano centrale (di 15° E da Gw) del fuso 33 UTM (o fuso est) al quale appartiene ed a 4651793.530 metri (o 4651611.200 metri) a nord dell'equatore terrestre.

Limiti astronomici della repubblica italiana

NORD (Piccola Testa Gemella Occidentale - Predoi) Alpi Noriche, provincia di Bolzano	$47^\circ 05' 29.0'' \text{ N}$	$12^\circ 11' 09.7'' \text{ E da Gw}$
EST (Faro di Capo d'Otranto) provincia di Lecce	$40^\circ 26' 03.5'' \text{ N}$	$18^\circ 31' 13.7'' \text{ E da Gw}$
SUD (Punta Pesce Spada) Isola di Lampedusa, provincia di Agrigento	$35^\circ 29' 26.2'' \text{ N}$	$12^\circ 36' 10.0'' \text{ E da Gw}$
OVEST (Testata della Valle Stretta) Alpi Cozie, provincia di Torino	$45^\circ 06' 21.7'' \text{ N}$	$6^\circ 37' 32.1'' \text{ E da Gw}$
	latitudine φ	longitudine λ

Le coordinate gaussiane, per l'Italia, assumono i seguenti valori:

ordinate N (sono sempre positive)

$$4\,000\,000 \text{ m} \leq N \leq 5\,000\,000 \text{ m}$$

ascisse E

nel Sistema Nazionale GB 40

per il 1° fuso $1\,263\,000 \text{ m} \leq E_{\text{GB}} \leq 1\,737\,000 \text{ m}$

per il 2° fuso $2\,283\,000 \text{ m} \leq E_{\text{GB}} \leq 2\,757\,000 \text{ m}$

nel Sistema Internazionale UTM ED 50

$$263\,000 \text{ m} \leq E_{\text{UTM}} \leq 737\,000 \text{ m}$$

Prendendo in considerazione una carta topografica al 25000, dalla quale le coordinate gaussiane vengono misurate approssimate al decametro (sarebbe inutile ed errato scendere fino ai metri poiché la scala della carta non consente una tale approssimazione), la procedura grafico-analitica si sviluppa in due fasi:

1. si misurano direttamente sull'elemento cartografico, mediante l'uso di un coordinatometro o di un decimetro, le coordinate gaussiane E_{UTM} e N_{UTM} del punto;
2. si determinano analiticamente le coordinate geografiche, derivanti dai valori delle coordinate gaussiane ricavate in precedenza, mediante l'utilizzo di formule come quelle fornite dal geodeta Reino Antero Hirvonen (1970) qui di seguito riportate con valori numerici che tengono conto del coefficiente di contrazione 0.9996 (questo permette che il modulo di deformazione lineare assuma il massimo valore di 1.0004 e conseguentemente le deformazioni risultano inferiori o uguali agli errori di graficismo) e

validi per l'Ellissoide Internazionale di Hayford (1909) i cui parametri ellissoidici sono: a (raggio equatoriale) = 6 378 388.000 metri ed s (schiacciamento geometrico) = 0.003 367 003.

Problema diretto

dalle geografiche ($\varphi ; \lambda$) alle gaussiane ($E_{UTM} ; N_{UTM}$)

$$B = \lambda - \lambda_0$$

$$w = \sqrt{1 + 0.006\ 768\ 1702 \times \cos^2 \varphi}$$

con $\lambda_0 = 9^\circ$ oppure 15° (a seconda che il punto appartenga al fuso ovest o al fuso est)

$$A = \arctg \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos(w \times B)}$$

$$v = \sqrt{1 + 0.006\ 768\ 1702 \times \cos^2 A}$$

$$Y = 6\ 397\ 376.633 \times \operatorname{arcsinh} \frac{\cos A \times \operatorname{tg} B}{v}$$

$$N_{UTM} = 111\ 092.08210 \times A - 16\ 100.59187 \times \sin(2A) + \\ + 16.96942 \times \sin(4A) - 0.02226 \times \sin(6A)$$

$$E_{UTM} = y + 500\ 000$$



Il geodeta finlandese Reino Antero Hirvonen (1908-1989).

Problema inverso

dalle gaussiane ($E_{UTM} ; N_{UTM}$) alle geografiche ($\varphi ; \lambda$)

(le formule forniscono la latitudine e la longitudine con la precisione del decimo di secondo d'arco)

$$A = \frac{N_{UTM}}{111\ 092.08210} +$$

$$+ 0.144\ 930\ 0705 \times \sin 2 \frac{N_{UTM}}{111\ 092.08210} +$$

$$+ 0.000\ 213\ 8508 \times \sin 4 \frac{N_{UTM}}{111\ 092.08210} +$$

$$+ 0.000\ 000\ 4322 \times \sin 6 \frac{N_{UTM}}{111\ 092.08210}$$

$$v = \sqrt{1 + 0.006\ 768\ 1702 \times \cos^2 A}$$

$$y = E_{UTM} - 500\ 000$$

$$B = \arctg \frac{v \times \sinh \frac{y}{6\ 397\ 376.633}}{\cos A}$$

$$\varphi = \arctg[\operatorname{tg} A \times \cos(v \times B)]$$

$$\lambda = B + \lambda_0$$

con $\lambda_0 = 9^\circ$ oppure 15° (a seconda che il punto appartenga al fuso ovest o al fuso est).

Bibliografia

- AA.VV., Istruzione elementare sull'uso della quadrettatura UTM, IGMI Firenze 1952
 AA.VV., Tavole ausiliarie per i calcoli sulla proiezione di Gauss-Boaga, IGMI Firenze 1954
 Bezoari, G. - Monti, C. - Selvini, A., *Fondamenti di rilevamento generale*, Hoepli Milano 2 voll. 1984
 Boaga, G., Sulla rappresentazione conforme di Gauss, IGM Firenze 1942
 Boaga, G., Trattato di geodesia e topografia con elementi di fotogrammetria, CEDAM Padova 1948
 Gauss, C.F., Allgemeine Auflösung der Aufgabe: die Theile einer gegebenen Fläche auf einer andern gegebenen Fläche so abzubilden, daß die Abbildung dem Abgebildeten in den kleinsten Theilen ähnlich wird (Preisarbeit der Kopenhagener Akademie 1822), Schumacher Astronomische Abhandlungen, Altona, n. 3/1825, pp. 5-30
 Hirvonen, R. A., *The use of subroutines in geodetic computations*, Maanmittaus 45, Helsinki, Valtion painatuskeskus 1970, pp. 45-61
 Mazzucato, M.T., *Determinazione delle coordinate geografiche del sito osservativo*, Rivista del Dipartimento del Territorio, n. 3/1998, pp. 105-108
 Mazzucato, M.T., *Globo terrestre*, BIROMA Galliera V., Padova 1996
 Mazzucato, M.T., *La Figura della Terra*, CLUP Milano 2003