MAGAZINE
MATEMATICAMENTE.IT
Rivista trimestrale di matematica per curiosi e appassionati distribuita gratuitamente sul sito

• Numero 22 – Maggio 2014 •

An infinitesimal miscalculation by Gualtiero
https://www.flickr.com/photos/kimota/6200902156

EUCLIDE – GIOCHI 3D – NUMERI PRIMI – POLITICA E INFINITESIMI – SEZIONE AUREA – DECLINAZIONE GNOMONICA - GIOVENALE

Come proporre un contributo

Istruzioni per gli autori
La rivista pubblica articoli, interviste, buone pratiche e giochi relativamente alla matematica e alle sue applicazioni.
Lo stile, la terminologia e le idee espresse devono essere chiari e accessibili a tutti.
Gli articoli saranno valutati da uno o più collaboratori esperti in materia. La redazione si riserva la decisione di pubblicare o non pubblicare il lavoro ricevuto.
In caso di accettata pubblicazione, sarà cura della direzione informare gli autori dell'accettazione; l'articolo sarà pubblicato in forma elettronica così come è, salvo eventuali interventi redazionali, anche sul contenuto, per migliorarne la fruibilità da parte del lettore.
È possibile che la redazione subordini la pubblicazione dell'articolo a modifiche anche sostanziali che devono essere fatte dall'autore. I contributi devono essere inviati in forma elettronica al direttore responsabile.
Gli articoli o gli altri tipi di contributi devono essere in formato .doc, .docx, .rtf, .odt o formati analoghi. Le formule possono essere in Microsoft Equation Editor, MathType, Open office math o immagini nei formati gif, jpeg, png, tif. Sono ammesse figure, tabelle e grafici purché estremamente curati e inviati in file a parte. Di ogni elemento non testuale deve essere indicata la posizione precisa all'interno del testo. Se le immagini utilizzate sono protette da diritti d'autore, sarà cura dell'autore dell'articolo ottenere le autorizzazioni necessarie.
Nella prima pagina andranno indicati: titolo del lavoro, nome e cognome degli autori, qualifica professionale e istituzione o ambiente professionale di appartenenza, indirizzo e-mail.
L'articolo dovrà iniziare con un breve sunto (5-10 righe) preferibilmente in italiano e in inglese, e dovrà terminare con una bibliografia.
I riferimenti bibliografici devono essere indicati all'interno del testo nel seguente modo: [3] oppure [Ba], se si deve indicare la pagina usare [Ba, p.15].
Le note al testo dovrebbero essere in generale evitate; sono preferiti all'interno del testo rimandi alla bibliografia.
I contributi non devono complessivamente superare le 12 pagine.
La redazione non garantisce la correttezza scientifica del contenuto degli articoli. Gli autori sono responsabili del contenuto dei testi inviati per la pubblicazione.
Se l'articolo è stato pubblicato in altra sede l'autore deve richiederne l'autorizzazione a chi ha pubblicato per primo l'articolo e fornire le coordinate alla redazione.

MATEMATICAMENTE.IT MAGAZINE
Rivista trimestrale di matematica per curiosi e appassionati distribuita gratuitamente sul sito www.matematicamente.it

Registrazione del 19.12.2006 al n.953 del Tribunale di Lecce
ISSN 2035-0449

Hanno collaborato a questo numero
Stefano Borgogni, Maria Maddalena Bovetti, Nicola Carachino, Enrico Colognesi, Joseph W. Dauben, Cosimo De Mitri, Rosa Marincola, Michele T. Mazzucato, Daniela Molinari.

Sommario

203. Su alcune dimostrazioni del I e del II teorema di Euclide

Nicola Carichino *
Cosimo De Mitri **

Sunto

Le dimostrazioni del I teorema di Euclide, basate sulla teoria dell'equivalenza di figure piane, hanno sollevato non poche discussioni a causa delle difficoltà di comprensione riscontrate da parte dei nostri studenti. Per ovviare in qualche modo a tale inconveniente qui viene proposta una semplice dimostrazione di questo teorema, basata su due distinte scomposizioni di un medesimo quadrilatero. La prima scomposizione è costituita da due triangoli e dal quadrato di cui al teorema in discussione; mentre la seconda scomposizione è costituita da due triangoli rispettivamente uguali a quelli della prima scomposizione e dal rettangolo dello stesso teorema. Perciò il quadrato e il rettangolo risultano equivalenti per sottrazione[1]. La dimostrazione che presentiamo qui – suggerita da osservazioni intuitive molto semplici – richiede facili verifiche dell'uguaglianza di rettangoli e di triangoli.
Successivamente, con criterio analogo, si prova anche il II teorema di Euclide, scomponendo opportunamente i due triangoli uguali nei quali un rettangolo è suddiviso da una sua diagonale.

Abstract. In this paper we give very simple proofs of the first and of the second Euclide's theorem.

1. Considerazioni generali

Preliminarmente ricordiamo che due angoli si dicono complementari tra loro quando la loro somma dà un angolo retto (come nel caso degli angoli acuti di un triangolo rettangolo). Perciò è ovvio che due angoli che siano complementari con uno stesso angolo, per differenza sono uguali tra loro.

Osservazione 1.1. Siano dati due triangoli rettangoli tali che un angolo acuto dell'uno sia uguale a un angolo acuto dell'altro; onde anche gli altri angoli acuti sono uguali tra loro, in quanto essi sono rispettivamente complementari ai due angoli di partenza. Allora – in virtù del secondo criterio di uguaglianza fra triangoli – affinché quei due triangoli rettangoli siano uguali basta che sia verificata una delle seguenti condizioni:
a) sono uguali le rispettive ipotenuse;
b) sono uguali i cateti che nell'uno e nell'altro triangolo delimitano angoli acuti uguali;
c) sono uguali i cateti che nell'uno e nell'altro triangolo si oppongono ad angoli acuti uguali ■

* I.I.S. "F. Bottazzi" – Casarano (LE); carichino.nicola@libero.it
** Dipartimento di Matematica e Fisica, Università del Salento, Lecce; cosimo.demitri@unisalento.it
[1] Questo è il cosiddetto criterio di equicompletabilità, che risulta equivalente al ben noto criterio di equi-scomponibilità. Per gli opportuni approfondimenti di carattere generale si rinvia a [3] e a [4].

Al lettore sono ben noti i due teoremi seguenti.

I Teorema di Euclide. In ogni triangolo rettangolo il quadrato costruito su un cateto è equivalente al rettangolo avente per dimensioni l'ipotenusa e la proiezione del cateto stesso sull'ipotenusa.
II Teorema di Euclide. In ogni triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa è equivalente al rettangolo avente per dimensioni le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa.

Questi teoremi hanno una notevole rilevanza, poiché permettono di riconoscere molte altre proprietà dei triangoli rettangoli e di risolvere vari problemi di geometria euclidea.
Va richiamato che i due teoremi non compaiono esplicitamente negli Elementi di Euclide, in quanto il primo è contenuto nella dimostrazione del teorema di Pitagora, Libro I Proposizione 47 ([2], pp. 146-149), mentre il secondo è un corollario, in forma di similitudine, della Proposizione 8 del Libro VI degli Elementi (cf. [2], p. 375 e p. 373).
Concludiamo questo paragrafo con un'osservazione che tornerà utile nel seguito.

Osservazione 1.2. Dato un triangolo rettangolo ***ABC***, si consideri l'altezza ***CH***. Quindi sull'ipotenusa ***AB*** si costruisca (come in fig. 1) il rettangolo ***AFLB*** – i cui lati ***AF*** e ***BL*** sono uguali alla proiezione del cateto ***AC*** su ***AB*** – e si prolunghino i segmenti ***FL*** e ***CB***, fino a farli incontrare nel punto ***D***. Allora, per l'Osservazione 1.1, i triangoli rettangoli ***BLD*** e ***AHC*** sono uguali, poiché in essi sono uguali i lati ***BL*** ed ***AH*** e gli angoli ***DBL*** e ***CAH***, entrambi complementari all'angolo ***ABC***. Perciò sono uguali, in particolare, i due cateti ***CH*** e ***LD*** – che nell'uno e nell'altro triangolo si oppongono agli angoli suddetti – e le ipotenuse ***AC*** e ***BD***. ■

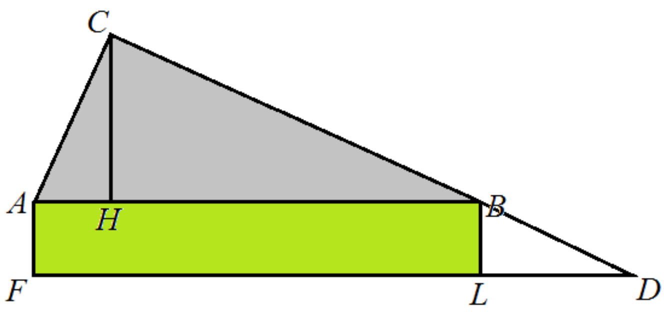


fig. 1

2. Il I Teorema di Euclide

Dato un triangolo rettangolo, Euclide dimostra il teorema di Pitagora scomponendo il quadrato costruito sull'ipotenusa in due rettangoli e facendo vedere che ciascuno di essi è equivalente a uno dei due quadrati costruiti sui cateti, il che costituisce quello che poi è stato denominato I teorema di Euclide.
Come il lettore ben sa, la dimostrazione di quest'ultimo teorema, riportata in diversi manuali di geometria delle scuole secondarie, risulta abbastanza complessa a causa dell'articolazione delle varie fasi. Per questo motivo, molti autori hanno finito col preferirle la dimostrazione esposta negli *Elementi di Geometria* di F. Enriques e U. Amaldi ([1] Parte I, pp. 211-212).

In questo secondo testo il percorso dimostrativo si basa (si veda fig. 2) sulla costruzione del parallelogramma ***ACLM*** – ottenuto intersecando le rette ***AC*** ed ***ED*** con le rette ***FA*** e ***GH*** – che viene dimostrato essere equivalente sia al quadrato sia al rettangolo del I teorema di Euclide; onde quadrato e rettangolo sono equivalenti tra loro in virtù della proprietà transitiva della relazione di equivalenza.
Si noti che il parallelogramma ***ACLM*** è equivalente al quadrato ***ACDE*** in quanto essi – come si osserva in fig. 2 – hanno la stessa altezza ***DC*** e la stessa base ***AC***. D'altro canto, ***ACLM*** è equivalente anche al rettangolo ***AFGH***. Infatti essi hanno la stessa altezza ***AH***, e le basi ***AM*** e ***AF*** uguali. Quest'ultima proprietà deriva dal fatto che ***AF*** è uguale all'ipotenusa del triangolo ***ABC***, e ***AM*** è l'ipotenusa del triangolo ***AME***; e questi due triangoli rettangoli sono uguali poiché hanno uguali i due rispettivi cateti ***AC*** e ***AE*** e i due rispettivi angoli ***EAM*** e ***CAB***, entrambi complementari dell'angolo ***MAC***.

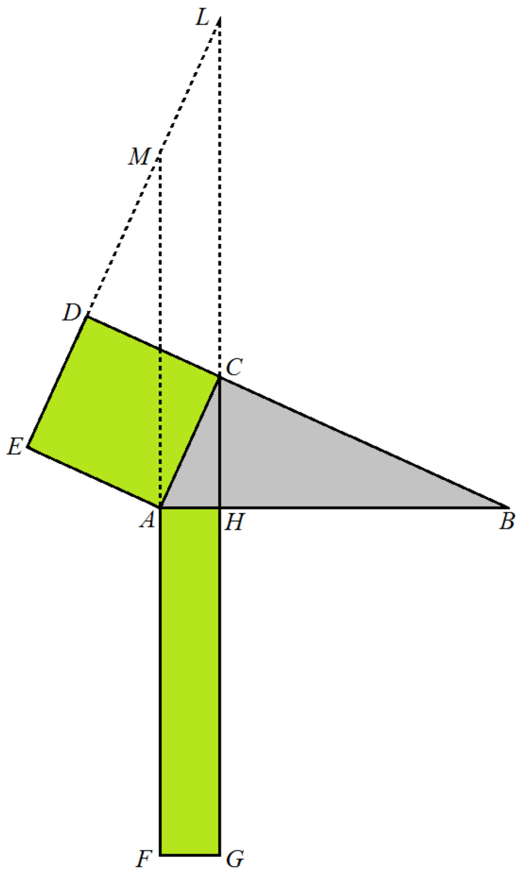


fig. 2

Ebbene, da un'attenta analisi, la dimostrazione del I teorema di Euclide vista fugacemente poc'anzi risulta più semplice soltanto di poco rispetto a quella contenuta negli *Elementi* di Euclide, specialmente per i ragazzi della scuola secondaria di primo grado, se essi non hanno preso piena coscienza dei criteri di equivalenza tra poligoni. Per questo motivo, e per favorire negli studenti l'interesse per la geometria, ora daremo una dimostrazione semplice e, a nostro avviso, istruttiva del I teorema di Euclide, che sfrutta opportunamente il principio della equicompletabilità di figure diverse in figure uguali, tramite la giustapposizione di figure uguali in entrambi i completamenti.
La dimostrazione che proporremo qui, anche se meno "elegante" della precedente, nei singoli passaggi è particolarmente facile, ed ha anche il vantaggio di poter essere illustrata in

ambito laboratoriale sotto forma di esperienza concreta, semplicemente disponendo di qualche foglio di cartoncino e di un paio di forbici. Ciò la rende particolarmente adatta a studenti della scuola secondaria di primo grado, poiché in tale ordine scolastico l'insegnamento della geometria deve avere soprattutto un carattere empirico ed intuitivo. Nello stesso tempo, la dimostrazione che intendiamo proporre è anche rigorosa dal punto di vista logico-deduttivo, e quindi rappresenta un valido modello da sfruttare nell'ambito di un insegnamento che, già a partire dal secondo ciclo della scuola primaria, dovrebbe essere volto anche a far capire agli alunni l'importanza delle dimostrazioni[2], soprattutto per i risvolti sociali che esse hanno, come garanzia di certezza.

Una dimostrazione alternativa del I Teorema di Euclide.

In fig. 1 il quadrilatero ***ACDF*** è scomposto in un rettangolo, ***ABLF*,** e in due triangoli, ***ABC*** e ***BLD***. Ora lo scomporremo in un altro modo. Precisamente, facendo riferimento a fig. 3, sul lato ***CD*** prendiamo il punto ***M*** tale che risulti ***MD*** = ***CB***; onde, per differenza, ***CM*** = ***BD***. Inoltre, sul lato ***FD*** prendiamo il punto **N** tale che sia ***ND*** = ***FL*** (=***AB***), onde per differenza ***FN*** = ***LD***. Congiungendo ***M*** con ***N*** ed ***N*** con ***A*** si ottiene una seconda scomposizione del quadrilatero ***ACDF***, costituita dal quadrilatero **ACMN** e dai due triangoli ***AFN***, ***NDM***.

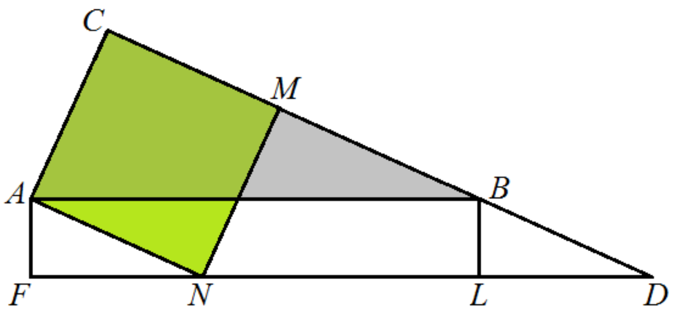


fig. 3

Ebbene, i triangoli rettangoli ***BLD*** e ***AFN*** sono uguali, avendo – per costruzione – i cateti a due a due uguali. Ne segue che sono uguali anche le ipotenuse ***BD*** e ***AN***. Inoltre i triangoli ***ABC*** ed ***NDM*** sono uguali per il primo criterio di uguaglianza, poiché l'angolo ***CBA*** è uguale all'angolo in ***D*** – in quanto essi sono complementari all'angolo ***DBL*** – e i lati che delimitano rispettivamente questi due angoli sono uguali per costruzione.

Perciò il rettangolo ***ABLF*** e il quadrilatero ***ACMN*** sono equivalenti per differenza. Resta da provare che ***ACMN*** è un quadrato.

In effetti, ***NM*** = ***AC*** perché lati opposti ad angoli uguali situati rispettivamente nei triangoli uguali ***ABC*** ed ***NDM***; inoltre ***NM*** e ***AC*** sono paralleli, in quanto entrambi perpendicolari a ***CD***. Perciò il quadrilatero ***ACMN*** è un rettangolo, avendo due lati opposti uguali e paralleli e un angolo retto. In fine tale rettangolo è un quadrato, poiché sono uguali anche i suoi due lati consecutivi ***CM*** e ***AC***, entrambi uguali a ***BD*** (per l'uguaglianza fra ***AC*** e ***BD*** si veda l'ultima parte dell'Osservazione 1.2). Perciò ***ACMN*** è un quadrato; ed è quello di cui al I teorema di Euclide, in quanto esso ha per lato il cateto ***AC***. ■

---

[2] Una su tutte, la dimostrazione concreta – in termini di palline da aggregare – della proprietà commutativa dell'addizione tra numeri naturali.

3. Il II Teorema di Euclide

Questo teorema nei nostri manuali scolastici viene quasi sempre dimostrato applicando il teorema di Pitagora e il I teorema di Euclide. Infatti, in riferimento al triangolo rettangolo ***AHC*** di fig. 4, il teorema di Pitagora ci dice che il quadrato costruito su ***CH*** è equivalente alla differenza tra il quadrato costruito su ***AC*** e quello costruito su **AH**. Allora, poiché per il I teorema di Euclide il quadrato costruito su ***AC*** è equivalente al rettangolo costruito sull'ipotenusa ***AB*** e sul segmento ***AH***, la differenza tra questo rettangolo e il quadrato costruito su ***AH*** ci dà proprio il rettangolo costruito sulle proiezioni ***AH*** e ***HB*** dei cateti ***AC*** e ***CB*** rispettivamente.

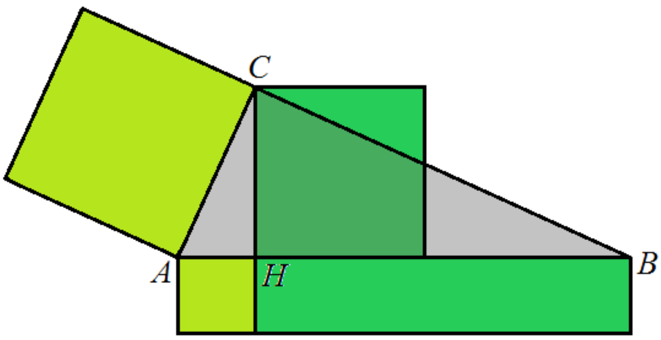


fig. 4

D'altro canto, questo tipo di ragionamento può essere facilmente invertito, provando così che il teorema di Pitagora – che, per altro, può essere dimostrato facilmente senza usare il I teorema di Euclide – e il II teorema di Euclide assicurano il I teorema di Euclide.
Però in questa sede noi vogliamo dare una dimostrazione del II teorema di Euclide che sia indipendente dai due teoremi usati precedentemente.

Una dimostrazione diretta del II Teorema di Euclide.
Riprendendo la costruzione illustrata in fig. 1, prolunghiamo ***CH*** fino a incontrare ***FD*** in un punto ***P***, onde avremo una scomposizione del triangolo ***CPD*** in due triangoli, ***CHB*** e ***BLD***, e nel rettangolo ***HBLP*** di cui al II teorema di Euclide (si veda fig. 5).

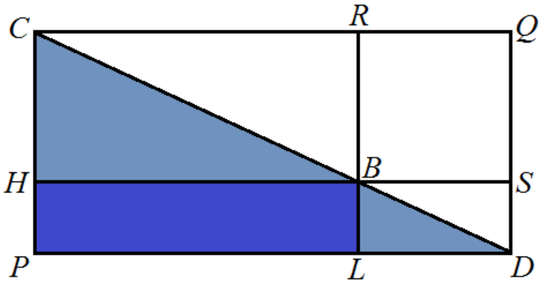


fig. 5

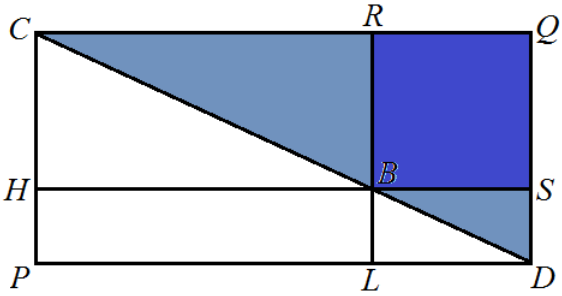


fig. 6

Poi consideriamo il rettangolo ***CPDQ*** in cui ***CP*** e ***PD*** sono due lati consecutivi, mentre ***CD*** è una delle diagonali; onde i triangoli ***CPD*** e ***CQD*** sono uguali.

Quindi prolunghiamo il lato ***HB*** fino a incontrare il lato ***QD*** nel punto ***S***; inoltre prolunghiamo il lato ***LB*** fino a incontrare il lato ***CQ*** nel punto ***R***. Onde il triangolo ***CQD*** risulta scomposto in due triangoli, ***CRB*** e ***BSD***, e nel quadrilatero ***RQSB*** (si veda fig. 6).
Poiché per costruzione i segmenti ***CR*** e ***HB*** sono paralleli e lo stesso si può dire anche per i segmenti ***CH*** ed ***RB***, e poiché l'angolo ***CHB*** è retto, allora il quadrilatero ***CRBH*** è un rettangolo, che risulta scomposto, mediante la diagonale ***CB*, nei due triangoli uguali ***CRB*** e ***BHC***. Con analoghe argomentazioni applicate al quadrilatero ***BSDL*** si arriva a dimostrare che sono uguali anche i triangoli ***BSD*** e ***DLB***.
Inoltre, per come i suoi lati sono stati costruiti, il quadrilatero ***RQSB*** è un rettangolo in cui ***RB*** = ***CH*** (che è l'altezza del nostro triangolo ***ABC***) e ***BS*** = ***LD***. Ma verso la fine dell'Osservazione 1.2 si è visto che ***CH*** = ***LD***, e allora si ha ***RB*** = ***BS***; onde il rettangolo ***RQSB***, avendo due lati consecutivi uguali, è un quadrato; ed è uguale al quadrato di cui al II teorema di Euclide, quello costruito sull'altezza ***CH***. ■

Bibliografia

[1] Enriques F., Amaldi U., *Elementi di Geometria*, Parte I, Zanichelli, BO, 1970.
[2] Euclide, *Elementi*, a cura di Attilio Frajese e Lamberto Maccioni, UTET, 1970.
[3] Lombardi L., Gerla G,, *Equiscomponibilità ed equicompletabilità*. Periodico di matematiche, N, 2, Vol. 5, Soc. Naz. Mathesis, 2013.
[4] Lombardi L., Gerla G,, *Equiscomponibilità come metodo universale*. Periodico di matematiche, N, 3, Vol. 5, Soc. Naz. Mathesis, 2013.
[5] G. Melzi - L. Tonolini, *Il metodo della geometria*, Vol. I, Minerva Italica, 1997.

204. Giochi di abilità in 3D: Mastermind e Othello

Rosa Marincola
rosamarincola@virgilio.it

Introduzione

In questo contributo presenterò delle attività realizzate nei mondi virtuali 3D OpenSim: Edmondo e Sim-On-A-Stick (cfr. [1], [2]), con le classi del secondo biennio Sistemi Informativi Aziendali dell'I.I.S. "A. Guarasci" sez. Tecnico Economico di Rogliano (Cs) nell'ambito della sperimentazione d'informatica sulla land Scriptlandia (cfr. [3], [4]).
Si propongono due giochi da tavolo astratti di abilità mentale che rientrano tra le competizioni del Mind Sports Olympiad (cfr. [5]), organizzati annualmente in Inghilterra: Mastermind e Othello.
Entrambi si collocano in un percorso didattico sulla Teoria dei Giochi riportato in parte in un articolo nel numero precedente della rivista (cfr. [6]).
Di Mastermind è stato studiato l'algoritmo risolutivo ed è stata fatta la codifica in LSL (Linden Scripting Language), il linguaggio di programmazione utilizzato nei mondi virtuali (cfr. [7]). Mastermind è un gioco in cui un giocatore, il "decodificatore", deve indovinare la sequenza segreta di cinque colori composta dal "codificatore", nel nostro caso si gioca contro il PC.
Per il secondo gioco, invece è stata riprodotta un'othelliera in 3D di 64 caselle con le rispettive pedine contenti due script ciascuna, uno per cambiare colore (bianco o nero) al click del mouse dei due avatar-giocatori; un altro script posto su un pulsante di avvio che fornisce le regole del gioco ai visitatori.

Figura 1: Prime sperimentazioni del gioco su Scriptlandia, collaborazione online con la classe

Mastermind: dal problema all'algoritmo

Nell'ambito della Teoria dei giochi, Mastermind è classificato come "gioco a informazione imperfetta" cioè gli stati del gioco sono solo parzialmente esplicitati e "di tipo deterministico" poiché gli stati sono determinati unicamente dalle azioni degli agenti.
I passi da compiere sono i seguenti:

- Il codificatore (PC) compone una lista segreta di cinque colori: giallo, verde, blu, arancio, nero.
- Il decodificatore (giocatore) fa il suo primo tentativo, cercando di indovinare il codice. Il codificatore, appena il suo avversario ha completato il tentativo, fornisce degli aiuti comunicando:
  - il numero di colori nella posizione corretta che sono stati individuati;
  - non bisogna comunicare quali colori sono nella posizione corretta.
- Se il decodificatore riesce a indovinare il codice entro il numero di tentativi stabiliti, vince, altrimenti il vincitore è il PC. Nel nostro programma abbiamo previsto sei tentativi.
- In qualsiasi momento è possibile fermare il gioco e conoscere la sequenza corretta.

Per scrivere il programma si sono volute sfruttare le potenzialità dei mondi virtuali, in particolare la chat (il canale zero) tra sfidanti e la simulazione che al click del mouse sul pulsante Start, fa apparire cinque sfere con i colori inseriti dall'utente e al termine con i colori generati in modo casuale dal PC:
1) è stata costruita una prim come tavola del gioco;
2) è stata rezzata una sfera nel cui contenuto è stato inserito il codice di seguito riportato (*), le è stato assegnato il nome "palla" ed è stata presa nell'inventario del proprietario del gioco;
3) è stato costruito un pulsante Start (come in figura 2 e 3), nel cui contenuto è stato inserito il codice di seguito riportato (**) e l'oggetto "palla", trascinato dall'inventario.

Funzionamento:
Al click del mouse sul pulsante Start, lo script genera la sequenza casuale dei numeri da 0 a 4, a cui corrispondono rispettivamente i colori: giallo, verde, blu, arancio e nero. La sequenza delle prime lettere di ciascun colore è memorizzata in una lista denominata "pc" (il linguaggio LSL utilizza essenzialmente solo le liste per i dati strutturati), poi in chat viene visualizzato un messaggio in cui s'invita il giocatore a indovinare la sequenza di colori e a scrivere la sequenza in chat. Dopo aver acquisito in input la sequenza delle iniziali dei colori, questi sono caricati in una nuova lista denominata "utente". Un'istruzione di chiamata attiva la funzione "rezzer" e vengono create dal pulsante Start cinque sferette con i colori indicati in chat dall'utente.
Le due liste sono confrontate, elemento per elemento, e si comunicano all'utente il numero di elementi indovinati e il numero di tentativi restanti.
Il dialogo tra pulsante Start e sfere rezzate avviene sul canale 800. Dopo ogni tentativo al click del mouse sul pulsante, si chiede all'utente mediante un menu a video, se intende continuare il gioco (entro il limite di sei tentativi) e in caso negativo, viene rezzata la sequenza generata dal PC all'inizio del gioco, lo script si resetta dopo 20 secondi e le sfere rezzate spariscono.
Se durante il gioco si superano i 120 secondi d'inattività, il timer fa resettare lo script.

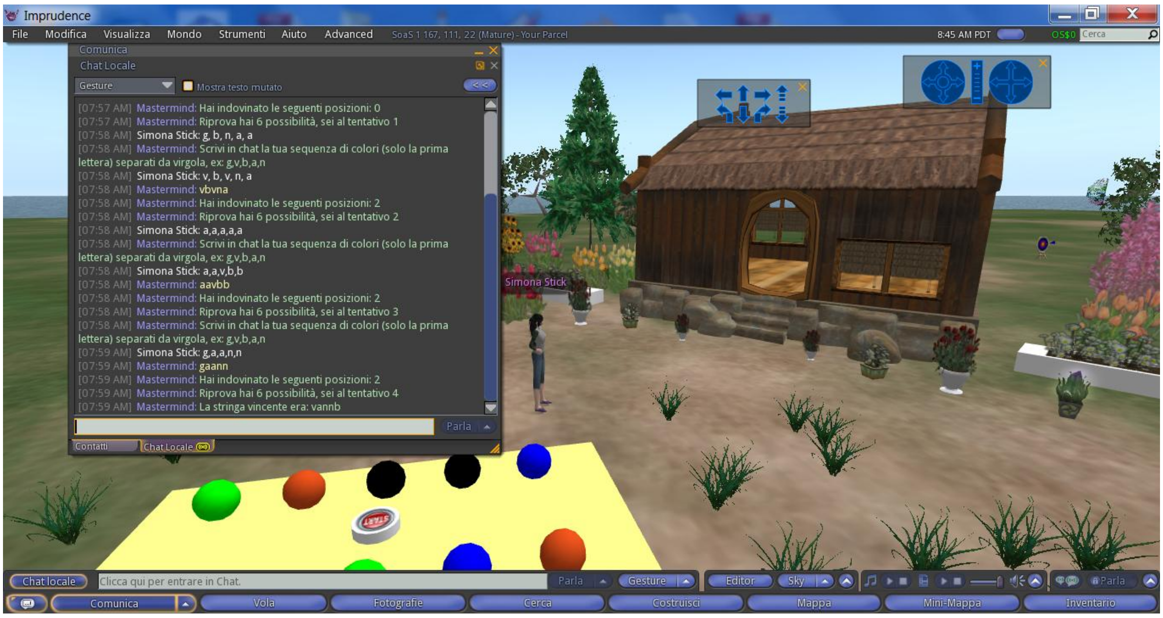


Figura 2: Il gioco avviene tra PC e avatar che dialogano tramite la chat

Il codice LSL di Mastermind

```
//codice da inserire nella sfera rezzata (*)

default
{
    state_entry()
    {
        llListen(800,"",NULL_KEY,"DELETE");
    }

    on_rez(integer param)
    {
            integer j=param;

                if (j == 0) llSetColor(<1.0,1.0,0.0>,ALL_SIDES); // se j=0 la
sfera assume il colore giallo
                if (j == 1) llSetColor(<0.0,1.0,0.0>,ALL_SIDES); // verde
                if (j == 2) llSetColor(<0.0,0,1>,ALL_SIDES); // blu
                if (j == 3) llSetColor(<0.85,0.3,0.1>,ALL_SIDES); // arancio
                if (j == 4) llSetColor(<0,0.0,0>,ALL_SIDES); // nero
    }

    listen(integer channel, string name, key id, string str)
    {
        llDie();
    }
}

////////////////////////////////////////////////////////////////////////////
```

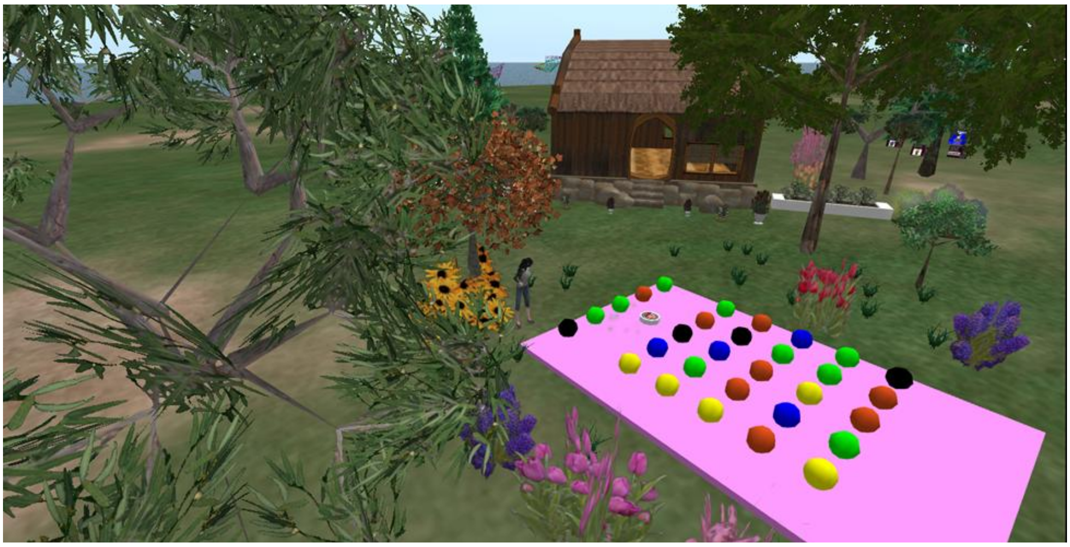


Figura 3: Mastermind su Sim On a Stick, il mondo virtuale OpenSim che s'installa sul proprio PC dove si può lavorare in locale, anche offline.

```
//codice da inserire nel pulsante Start (**)

integer handle;
key id;
integer qhandle=0;
integer punti;
integer k=1;
list pc =[
];
list utente=[
];
string stato;
integer i;
integer x;
string colore;
float TIMEOUT=150;

//la funzione rezzer genera le sfere nel numero e nella posizione indicate dai
parametri per avere la disposizione visualizzata in figura 3
rezzer (integer x, integer i, integer k)
{
    vector pos=llGetPos()+<2-i,k,0>;
    llRezAtRoot("palla",pos,ZERO_VECTOR,ZERO_ROTATION,x);
    return;
}

default
{
    state_entry()
    {
        llSay(0, "Gioca a mastermind");
        llShout(800,"DELETE");
        id=llDetectedKey(0);
        stato="iniziale";
    }

    touch_start(integer count)
    {
        llSetTimerEvent(TIMEOUT);
        if (stato=="iniziale")
            {
```

```
            for(i=0;i<5;i++)
                {
                //viene generata la sequenza casuale di cinque numeri da 0 a 4
                    x=(integer)(llFrand(5));
                  //ad ogni numero viene associato un colore e inserito nella
lista denominata pc
                      if (x==0) colore="g";
                          if (x==1) colore="v";
                          if (x==2) colore="b";
                      if (x==3) colore="a";
                      if (x==4) colore="n";
                      pc+=[colore];
                 }
                //llOwnerSay("Stringa vincente: "+(string)pc);
            //l'istruzione precedente se non commentata consente al proprietario
di leggere la sequenza vincente in chat
            llSay (0, "Clicca sul pulsante per giocare, i colori sono giallo,
verde, blu, arancio, nero");
                stato="primo";
                return;
                }
                    if (stato=="primo")
                {
                llSay(0, "Scrivi in chat la tua sequenza di colori (solo la
prima lettera) separati da virgola, ex: g,v,b,a,n");
                //viene acquisita dalla chat la sequenza scritta dal giocatore
                qhandle=llListen(0,"",llDetectedKey(0),"");
                stato="terzo";
                return;
                }
                    if (stato=="quarto")
                    {
                    handle=llListen(-8,"",id,"");
                    llSetTimerEvent(10);
                //Si apre la finestra di dialogo con il giocatore che può
proseguire il gioco o fermarsi
                    llDialog (llDetectedKey(0),"Vuoi riprovare? Se premi SI poi
clicca di nuovo sul cubo.
Se premi NO il gioco si resetta e vedrai la soluzione.",["SI","NO"],-8);
                        stato="quinto";
                        return;
                    }
    }

    listen(integer channel,string name,key id,string str)
    {
        llListenRemove(qhandle);
        qhandle=0;
        llListenRemove(handle);
        llSetTimerEvent(0);
        if (stato=="terzo")
        {
        //la stringa inserita in chat viene memorizzata in una lista denominate
utente
            utente=llCSV2List(str);
            llOwnerSay((string)utente);
            punti=0;
            for(i=0;i<llGetListLength(pc);i++)
            {
                    integer y;
                    if (llList2String(utente,i)=="g") y=0;
```

```
                    if (llList2String(utente,i)=="v") y=1;
                    if (llList2String(utente,i)=="b") y=2;
                    if (llList2String(utente,i)=="a") y=3;
                    if (llList2String(utente,i)=="n") y=4;
            //istruzione di chiamata della funzione rezzer
                rezzer (y, i, k);
            //confronto tra gli elementi delle due liste e conteggio dei punti
                if (llList2String(pc,i)==llList2String(utente,i)) punti++;}
                llSay (0, "Hai indovinato le seguenti posizioni: "
+(string)punti);
                if (punti==5)
                {
                    llSay (0, "Hai vinto!");
                    llSleep (10);
                    llResetScript();
                }
                    else
                    {
                        llSay (0, "Hai 6 possibilità, sei al tentativo " + k);
                        llSetTimerEvent(TIMEOUT);
                    }
                        stato="quarto";
                        return;
        }
        if (stato=="quinto")
        {
            string risp=str;
            if(risp=="SI" && k<6)
            {
                llSetTimerEvent(TIMEOUT);
                k=k+1;
                stato="primo";
                return;
            }
                else
                {
                    //Visualizzazione delle sfere con la sequenza corretta dei
colori a fine gioco
                    llSay (0,"La stringa vincente era: "+(string)pc);
                    for(i=0;i<llGetListLength(pc);i++)
                    {
                        integer y;
                        if (llList2String(pc,i)=="g") y=0;
                        if (llList2String(pc,i)=="v") y=1;
                        if (llList2String(pc,i)=="b") y=2;
                            if (llList2String(pc,i)=="a") y=3;
                            if (llList2String(pc,i)=="n") y=4;
                        rezzer (y, i, -1);
                    }
                        llSleep (20);
                        llResetScript();
                }
    }
}
timer()
    {
        llListenRemove(handle);
        llSetTimerEvent(0);
        llResetScript();
    }
}
```

Othello: le regole del gioco

Fu inventato verso il 1880 da Lewis Waterman con il nome di Reversi che nel 1882 ne iniziò la produzione presso la Jacques&Son. Othello è stato brevettato nel 1971 da Goro Hasegawa, pochi anni dopo la Ravensburger ne acquisì i diritti. Le regole di Othello e Reversi sono leggermente diverse, entrambi si giocano tra due sfidanti su una scacchiera (othelliera) verde 8x8, su cui si dispongono durante il gioco 64 pedine bicolore: bianco-nero (ciascun giocatore ne ha a disposizione 32), si tratta di un gioco a informazione perfetta.

Le **regole** sono molto semplici da imparare, ma per diventare campioni, occorrono strategia e molta esperienza; è molto praticato in Italia e si disputa in numerosi tornei nazionali (cfr. [8]) e internazionali (cfr. [5]).

1) Prima di iniziare a giocare a Othello si dispongono al centro della scacchiera due pedine bianche e due pedine nere come in figura 4 (per Reversi invece all'inizio del gioco la scacchiera è vuota).
2) Due giocatori scelgono rispettivamente il bianco o il nero e giocano a turno. Inizia a giocare il nero.
3) Durante lo svolgimento del gioco i partecipanti, a turno, pongono una pedina del loro colore adiacente a quelle già presenti sulla scacchiera. Nel nostro caso devono cliccare al centro di una casella apparentemente vuota pe far apparire la pedina ed eventualmente cliccare per renderla del colore desiderato.
4) Chi riesce a chiudere una pedina avversaria tra due pedine proprie (immediatamente contigue a essa sulla verticale, orizzontale o diagonale) clicca e la fa diventare del proprio colore.
5) La partita finisce quando tutte le caselle sono occupate o non ci sono più mosse possibili. Vince chi ha sulla scacchiera più pedine del proprio colore. Una variante prevede la possibilità di chiudere tra pedine proprie più pedine avversarie e di ribaltarle tutte.

Figura 4: La configurazione iniziale di Othello

Funzionamento:

È stata costruita una othelliera da una primitive cubica a cui sono state date le dimensioni (10 m., 10 m., 0.1 m.) ad essa è stata applicata una texture realizzata con un software per la grafica (nel nostro caso il software open source Gimp).

È stato costruito un pulsante Start da una prim cilindrica, è stato posto in un angolo della scacchiera e nel suo contenuto sono stati inseriti:

- una notecard (file di testo) con le regole del gioco che appaiono a chi clicca sul pulsante;

- lo script di seguito riportato (a) che al click del mouse fa apparire la configurazione iniziale delle pedine e rilascia la notecard.

Sono state rezzate 64 pedine poste ciascuna in una casella della othelliera (riprodotte dalla prima per trascinamento tenendo premuto il tasto Shift), ciascuna contenente due script:

- il primo uguale per tutte le pedine che al click del mouse fa cambiare colore bianco-nero (b);
- il secondo script (c) che al click del mouse sul pulsante Start rende del colore della configurazione iniziale le 4 pedine poste al centro (come in figura 4) e trasparenti, dunque invisibili le restanti 60 pedine (script (d)).

Nota: inserendo in tutte le pedine i codici (b) e (d), è possibile giocare a Reversi.

Il codice LSL per giocare a Othello

```
//Script (a) da inserire nel contenuto del pulsante Start per avere la
configurazione iniziale del gioco con le pedine trasparenti tranne le 4 centrali

default
{
    state_entry()
    {
        llSay(0, "Gioca a Othello");
    }
    touch_start(integer count)
    {
        //al click sul pulsante esso dialoga con le pedine sul canale 300 e
invia la stringa fissata per convenzione “3” con questo messaggio ogni pedina
assume lo stato iniziale
        llSay(300,(string)3);
        //al click viene rilasciata la notecard con le regole, contenuta
nell’inventario dell’oggetto
        llGiveInventory(llDetectedKey(0), llGetInventoryName(INVENTORY_NOTECARD,
0));
    }
}

////////////////////////////////////////////////////////////////////////////

//Script (b) da inserire nel contenuto di ogni pedina per far cambiare colore
bianco o nero al click del mouse e renderla visibile

default
{
    touch_start(integer count)
    {
        llSetColor(<1,1,1>,ALL_SIDES); // al primo click la pedina diventa di
colore bianco su tutti i lati


        //le due istruzioni seguenti possono essere omesse nelle quattro pedine
centrali poiché esse restano sempre visibili giocando a Othello
        float alpha=1;
        llSetLinkAlpha(LINK_SET,alpha,ALL_SIDES);
        state secondo;
    }
}

state secondo
{
    touch_start(integer count)
    {
```

```
        llSetColor(<0,0,0>,ALL_SIDES); // al click successivo la pedina diventa
nera

        //le due istruzioni seguenti possono essere omesse nelle quattro pedine
centrali poiché esse restano sempre visibili
        float alpha=1;
        llSetLinkAlpha(LINK_SET,alpha,ALL_SIDES);
        state default;
    }
}

//////////////////////////////////////////////////////////////////////////////

//Secondo script (c) da inserire nelle pedine poste al centro, in particolare in
D4 ed E5 che nella configurazione iniziale sono bianche (figura 4)

default
{
    state_entry()
    {
        //la pedina ascolta sul canale 300
        llListen(300,"",NULL_KEY,"");
    }

    listen(integer channel,string name,key id,string str)
    {
        integer frame=(integer)str;
        //nelle pedine poste in D5 ed E4, l'unica modifica da fare
nell'istruzione seguente è la terna del colore <0,0,0> affinché siano di colore
nero quando si inizia a giocare
        if (frame==3)  llSetColor(<1,1,1>,ALL_SIDES); // quando arriva il
messaggio "3" sul canale 300, cioè qualcuno clicca sul pulsante start, la pedina
diventa di colore bianco
    }
}
//////////////////////////////////////////////////////////////////////////////
//Secondo script (d) da inserire nelle pedine che non sono nelle quattro caselle
centrali per renderle invisibili le pedine all'inizio del gioco
default
{
    state_entry()
    {
        //la pedina ascolta sul canale 300
        llListen(300,"",NULL_KEY,"");
    }

    listen(integer channel,string name,key id,string str)
    {
        integer frame=(integer)str;
        // alpha=0; l'oggetto è trasparente,
        // alpha=1; l'oggetto diventa visibile
        if (frame==3)
        {
        // quando arriva il messaggio "3" sul canale 300, cioè qualcuno clicca
sul pulsante start, la pedina diventa trasparente al 100%, quindi invisibile
finché non si clicca sulla casella che occupa.
            float alpha=0;
            llSetLinkAlpha(LINK_SET,alpha,ALL_SIDES);
        }
    }
}
```

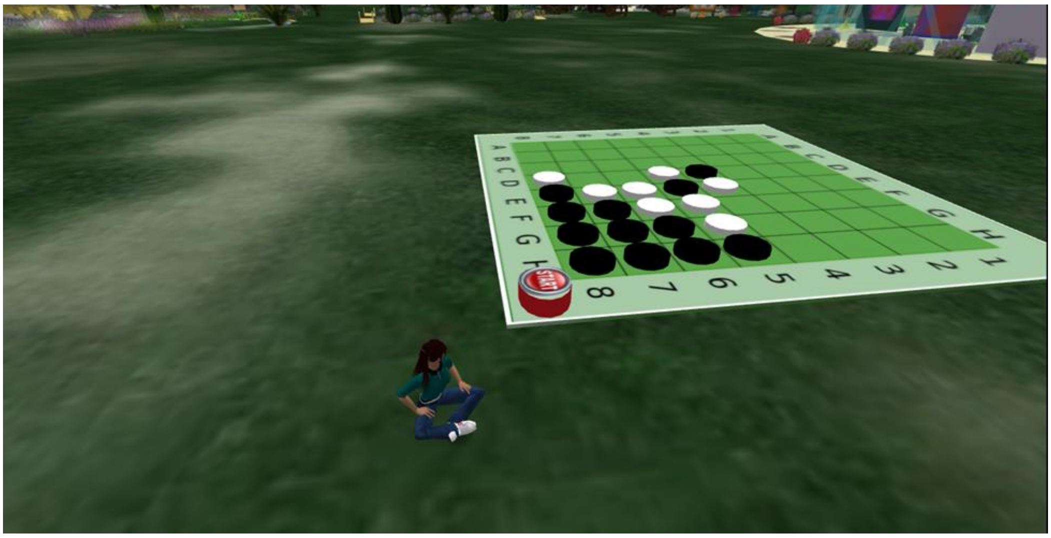


Figura 5: Il gioco è pronto, la sfida comincia!

Conclusioni e ringraziamenti

La costruzione di giochi è un modo coinvolgente per la realizzazione di applicazioni software che inducono alla riflessione, all'analisi di situazioni problematiche e alla produzione di manufatti finalizzati ad elaborare ed affinare strategie, capacità logiche, memoria e spirito di osservazione. Nel primo caso si è pervenuti alla stesura di codici con cui un giocatore può mettere alla prova le proprie capacità mentali contro il PC. Per il secondo gioco, l'obiettivo è stato la realizzazione in 3D di un gioco da tavola astratto dove coppie di studenti o di visitatori possano sfidarsi in singole gare o tornei per utilizzare i modi virtuali in modo altamente interattivo e per scopi didattici interdisciplinari.
Tutti i software, le risorse e le piattaforme utilizzate sono open source e gratuite.

Sitografia essenziale

[1] EdMondo
http://www.scuola-digitale.it/ed-mondo/progetto/perche-edmondo/
[2] OpenSimulator 0.7.5
http://simonastick.com/
[3] Lezioni di scripting in LSL a Scriptlandia
http://www.matematicamente.it/magazine/18dic2012/177marincola-scriptlandia.pdf
[4] Curve algebriche: gioielli virtuali
http://www.matematicamente.it/magazine/19aprile2013/179-Maricola-Curve.pdf
[5] Mind Sports Olympiad
http://it.wikipedia.org/wiki/Mind_Sports_Olympiad#Mind_Sports_Olympiad
[6] Rosa Marincola, 196. Programmare giochi in 3D
Matematicamente.it Magazine N. 21 Gennaio 2014,
[7] LSL Portal
http://wiki.secondlife.com/wiki/LSL_Portal
[8] Federazione Nazionale Gioco Othello
http://www.fngo.it
[9] Gimp
http://www.gimp.org/

205. Curiose tipologie di numeri primi

Stefano Borgogni
e-mail: stfbrg@rocketmail.com

"I numeri primi sono i mattoni con i quali, usando come cemento la moltiplicazione, si costruiscono gli altri numeri" (M. Ferrari)

Sunto

I Numeri Primi hanno attirato l'attenzione dei matematici fin dall'antichità e su di essi, nel corso dei secoli, si sono versati i proverbiali "fiumi di inchiostro".
Ciononostante, rimane ancora tanto da scoprire. In particolare è tuttora irrisolto il problema fondamentale, quello di scoprire una qualche regola in base alla quale i numeri primi si susseguono.[1]
Nel presente studio, però, non si tratterà questo problema, né si affronterà qualcuna delle altre, numerose questioni insolute relative ai numeri primi, più modestamente, si cercherà di portare l'attenzione su alcune curiose tipologie di numeri primi, poco conosciute ma che possono offrire spunti interessanti agli appassionati di matematica.

Introduzione

In primo luogo, presentiamo una tabella che descrive le svariate tipologie di numeri primi che si prenderanno in esame nel prosieguo del testo. Per evitare di ripetere più volte le stesse avvertenze, precisiamo che nella trattazione saranno ignorati i numeri primi minori di 10.

Nome	***Descrizione***	***Esempio***	***Primi numeri (> 10) della sequenza***
Additivi	La somma delle cifre dà un numero primo	47	11-23-29-41-43-47-61-67-83-89-101-113
Disparissimi	Hanno tutte le cifre dispari	97	11-13-17-19-31-37-53-59-71-73-79-97-113
"Imirp"	Invertendo le cifre danno un altro primo	149	11-13-17-31-37-71-73-79-97-101-107-113
Palindromi	Invertendo le cifre danno lo stesso numero	101	11-101-131-151-181-191-313-353-373-383
Permutabili	Tutti i possibili "anagrammi" sono primi	113	11-13-17-31-37-71-73-79-97-113-131-199
Monocifra	Sono formati da una sola cifra ripetuta	11	11-19 cifre "1"-23 cifre "1"-317 cifre "1"

1. Numeri primi presi singolarmente

Per maggiore chiarezza, il testo è suddiviso in due parti. Nella prima si tratteranno diverse tipologie di numeri primi considerati singolarmente, centrando in particolare l'attenzione sulle cifre che compongono i numeri stessi. Nella seconda parte si tratteranno i numeri primi presi a gruppi.

Numeri Primi Additivi

Cominciamo questa carrellata con i **Numeri Primi Additivi**, ossia numeri tali che la somma delle loro cifre è ancora un numero primo, come 47 (4+7 = 11).

[1] Su questo argomento citiamo un'opera abbastanza recente, che approfondisce in particolare lo stretto legame tra la distribuzione dei numeri primi e la cosiddetta "Ipotesi di Riemann": si tratta di *The music of the primes* (tradotto in italiano con il meno significativo titolo *L'enigma dei numeri primi*) di Marcus De Sautoy, 2005.

La successione dei Primi Additivi inizia con: 11, 23, 29, 41, 43, 47, 61, 67, 83, 89.
Visto che la somma delle cifre deve essere necessariamente un numero dispari (a parte i casi in cui essa valga 2, ad esempio nel numero 101), si può senz'altro stabilire che se sono composti da un numero di cifre pari, devono comprendere al loro interno almeno una cifra pari.[2] Facciamo due esempi: 29 (somma 11) oppure 1.093 (somma 13).
Al contrario, i Primi Additivi con numero di cifre dispari devono avere un numero pari di cifre pari, zero compreso: dunque, possono anche essere formati esclusivamente da cifre dispari, come i numeri che esamineremo adesso.

Numeri Primi Disparissimi

Passiamo, dunque, ai **Numeri Primi Disparissimi**,[3] ossia numeri formati soltanto da cifre dispari.
I primi dieci Disparissimi sono i seguenti: 11, 13, 17, 19, 31, 37, 53, 59, 71, 73.
Dalla definizione stessa si può dedurre che questo insieme presenta intervalli di decine di numeri - poi di centinaia, poi di migliaia e così via - in cui non si potrà trovare alcun numero primo; ad esempio, tra 20 e 30 (10 unità), tra 400 e 500 (100 unità) etc.
Inoltre, in relazione ai Primi Additivi visti poc'anzi, è evidente che nel caso di numeri con un numero di cifre pari, le due tipologie sono alternative: se un primo è additivo non potrà essere disparissimo e viceversa.
Senz'altro più interessanti sono, però, altre tipologie di primi.
In particolare, ne esamineremo alcune che delineano un percorso di successive selezioni, dal generale al particolare, attraverso il quale si restringe sempre più la quantità di "oggetti" considerati, fino ad ottenere dei numeri estremamente rarefatti nell'universo degli interi.
Questa sorta di sequenza comprende i Numeri Primi "Imirp", seguiti a ruota dai Primi Permutabili, dai Primi Palindromi e dai Primi Monocifra, definizioni che saranno meglio spiegate nei singoli paragrafi dedicati a ciascun gruppo.

Numeri Primi "Imirp"

Cominciamo con i **Numeri Primi "Imirp",** il cui curioso nome trae origine semplicemente dalla parola "Primi" letta al contrario.[4]
Si tratta, come si può intuire, di numeri che rimangono primi se si leggono le loro cifre in ordine inverso: un esempio è il numero 37, dato che anche 73 è primo.
La sequenza dei Primi "Imirp" inizia con: 11, 13, 17, 31, 37, 71, 73, 79, 97, 101.
Ovviamente, i numeri di questa tipologia non possono iniziare né con un numero pari, né con "5", per cui al di sotto di 100 si trova una striscia di 30 numeri (almeno) priva di "Imirp", mentre al di sotto di 1.000 tale striscia è costituita da non meno di 300 unità.
In generale, possiamo dire che nell'insieme dei numeri interi vi sono infiniti intervalli "Imirp free" di dimensione crescente pari a 3×10^k (con k maggiore o uguale a 2).
I Numeri Primi "Imirp" sono infiniti? Si ipotizza di sì, ma la questione è tuttora irrisolta.

Numeri Primi Palindromi

Restringiamo ora il campo a un sottoinsieme degli "Imirp", considerando i **Numeri Primi Palindromi**, ossia i numeri che rimangono identici anche invertendo l'ordine delle cifre che li compongono. Esempi: 11, 181 o 797.

---

[2] Unica eccezione è il numero 11.
[3] Traduciamo così, in maniera non del tutto letterale, il termine inglese "Oddest" con cui sono normalmente conosciuti questi numeri.
[4] Nella letteratura specializzata questi numeri, secondo la dizione inglese, sono generalmente definiti come "Emirp".

I primi dieci Primi Palindromi sono 11, 101, 131, 151, 181, 191, 313, 353, 373, 383.
Ovviamente, le condizioni affinché un numero primo sia palindromo sono assai più restrittive rispetto agli "Imirp" considerati in precedenza. La limitazione più importante è che i Primi Palindromi non possono avere un numero pari di cifre, poiché altrimenti sarebbero divisibili per 11.
Dunque, in questo caso le "strisce" prive di tali tipi di primi sono molto più ampie di quanto visto nel paragrafo precedente: vanno, infatti, eliminati tutti i numeri di 4 cifre (da 1.000 a 9.999, ossia 9.000 unità), quelli di 6 cifre (900.000 unità) e così via.
In generale, possiamo osservare infiniti intervalli senza Primi Palindromi di dimensioni pari - almeno - a 9×10^{2k} (con k maggiore o uguale a 2).

Numeri Primi Permutabili

A partire dagli "Imirp" si può costruire anche un altro sottoinsieme (non disgiunto da quello dei Primi Palindromi): si tratta dei Numeri Primi Permutabili, ovvero quei numeri per i quali sono primi anche i numeri ottenibili con tutte le possibili permutazioni. In altre parole, numeri che restano primi comunque vengano "anagrammate" le loro cifre: ad esempio, 199, 919 e 991.
La sequenza dei Primi Permutabili comincia con: 11, 13, 17, 31, 37, 71, 73, 79, 97, 113.
E' evidente come tale vincolo diventi sempre più stringente con l'aumentare delle cifre e, di conseguenza, delle possibili permutazioni: fino a 100 i Primi Permutabili coincidono con gli "Imirp", poi - salendo a 3 cifre - calano sensibilmente di numero.
Si potrebbe pensare che questa tendenza continui e, dunque, i Primi Permutabili oltre 1.000 siano abbastanza rari, ma non rarissimi. Invece, sorprendentemente - una volta superata questa soglia - per trovare il successivo numero appartenente al gruppo si deve salire addirittura fino a 19 cifre!
Scopriremo tra poco quale sia esattamente questo numero…

Numeri Primi Monocifra[5]

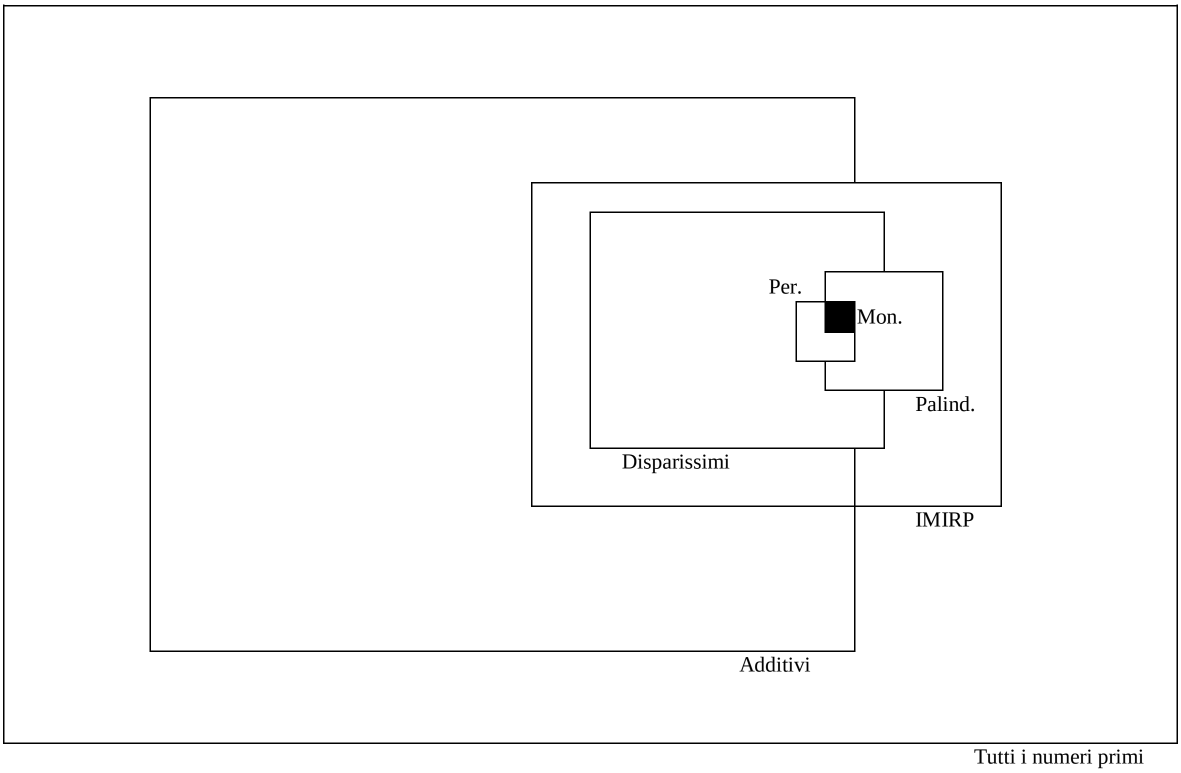
Infine, a conclusione di questo processo di selezioni successive, arriviamo all'ultimo stadio: i Numeri **Primi Monocifra**, numeri costituiti da una sola cifra ripetuta n volte.
Esclusi i casi banali di cui si è detto all'inizio, l'unica cifra accettabile per comporre tali numeri è, evidentemente, "1"; per esempio, 77.777 non va bene perché è divisibile per 11.111.
Ma c'è di più: detto M_n il numero composto da n cifre "1", è facile dimostrare che se n è divisibile per k, allora M_n è divisibile per M_k. Ad esempio, il numero M_{15} è divisibile per M_5: 111.111.111.111.111 = 11.111×10.000.100.001.
Dunque, affinché un numero monocifra sia primo è necessario che sia primo anche il suo numero di cifre "1". Ovviamente, non vale il viceversa; ad esempio 111 (3×37) e 11.111 (41×271) sono entrambi composti.
Riportiamo l'elenco dei primi Primi Monocifra, indicando - però - non i numeri nella loro interezza (che sono di dimensioni tali da risultare illeggibili), bensì il numero di cifre "1" che li compongono. Con questa avvertenza, la sequenza è la seguente: 2, 19, 23, 317, 1.031, 49.081, 86.453, 109.297...
Come si vede, adesso i paletti sono veramente molto stretti, tanto che - dopo 11 - il successivo primo monocifra è quello formato da 19 cifre "1".
Ed ecco svelato il piccolo "mistero" del paragrafo precedente: il primo numero primo permutabile maggiore di 1.000 è esattamente il numero con 19 "1" appena visto. Ma non basta: da qui in poi pare estremamente probabile (anche se non è stato ancora dimostrato con certezza) che la sequenza dei Primi Permutabili e quella dei Primi Monocifra siano esattamente coincidenti!

[5] Anche in questo caso, si possono trovare riferimenti a tali numeri utilizzando la dicitura inglese, che è "Rep-unit".

La successione continua indefinitamente? Ogni tanto viene scoperto qualche “gigante” con milioni di cifre “1” e si suppone che - benché estremamente rarefatti - vi siano infiniti Primi Monocifra; come in tutti gli altri casi, però, ciò non è stato ancora provato.

Uno sguardo d’insieme

Esaurita questa disamina, proviamo a cogliere con uno sguardo d’insieme le tipologie di numeri primi esaminate, utilizzando due diverse rappresentazioni.
In primo luogo, proponiamo una figura che, attraverso la classica struttura insiemistica (con l’uso di rettangoli, anziché delle più consuete forme ad ellisse), mostra le relazioni di inclusione tra le varie tipologie esaminate.



Aggiungiamo che si è cercato di dimensionare i rettangoli suppergiù in proporzione alla quantità dei numeri minori di 100.000 esistenti per ogni tipologia; fanno eccezione i Permutabili (Per.) e i Monocifra (Mon.), che sono sovradimensionati poiché in una rappresentazione proporzionale sarebbero risultati invisibili.
Dunque, la figura ci mostra non solo quali gruppi di primi sono compresi in altri, ma ci offre anche una prima approssimazione di “quanti” siano i primi che appartengono alle diverse tipologie.[6]
Per approfondire questo aspetto, aggiungiamo una tabella - per brevità limitata ai numeri fino a 100.000 - che mostra, per l’appunto, la densità di ciascun gruppo esaminato.
Va precisato che, per completezza d'informazione, in questa tabella si sono considerati tutti i numeri primi, anche quelli minori di 10.
Riguardo al numero “1”, ci atteniamo alla tendenza oggi largamente prevalente, per cui - a differenza di un tempo - esso non viene considerato primo.

[6] Trattandosi di insiemi (con ogni probabilità) infiniti, il “quanti” non va inteso letteralmente, bensì come numero di ricorrenze all’interno di uno stesso intervallo finito di interi.

Tipo di primi	*Fino a 100*		*Fino a 1.000*		*Fino a 10.000*		*Fino a 100.000*	
	N.	*%*	*N.*	*%*	*N.*	*%*	*N.*	*%*
Tutti	25	25%	168	16,4%	1.229	12,3%	9.592	9,59%
Additivi	14	14%	89	8,9%	590	5,9%	3.883	3,88%
Disparissimi	15	15%	57	5,7%	182	1,8%	790	0,79%
"Imirp"	13	13%	56	5,6%	260	2,6%	1.759	1,76%
Palindromi	5	5%	20	2,0%	20	0,2%	113	0,11%
Permutabili	13	13%	22	2,2%	22	0,2%	22	0,02%
Monocifra	5	5%	5	0,5%	5	0,05%	5	0,005%

Che cosa ci dice questa tabella?
In primo luogo, che finché si resta su piccoli ordini di grandezza vi sono oscillazioni che non permettono di trarre alcuna conclusione attendibile (ad esempio, all'inizio i Primi Permutabili sembrano più numerosi dei Primi Palindromi). Dunque, occorre salire almeno fino a numeri di 5 cifre per farsi un'idea un po'più precisa della numerosità delle diverse tipologie.
Secondariamente, si può notare che alcuni gruppi progrediscono con una certa costanza, mentre altri procedono "a balzi" assai più irregolari.
Più in particolare, si può dire che:

- I Primi "Imirp" e i Primi Disparissimi seguono un andamento simile a quello dei numeri primi in generale, ossia aumentano di numero con una certa gradualità (in base a funzioni non lineari, ma di tipo esponenziale/logaritmico).
- La quantità di Primi Palindromi aumenta per gli ordini di grandezza dispari (10^3, 10^5 etc.) e poi "si blocca" per gli ordini pari (10^4, 10^6 etc.).
- Se si fissa un qualsiasi numero N superiore a 1.000, i Permutabili compresi nell'intervallo tra 0 e N sono - con ogni probabilità[7] - 17 in più rispetto ai Monocifra.

Una tabella pitagorica di primi

Concludiamo questa parte con una tabella che esula leggermente dall'argomento fin qui trattato, ma può essere utile per visualizzare in maniera immediata alcuni numeri composti non immediatamente identificabili come tali e che - dunque - potrebbero essere erroneamente scambiati per primi.
Si tratta di una tabella costruita sullo stile della ben nota tavola pitagorica, che riporta il prodotto di due numeri primi minori di 70.
Non si sono considerati i multipli dei numeri 2, 3, 5 e 11 poiché - a differenza degli altri - si possono scoprire facilmente in base alle regole di scomposizione note anche ai ragazzi delle scuole medie.

[7] Non possiamo dire "esattamente" poiché - come accennato - la coincidenza tra primi permutabili e monocifra (oltre le 3 cifre) costituisce un'ipotesi fortemente probabile, ma non una certezza.

	7	**13**	**17**	**19**	**23**	**29**	**31**	**37**	**41**	**43**	**47**	**53**	**59**	**61**	**67**
7	49	91	119	133	161	203	217	259	287	301	329	371	413	427	469
13	91	169	221	247	299	377	403	481	533	559	611	689	767	793	871
17	119	221	289	323	391	493	527	629	697	731	799	901	1.003	1.037	1.139
19	133	247	323	361	437	551	589	703	779	817	893	1.007	1.121	1.159	1.273
23	161	299	391	437	529	667	713	851	943	989	1.081	1.219	1.357	1.403	1.541
29	203	377	493	551	667	841	899	1.073	1.189	1.247	1.363	1.537	1.711	1.769	1.943
31	217	403	527	589	713	899	961	1.147	1.271	1.333	1.457	1.643	1.829	1.891	2.077
37	259	481	629	703	851	1.073	1.147	1.369	1.517	1.591	1.739	1.961	2.183	2.257	2.479
41	287	533	697	779	943	1.189	1.271	1.517	1.681	1.763	1.927	2.173	2.419	2.501	2.747
43	301	559	731	817	989	1.247	1.333	1.591	1.763	1.849	2.021	2.279	2.537	2.623	2.881
47	329	611	799	893	1.081	1.363	1.457	1.739	1.927	2.021	2.209	2.491	2.773	2.867	3.149
53	371	689	901	1.007	1.219	1.537	1.643	1.961	2.173	2.279	2.491	2.809	3.127	3.233	3.551
59	413	767	1.003	1.121	1.357	1.711	1.829	2.183	2.419	2.537	2.773	3.127	3.481	3.599	3.953
61	427	793	1.037	1.159	1.403	1.769	1.891	2.257	2.501	2.623	2.867	3.233	3.599	3.721	4.087
67	469	871	1.139	1.273	1.541	1.943	2.077	2.479	2.747	2.881	3.149	3.551	3.953	4.087	4.489

La tabella, naturalmente, è lungi dall'essere esaustiva; mancano, ad esempio, i numeri derivanti dal prodotto di 3 numeri primi, che potrebbero altrettanto bene "camuffarsi" da primi: ad esempio 2.261 (7×17×19) oppure 3.857 (7×19×29).

2. Numeri primi presi a coppie o a gruppi

In questa seconda parte esamineremo i numeri primi considerati non più uno per uno, bensì congiuntamente: a coppie (il caso più usuale), a terne o a gruppi di 4.
Si potrebbe anche andare oltre, ma per brevità ci limiteremo alla "quaterna" come raggruppamento massimo di numeri.

Numeri Primi Gemelli

Il caso più semplice e immediato consiste nel prendere in esame le coppie di numeri più vicini tra loro; ecco, allora, i **Numeri Primi Gemelli**, cioè numeri della forma (n, n+2), che "distano" soltanto 2 unità.
Vi sono diversi vincoli per questi numeri. Ad esempio, è stato dimostrato che ogni coppia di primi gemelli - a parte il caso (3, 5) - deve avere la forma (6k-1, 6k+1).
Le prime coppie di Primi Gemelli superiori a 10 sono: (11, 13), (17, 19), (29, 31), (41, 43), (59, 61), (71, 73), (101, 103), (107, 109), (137, 139), (149, 151).
L'esistenza di infinite coppie di primi gemelli - che prende, per l'appunto, il nome di "Congettura dei numeri primi gemelli" - è da lungo tempo uno dei grandi problemi aperti della teoria dei numeri.

Senza approfondire l'argomento, ricordiamo soltanto un importante risultato ottenuto dal matematico norvegese Viggo Brun, il quale dimostrò nel 1919 che la somma dei reciproci dei primi gemelli è convergente.
Il valore limite di tale somma è la cosiddetta "Costante di Brun per i numeri Primi Gemelli", che vale all'incirca 1,90216.

Altre coppie di numeri primi

Una naturale estensione dei Primi Gemelli riguarda le coppie di numeri che "distano" l'uno dall'altro 4 o 6 unità.
Per estensione del grado di parentela, le coppie (p, p+4) costituiscono i cosiddetti **Numeri Primi Cugini** (curiosamente, chi ha coniato queste definizioni si è dimenticato dei fratelli!), mentre alle coppie (p, p+6) è stata data una denominazione - quella di **Numeri Primi Sexy**[8] - totalmente estranea rispetto alle precedenti.
La successione delle coppie di Primi Cugini inizia con: (13, 17), (19, 23), (37, 41), (43, 47), (67, 71), (79, 83), (97, 101), (103, 107), (109, 113), (127, 131); quella dei Primi Sexy con: (11, 17), (13, 19), (17, 23), (23, 29), (31, 37), (37, 43), (41, 47), (47, 53), (53, 59), (61, 67).
Ricordiamo, en passant, che - analogamente al caso dei Primi Gemelli - esiste anche una Costante per i Primi Cugini, il cui valore approssimato è 1,19704.
Si ritiene (ma non vi è alcuna dimostrazione in proposito) che sia le coppie di Primi Cugini, sia quelle di Primi Sexy siano infinite. Di più, ampliando il discorso a numeri primi che "distano" più di 6 unità, va segnalata la cosiddetta Congettura di Polignac,[9] secondo la quale per ogni numero naturale k esistono infinite coppie di numeri primi che differiscono tra loro di 2k.

Terne di numeri primi

Se nella ricerca di numeri primi il più possibile vicini ampliamo il campo, andando "oltre la coppia", possiamo ottenere le **Terne di Numeri Primi**, raggruppamenti di numeri della forma (p, p+2, p+6) oppure (p, p+4, p+6).[10]
Ciò equivale a dire che una terna di primi contiene sicuramente una coppia di Primi Gemelli (p, p+2 oppure p+4, p+6), una coppia di Primi Cugini (p, p+4 oppure p+2, p+6) e, infine, una coppia di Primi Sexy (p, p+6).
Lo stesso numero può far parte di due o anche tre terne di primi; per esempio, 103 è membro dei gruppi (97, 101, 103), (101, 103, 107) e (103, 107, 109). Quando ciò avviene, si dice che i cinque numeri interessati formano una Cinquina di Primi, tipo di raggruppamento che non esamineremo in questa sede.
Le prime terne di primi maggiori di 10 sono: (11, 13, 17), (13, 17, 19), (17, 19, 23), (37, 41, 43), (41, 43, 47), (67, 71, 73), (97, 101, 103), (101, 103, 107), (103, 107, 109), (107, 109, 113).
Come per le coppie viste poc'anzi, non si sa se le terne di numeri primi siano o meno infinite.

Quaterne di numeri primi

Completiamo questa breve analisi con le **Quaterne di Numeri Primi**, ossia le sequenze di 4 numeri primi della forma (p, p+2, p+6, p+8).

---

[8] Questi numeri non hanno niente di particolarmente attraente; semplicemente, la loro denominazione viene dal latino "sex", il numero sei.
[9] Dal nome del matematico francese dell'800 Alphonse de Polignac.
[10] E' chiaro che - a parte (3, 5, 7) - non può esistere alcuna terna di numeri (n, n+2, n+4), poiché uno di essi sarebbe sicuramente divisibile per 3.

Una quaterna di primi contiene necessariamente due coppie di Primi Gemelli e due terne di primi sovrapposte l'una all'altra.
La sequenza delle quaterne di primi - sempre oltre il numero 10 - comincia con: (11, 13, 17, 19), (101, 103, 107, 109), (191, 193, 197, 199), (821, 823, 827, 829), (1.481, 1.483, 1.487, 1.489), (1.871, 1.873, 1.877, 1.879), (2.081, 2.083, 2.087, 2.089), (3.251, 3.253, 3.257, 3.259), (3.461, 3.463, 3.467, 3.469), (5.651, 5.653, 5.657, 5.659).
Con l'eccezione di (5, 7, 11, 13), tutte le quaterne di primi hanno la forma (30n+11, 30n+13, 30n+17, 30n+19).
Non è nemmeno di caso di aggiungere che, con ogni probabilità, esistono infinite quaterne di numeri primi, ma - una volta di più - tale congettura non è mai stata provata.

Uno sguardo d'insieme

Analogamente a quanto visto nella parte relativa ai numeri primi considerati singolarmente, proponiamo adesso una tabella per dare un'idea della "numerosità" dei raggruppamenti di numeri primi.
Per semplicità, ci limiteremo a considerare le tre coppie esaminate in precedenza, lasciando da parte le terne e le quaterne.

Tipologia	*Fino a 100*		*Fino a 1.000*		*Fino a 10.000*		*Fino a 100.000*	
	N.	*%*	*N.*	*%*	*N.*	*%*	*N.*	*%*
Gemelli	15	15%	69	6,9%	409	4,1%	2.447	2,45%
Cugini	16	16%	81	8,1%	405	4,1%	2.431	2,43%
Sexy	22	22%	119	11,9%	703	7,0%	4.363	4,36%

A scanso di equivoci, ricordiamo che il numero indicato in tabella è relativo alla quantità di singoli numeri, non alla quantità di coppie.
Detto questo, possiamo osservare che i "parenti" (Primi Gemelli e Primi Cugini) seguono una medesima progressione: escluse le oscillazioni presenti per gli ordini di grandezza più piccoli, infatti, a partire dalle 4 cifre la loro percentuale sul totale degli interi è pressoché identica.
I Primi Sexy, invece, sono notevolmente più numerosi rispetto alle altre due tipologie; inoltre, lo scarto tende ad aumentare al crescere dell'ordine di grandezza considerato.

206. Matematica e ideologia: la politica degli infinitesimali

di Joseph W. Dauben
City University of New York (USA)
Traduzione dall'originale inglese di Davide Spagnoli

Dedicato alla memoria di Mariano Hormigón

Pero en lo que se refiere al análisis de los asuntos cotidianos de orden sociopolítico lo que se filtra y se infiltra en el proceso de información y de opinión es, lisa y Ilanamente, ideología.

Ma per quanto riguarda l'analisi delle vicende quotidiane di sociopolitica quello che filtra e s'infiltra nel processo di informazione e di opinione è, consumata e ingenua, ideologia.

[HORMIGÓN, 1996a, p. 347]

Il tema di questo articolo è stato originariamente proposto da Mariano Hormigón per il *Terzo Simposio Internazionale in memoria del matematico García de Galdeano* tenutosi presso l'Università di Saragozza nel settembre del 1996, dedicato al tema della «*Scienza ed ideologia*». Se non fosse stato per l'invito di Mariano a partecipare a quella riunione, e a prendere in considerazione l'argomento affrontato qui come mio contributo al simposio, questo documento non sarebbe stato scritto. È alla memoria di Mariano Hormigón che vorrei dedicare questo lavoro, come segno della mia gratitudine per i suoi numerosi contributi alla storia della matematica, in particolare per lo sviluppo di soggetti internazionali attraverso questi incontri, come quelli che ha organizzato a Saragozza nel nome di Zoel García de Galdeano.

Illustrazione 1: *Sofva A. Yanovskava*

I *Manoscritti matematici* di Karl Marx sono stati (in parte) pubblicati per la prima volta in russo nel 1933, assieme ad una loro analisi eseguita dalla matematica sovietica Sofya Aleksandrovna Yanovskaya[1]. Friedrich Engels fu il primo a richiamare l'attenzione sull'esistenza di questi manoscritti nella prefazione al suo "AntiDühring" [1885]. Un'edizione definitiva dei *Manoscritti* è infine stata pubblicata, sotto la direzione della Yanovskaya, nel 1968, e, successivamente, sono anche apparse numerose traduzioni. Marx era interessato alla matematica soprattutto per la relazione tra questa e le proprie idee di economia politica, ma vide anche l'idea di grandezza variabile come direttamente connessa ai processi dialettici in natura. Egli considerava le questioni sui fondamenti del calcolo differenziale come la pietra di paragone dell'applicazione del metodo del materialismo dialettico alla matematica.

Quasi un secolo dopo, i matematici cinesi collegarono esplicitamente l'ideologia marxista e i fondamenti della matematica attraverso un nuovo programma di calcolo, interpretato in termini di "Analisi non standard". Durante la Rivoluzione culturale (1966-76), la matematica era guardata con sospetto per il suo essere troppo astratta, distaccata dai problemi della gente comune e alla loro lotta per soddisfare le esigenze di base della vita quotidiana in una società ancora in gran parte agricola. Ma durante la Rivoluzione Culturale, i matematici cinesi scoprirono i manoscritti matematici di Karl Marx, e questi sembrarono offrir loro nuove ragioni per giustificare la matematica astratta, in particolare in relazione alla fondazione e alla valutazione critica dell'Analisi. Risulta che un gruppo di studio del Dipartimento di matematica presso l'Università per insegnati di Zhejiang ha pubblicato per proprio conto *La brillante*

1 http://ru.wikipedia.org/wiki/Яновская,_Софья_Александровна

vittoria della dialettica — Note sullo studio dei 'Manoscritti matematici di Marx' [ZHEJIANG, 1975]
Ispirati dall'Analisi non standard, introdotta da Abraham Robinson solo pochi anni prima, alcuni matematici cinesi adattarono il modello che Marx aveva elaborato studiando Analisi, ed in modo particolare la natura degli infinitesimali in matematica, da un punto di vista marxista. Ma lo fecero utilizzando nuovi strumenti disponibili grazie a Robinson, che erano sconosciuti a Marx quando iniziò a studiare Analisi matematica negli anni '60 del 1800. Di conseguenza, più tardi in Cina si è sviluppato un notevole interesse per l'analisi non standard, e, nel 1978, quasi subito dopo la Rivoluzione Culturale - ufficialmente terminata nel 1976 - è stata tenuta a Xinxiang, nella provincia dello Henan, la prima conferenza cinese sull'Analisi non Standard.

1. Matematica e ideologia

La geometria euclidea, ed i metodi matematici che incorpora, è stata l'elemento caratteristico del pensiero critico ed universalmente considerato come una delle più grandi conquiste intellettuali dell'umanità.
Questo è direttamente riflesso nel frontespizio, ideato dalla Oxford University ed inciso da Michele Borghesi, per l'edizione di David Gregory in greco e in latino degli Elementi di Euclide, dove il naufrago, il filosofo socratico Aristippo, lasciato a terra dai suoi compagni di bordo, vede nella sabbia della spiaggia i punti di diagrammi geometrici ed esclama: "*Hominum enim vestigia video*» — " *vedo impronte di uomini*".
Questo naufragio ricorda un altro incidente in mare, ma meno fortunato: la morte del leggendario pitagorico Ippasio. Uno dei principi fondamentali dell'antica filosofia pitagorica era il concetto di armonia e commensurabilità, tutte le cose possono essere misurate dai numeri, cioè dagli interi, o da rapporti tra numeri interi. Ma la scoperta dell'incommensurabilità del lato di un quadrato con la sua diagonale, l'equivalente geometrico dell'asserzione algebrica che $\sqrt{2}$ è irrazionale, rappresentava una palese contraddizione dell'idea fondante stessa dei pitagorici. La storia ci racconta che i pitagorici erano così spaventati da questa scoperta che tutti giurarono che questa sarebbe rimasta segreta. Ippasio, un iniziato che si dice abbia divulgato il segreto, morì in mare:
È noto che l'uomo che per primo rese pubblica la teoria degli irrazionali morì in un naufragio in modo che l'indicibile e inimmaginabile sarebbe sempre restato velato e così l'uomo colpevole, che fortuitamente aveva toccato e rivelato questo aspetto delle cose viventi, è stato portato nel posto dove aveva iniziato a vivere e per sempre viene battuto dall'onda [2].
Anche se la scoperta dell'incommensurabilità della diagonale del quadrato può aver messo in crisi l'ideologia, se non la matematica pitagorica, si è chiaramente sviluppato un problema ideologico preoccupante per la scuola pitagorica, collegato com'era alla certezza della matematica e dei principi della filosofia pitagorica, e con l'immagine stessa della setta di Pitagora. Se uno dei suoi più importanti principi veniva riconosciuto come falso, in seguito, sicuramente, la credibilità del pitagorismo in generale sarebbe stato messo in discussione. Così la scoperta dell'incommensurabilità rivela un aspetto dell'infinito con un confine pericolosamente politico, almeno per i pitagorici.[3]
Per Platone il confine era diverso: ne "La Repubblica", infatti, il filosofo greco ci spiega che la matematica svolge un ruolo importante nell'educazione dei cittadini alla miglior forma di governo. Ma, più specificamente, prende la prova che la diagonale di un quadrato è incommensurabile con il lato come espressione diretta del trionfo della mente umana, e questo, a sua volta, costituisce un'importante messa a fuoco per una polemica che Platone inserirà nel suo celebre *Teeteto* [4].

2 DAUBEN [1984, p. 861, e DAUBEN [1992, p. 54]. Traduzione dallo *Scholium* ad EUCLID [1888, X, I, p. 417]. Per altre fonti sull'episodio citato, vedi IAMBLICHUS [1891, XXV, pp. 76-78], e IAMBLICHUS [1937, XVIII, 88, p. 52; XXXIV, 247, p. 132]. BURKERT [1972, p. 4551 scrive che "la tradizione della segretezza, del tradimento, e della punizione divina fornisce l'occasione per la ricostruzione di un vero melodramma nella storia intellettuale".
3 Per il pitagorismo e la sua dimensione politica, vedi BURKERT [1972], FOWLER [1987], MINAR [1942], PHILIP [19661, RAVEN [1948] e DE VOGEL [1966]. Ippasio, era noto fra i pitagorici per la sua conoscenza della politica.
4 Vedi KNORR [1975], WASCHKIES [1977] e FOWLER [1987] per un dettagliato resoconto del significato della scoperta dell'incommensurabilità nel contesto della matematica antica, e dell'utilizzo che ne fa lo stesso Platone nel Teeteto. Platone condanna l'ignoranza di quelli che non hanno capito la natura dell'incommensurabilità ela considerano come una "disgrazia della natura umana" [Laws, VII, 819-820].

Nel XVII secolo l'infinito ritorna tanto come tema ideologico quanto politico nel dibattito sul calcolo infinitesimale. Il dibattito era ideologico per quello che riguardava le obiezioni all'analisi ed al suo ambiguo carattere zero/non-zero, che porta al dissenso espresso da Berkeley in Inghilterra e sul continente a Nieuwentijdt. Ma il dibattito era anche politico, specialmente nell'acrimonioso disaccordo tra Newton e Leibniz sulla questione prioritaria su chi avesse scoperto il calcolo infinitesimale per primo. La conseguente battaglia, *Philosophers at War* (come A. Rupert Hall ha descritto in modo pittoresco l'opposizione tra Newtoniani e Leibniziani), ha un significato esplicitamente politico in quanto si trattava di una battaglia tra preoccupati matematici inglesi sulla successione Hannoveriana ed il ruolo dell'illustre Leibniz come consigliere, storico e massima figura scientifica della corte tedesca [HALL, 1980].
Arnold Thackray ha anche descritto questi *tempi politicamente agitati* in Inghilterra: *Con la stessa successione al trono insicura, il fatto che Leibniz avesse molta influenza sull'elettrice Sophia (del Palatinato ndt) – colei che era destinata ad essere la monarca inglese*[5] *- era poco meno di un disastro.* [THACKRAY, 1970, p. 52; Cfr. anche THACKRAY, 1968]. Infatti, la controversia Newton-Leibniz può essere presa come un primo esempio di ciò che Mariano Hormigo´n ha chiamato la *intervencion de la ideologia* (*l'intervento dell'ideologia* ndt) nel progresso cognitivo. [HORMIGO´N, 1996b]. Le tensioni politiche tra i sostenitori inglesi di Newton e la massima figura scientifica tra gli Hannoveriani, ossia Leibniz, era riflesso non solamente nella disputa sulla priorità dell'invenzione del calcolo infinitesimale, ma in altre differenze come sulla gravità, la teoria Newtoniana sulla materia, l'ottica, lo spazio, il tempo, infatti su qualsiasi altra questione una parte sentiva che poteva essere usata contro la controparte[6].
Nel XIX secolo il dibattito sul calcolo infinitesimale è continuato su molti altri fronti, tra gli altri in particolare di nuovo nel contesto dell'analisi nelle mani di Augustin-Louis Cauchy ed il suo rigore nell'affrontarla[7]. Anche se la discussione è continuata sulla questione se includere o meno dalla matematica rigorosa gli infinitesimi, l'uso più drammatico di infinito è dovuto alle idee controverse di Georg Cantor, creatore della teoria degli insiemi transfiniti. Le teorie di Cantor, soprattutto quella sui numeri transfiniti, ha fatto precipitare le differenze sgradevoli tra Leopold Kronecker da una parte, e Georg Cantor e Karl Weierstrass dall'altra[8]. Il dibattito con Kronecker può essere stato ideologico, ma il problema dell'infinito, così come l'analisi, all'incirca nello stesso periodo, assume anche un significato politico quando viene trattato da Karl Marx.

2. Marx e la matematica

La tesi di laurea che Marx scrisse a Jena, era un'interpretazione degli atomisti greci dal punto di vista hegeliano. Dei due maggiori atomisti greci, Marx preferiva Epicuro a Democrito *perché Epicuro dava al proprio atomismo un contenuto sociale* [STRUIK, 1992, p. 741]. Nel 1858, mentre stava preparando la prima bozza di *Das Kapital*, Marx iniziò ad essere un serio autodidatta della matematica. Nel frattempo il suo collega Friedrich Engels si dedicò allo studio della fisica e di altre scienze naturali. Entrambi erano convinti che *senza la conoscenza delle scienze naturali* la loro analisi della società sarebbe stata fortemente menomata. *Le Scienze Naturali*, scrisse Marx in una bozza del 1863 del *Kapital, sono le basi di tutta la conoscenza* [STRUIK, 1992, p. 742].
Per quanto riguarda l'interesse mostrato da Marx per la matematica, Dirk Struik spiega che *l'interazione dialettica di finito ed infinito affascinava sia Marx che Engels* [STRUIK, 1992, p. 747][9]. Purtroppo, Marx ha

5 "Mediante l'Act of Settlement del 1701, un atto del parlamento di Westminster che cambiò la consueta legge di ereditarietà dei troni d'Inghilterra ed Irlanda, Sofia venne dichiarata erede presuntiva della cugina regina Anna di Gran Bretagna ed Irlanda; essa non venne però mai dichiarata erede di Scozia. Essa sarebbe succeduta ad Anna se non fosse morta alcune settimane prima della monarca inglese; alla morte di Sofia, suo figlio Giorgio Luigi, elettore di Hannover e duca di Brunswick-Lüneburg, divenne l'erede presuntivo e, alla morte di Anna, salì al trono come Giorgio I. http://it.wikipedia.org/wiki/Sofia_del_Palatinato
6 Cfr. la prefazione ad ALEXANDER [1956], specialmente la Part II, "The Argument of the Correspondence", pp. xiv-xxii.
7 Cfr., tra gli altri, GRABINER [1981], e BELHOSTE [1985 and 1991].
8 Cfr. DAUBEN [1979/1990, pp. 66-69, 133-138, 160-168, 280-281], EDWARDS [1988], MESCHKOWSKI [1967, pp. 134-139], e CHARRAUD [1994, pp. 34-37, 196-199].
9 Cfr, anche STRUIK [1948] e KENNEDY [1977].

intrapreso lo studio dell'analisi matematica, e la successiva valutazione critica dei suoi fondamenti, a quanto pare ignorando le opere di Cauchy, e prima delle richieste sempre più tecniche in nome del rigore avanzate da Weierstrass, Dedekind e Cantor che diventeranno tratti distintivi della rigorosa matematica moderna. Marx non fa menzione diretta di Cauchy, e sembra aver limitato la sua lettura ai testi base del XVIII e dell'inizio del XIX, soprattutto dei volumi che egli era in grado di reperire alla British Library di Londra[10].

Marx era interessato alla matematica soprattutto per via delle delle relazioni che questa aveva con le sue idee sull'economia politica. Anche Engels era interessato all'analisi matematica, ma aveva dei dubbi sui suoi fondamenti, specialmente nell'introduzione della grandezza di una variabile e l'estensione delle variabilità di quantità infinitamente piccole e grandi. Come dice in una sua famosa polemica contro Eugen Dühring, *la maggior parte della gente fa calcoli differenziali e integrali, non perché intenda ciò che fa, ma per pura fede, poiché sinora questo è sempre riuscito bene*[11].

Engels scrive, forse troppo poeticamente, che con l'introduzione di variabili (e l'estensione della loro variabilità tanto nell'infinitamente piccolo come nell'infinitamente grande) *[…] la matematica […] ha commesso il suo peccato originale; ha mangiato il pomo della conoscenza che le ha aperto la carriera dei successi più giganteschi, ma anche quella degli errori. Lo stato verginale dell'assoluta validità e dell'irrefutabile dimostrabilità di tutto ciò che è matematico se ne è andato per sempre; ha fatto irruzione il regno delle controversie* [ENGELS, 1894, p. 81].

Marx aveva un punto di vista più profondo, e concepiva l'idea della grandezza di una variabile come direttamente correlata ai processi dialettici della natura. Nel 1881 scrisse una lettera sul modo di analizzare tanto le derivate quanto gli integrali che inviò ad Engels [KENNEDY, 1977, p. 307]. Il pensiero di Marx era chiaramente influenzato da Hegel. Marx, per esempio, affrontava le derivate in termini di processo dialettico, *la negazione della negazione*.

Engels, quando affrontava la matematica aveva un profilo meno teorico ma molto più pratico, preferiva affermare l'analisi da un punto di vista materialistico, e analogamente guardava al calcolo infinitesimale nel mondo reale: *La natura offre prototipi di queste grandezze immaginarie* [ENGELS, 1962b, pp. 529-534, esp. p. 530][12].

Nonostante la limitata qualità delle sue letture, Marx, come ha osservato il matematico italiano Lucio Lombardo Radice, era interessato all'analisi per ragioni filosofiche correlate ai fondamenti della propria filosofia:

Marx dedica tanta attenzione e tanto sforzo di pensiero negli ultimi anni della sua vita alla fondazione del calcolo

---

[10] Cfr. VOGT [1983, p. 56, nota 32]. Come sottolinea Annette Vogt, Marx ha studiato matematica in Inghilterra, dove la materia era significativamente in ritardo rispetto i livelli di ricerca pubblicati in Francia o Germania. Solo con la cosiddetta Analytical Society (Società Analitica ndt) composta da Charles Babbage, George Peacock e John Herschel, la matematica britannica ha cominciato a recuperare il ritardo accumulato nei confronti del continente, in parte traducendo in inglese, nel 1816, il lavoro di Lacroix "Trattato elementare sul calcolo differenziale e integrale" [Vogt, 1983, p. 55]. A quanto pare, questo sia stato il testo più moderno sul calcolo infinitesimale che Marx abbia mai letto. Tra gli autori inglesi, Babbage è stato particolarmente influente su Marx, in particolare il suo lavoro intitolato "On the Economy of Machinery and Manufactures" ("Sull'economia delle macchine e delle manifatture" ndt) [Vogt, 1983, p. 56]. Anche l'opera di Lagrange "Theorie der analytischen Funktionen" ("Teoria delle funzioni analitiche" ndt, che Marx ha letto in una traduzione in tedesco) ebbe una grande influenza. Marx, che era interessato alla teoria della dimostrazione e ai metodi matematici, scrisse la filosofia, la storia della matematica e della meccanica, ed era particolarmente interessato al problema di dove vengono le idee matematiche [Una risposta plausibile a questa domanda verrà data solo nel 2000 dal volume "Da dove viene la matematica?" scritto dal linguista cognitivista George Lakoff e dallo psicologo Rafael E. Núñez. In questo lavoro si sostiene che la matematica è un risultato dell'apparato cognitivo umano e deve pertanto essere compresa in termini cognitivi. ndt] Secondo Annette Vogt, Marx ha studiato, tra gli altri, opere di Boucharlat, D'Alembert, Eulero, Hall, Hegel, Hemming, Lacroix, Lagrange, Landen, MacLaurin, Moigno, Newton e Taylor. La maggior parte della sua lettura sembra essere stata diretta da riferimenti matematici che incontrava nello studio di Hegel [Vogt, 1995, pp 39-40].

[11] ENGELS [1894]. Karl Eugen Dühring (1833-1921) era un filosofo ed economista politico che ipotizzava un essere umano primordiale da cui si era evoluto tutto il resto, una teoria che chiamava la "legge del numero determinato". Era un forte sostenitore del capitalismo e del nazionalismo, attaccava la religione, ed era un antisemita senza peli sulla lingua. Engels contestava soprattutto a Dühring un modo aprioristico di affrontare la matematica, e dichiarava che i concetti più elementari (come quello di numero) non erano creazioni arbitrarie della mente, ma si erano radicati a partire dalle esperienze del mondo materiale. Per ulteriori informazioni su Dühring Cfr. HERMANN [1979].

[12] Cfr. anche ENGELS [1940, p. 314], e KENNEDY [1977, p. 311].

infinitesimale, perché trova in esso un argomento decisivo contro una interpretazione metafisico-mistica della legge dialettica della negazione della negazione. [13]
Un'opinione simile veniva espressa dallo storico e filosofo sovietico della matematica, Konstantin Alexeyevich Rybnikov, che segnalava come *il difficile compito di fondare il calcolo differenziale divenne per Marx la pietra di paragone dell'applicazione del metodo della dialettica materialistica alla matematica* [KENNEDY, 1977, p. 316]. Il senso di quello che Marx aveva in mente può essere raccolto un poco alla volta dal seguente passaggio dell' Anti-Dühring di Friedrich Engels:
Come si compiono queste specie di calcoli? Io ho, per es., in un problema determinato due grandezze variabili, x e y, delle quali l'una non può variare senza che insieme vari l'altra, in un rapporto determinato dalle circostanze. Io derivo x e y, cioè suppongo che x e y siano così infinitamente piccole che scompaiono di fronte ad una grandezza reale, per piccola che essa sia, e che di x e y non resti che il loro rapporto specifico, senza però nessuna, per così dire delle circostanze materiali, un rapporto quantitativo senza quantità dy/dx, il rapporto delle due derivate di x e di y e dunque = 0/0, ma posto 0/0 come l'espressione di y/x. Che questo rapporto tra due grandezze scompare, la fissazione del momento del loro scomparire, è una contraddizione, è cosa che noto solo di passaggio; ma ci può turbare tanto poco quanto poco in generale ha turbato la matematica da quasi duecento anni. Che cos'altro ho fatto dunque se non aver negato x e y, ma negato non in modo da non occuparmene più, come nega la metafisica, ma in quella maniera che corrisponde alle circostanze. Invece di x e y io ho, nelle formule o equazioni che mi stanno davanti, la loro negazione, dx e dy. Ora io continuo a calcolare con queste formule, tratto dx e dy come grandezze reali, anche se sottoposte a certe leggi eccezionali, e ad un certo punto nego la negazione, cioè integro la formula differenziale, al posto di dx e di dy, ottengo di nuovo le grandezze reali x e y, ma non mi trovo di nuovo al punto in cui ero al principio: invece ho risolto un problema sul quale la geometria e l'algebra comuni si sarebbero forse invano affaticate. [ENGELS, 1894, pp. 164- 165].

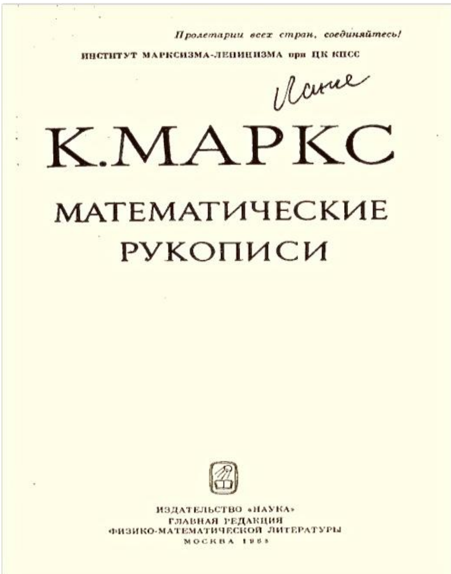


Illustrazione 2: Copertina dell'edizione bilingue, russo-tedesco, dei *Manoscritti Matematici* di K. Marx (1968)

3. Marx e i Manoscritti matematici in Unione Sovietica

Poco dopo la Rivoluzione bolscevica del 1917, le autorità sovietiche iniziarono ad interessarsi ai Manoscritti di Marx, compresi quelli dedicati alla matematica. In seguito ad una serie di trattative avvenute negli anni '20 del '900, l'istituto Marx-Engles di Mosca ottenne delle fotocopie delle carte originali [14]. Il direttore dell'Istituto, il noto storico Professor David Borisovic Ryazanov, creò un gruppo speciale per studiare e pubblicare i manoscritti, guidato dalla Professoressa Sofya Aleksandrovna Yanovskaya — una nota storica della matematica ed un'ardente partigiana della comunità dei matematici sovietici. Lo studio dei Manoscritti matematici divenne un'ossessione per i matematici, gli storici ed i filosofi sovietici.
Il primo serio rapporto che descriveva i Manoscritti matematici di Karl Marx venne presentato da Ernst Kol'man al famoso Congresso di Storia della Scienza tenuto a Londra nel 1931 [KOL'MAN, 1931b]. L'anno seguente tenne anche una breve relazione sui Manoscritti matematici al Congresso Internazionale dei matematici a Zurigo [15]. I primi risultati del gruppo di ricerca della Yanovskaya,

---

[13] LOMBARDO RADICE [1972, p. 275]; citato da KENNEDY [1977, p. 316]; “Sul concetto di funzione derivata” http://www.fisicamente.net/SCI_FIL/index-682.htm .
[14] Molte delle informazioni qui fornite sui *Manoscritti matematici* e la loro storia in Unione Sovietica, mi sono state date dal mio collega, Sergej Demidov, Editore di *Istoriko-Matematicheskie Issledovaniya*, e Direttore del Dipartimento di Storia della matematica, dell'Istituto di Storia delle Scienze naturali e della tecnologia, dell'Accademia russa delle scienze, di Mosca, in una lettera del Settembre 1996.
[15] Kol'man concludeva: "*So kämpft Marx als wahrer Dialektiker sowohl gegen die rein analytisch Zurückführung des Neuen zum Alten, die so charakteristisch für die Methodologie des «mechanistischen» Materialismus des XIX. Jahrhunderts war, als auch gegen die rein synthetische Einführung des Neuen von außen her, was nicht nur für den Hegelischen Standpunkt, sondern auch für den heutigen Intuitionismus bezeichnend ist, der das Prinzip der mathematischen Induktion für dasjenige Neue hält, das von außenher kommt, und der auf diese Weise den Uebergang*

comunque, vennero pubblicati in un articolo nel 1933, *Sui Manoscritti matematici di Marx* [YANOVSKAYA, 1933]. Dopo la Seconda guerra mondiale, il più noto del gruppo era Rybnikov, che successe alla Yanovskaya nella cattedra di di Storia e filosofia della scienza presso l'Università di Mosca [VOGT, 1983, p. 54]. Il gruppo terminò il lavoro sui manoscritti solamente negli anni '60, pubblicando un considerevole volume nel 1968 [16]. Comunque, il primo dei Manoscritti matematici di Marx ad essere pubblicato per la verità apparve nel 1933 (dedicato alle sue riflessioni sulla natura del calcolo differenziale). Marx aveva scritto queste considerazioni per Friedrich Engels, e vennero rese pubbliche in occasione del 50° anniversario della morte di Marx appunto nel 1933 [YANOVSKAYA, 1933]. Ma sarà necessario attendere altri 25 anni, fino al 1958, per vedere pubblicata un'altra traduzione di un manoscritto di Marx — questa volta sul concetto di funzione. Trascorsero altri dieci anni prima che venisse pubblicata la traduzione completa dei Manoscritti matematici di Marx, apparsi in un'edizione bilingue, russa-tedesca, a cura della a cura della Yanovskaya nel 1968 [VOGT, 1983, p. 54, nota 24].

4. Mao Ze-Dong / Mao Tse-tung [17]

Mao Ze-Dong (1893-1975) nasce a Shao Shan, un villaggio della provincia dello Hunan nella Cina meridionale, il 26 dicembre 1893. A diciotto anni, dopo aver superato l'esame d'ammissione, andò a Ch'ang-sha, la provincia della capitale, dove entrò nella scuola intermedia nel 1911. Prima che l'anno fosse finito, entrò nell'esercito rivoluzionario che rovesciò la dinastia Qing. Nel giro di un anno Mao aveva lasciato l'esercito, dopo che aveva passato tutti i giorni degli ultimi sei mesi a leggere libri presso la

zwischen der Logik und der Mathematik vernichtet" ("*Marx combatte come un vero dialettico contro tanto la vecchia e nuova riduzione puramente analitica, caratteristica della metodologia del materialismo "meccanicistico" del XIX secolo, quanto l'introduzione puramente sintetica del nuovo dall'esterno non è una cosa importante solo da un punto di vista hegeliano, ma vale anche per il nuovo intuizionismo contemporaneo proveniente dall'esterno, che in questo modo ha distrutto la transizione tra logica e matematica*") [KOL'MAN, 1932, p. 351].

[16] Nonostante il ritardo nella pubblicazione, il lavoro di questo gruppo infine apparve in occasione del 150° anniversario della nascita di Marx. I *Manoscritti matematici* vennero pubblicati in un'edizione bilingue, l'originale in tedesco e la sua traduzione in russo nella pagina a fronte. Cfr. VOGT [1983, p. 55, nota 25]. Lo studio dei Manoscritti matematici di Marx ha avuto un importante impatto sulla ricerca sovietica nel campo della storia della filosofia e della matematica, in cui praticamente tutti i lavori pubblicati tra il 1930 e il 1950 hanno avuto a che fare con i manoscritti. Anche la storia della matematica, peraltro, ha ricevuto da quanto scritto da Marx un considerevole stimolo. Per esempio tra i manoscritti di Marx c'è un saggio sulla storia dei fondamenti dell'analisi matematica (dalle origini a Lacroix). Questo saggio di Marx, divenne il pretesto ideologico su cui A.P. Youschkevitch diede il via ad un dettagliato studio storico sull'analisi matematica, che divenne un importante centro di gravità per il suo lavoro e per quello dei suoi studenti. Perciò il significato della scoperta e dello studio delle carte di Marx sulla matematica in Unione Sovietica può essere valutato in molti modi diversi. Nella misura in cui il lavoro editoriale sui manoscritti promosse negli anni '30 lo studio della storia della matematica, il loro effetto è stato positivo. In particolare, i manoscritti fornivano un forte fondamento logico per un serio esame della storia dell'analisi matematica. Ne conseguiva anche che per apprezzare appieno Marx, era necessario studiare la storia della matematica in generale. Purtroppo, laddove si studiavano i fondamenti della matematica, Marx e i manoscritti hanno avuto un impatto largamente negativo. Questo è dovuto principalmente alla tendenza della ricerca sui fondamenti a focalizzarsi quasi esclusivamente sulle interpretazioni dialettiche secondo le dottrine fondamentali di Marx. Per quanto riguarda la tecnica, lo sviluppo interno della matematica stessa, i manoscritti di Marx non sembrano avere giocato un ruolo, positivo o negativo apprezzabile. La ragione di questo, secondo Serguei Demidov, è dovuto in parte alla potenza della comunità dei matematici in URSS, che, soprattutto, erano interessati alla matematica pura ed applicata piuttosto che al piano ideologico. Anche se membri di spicco di questa comunità sottoscrivevano l'importanza dei manoscritti per la storia della matematica, più importante per il destino finale dei manoscritti stessi era che questi fossero nelle mani di uno studioso di vaglia, la professoressa S. Yanovskaya, che, non solo era marxista, ma anche una matematica scrupolosa [Serguei Demidov, in una lettera JWD, Settembre 1996]. Tra le pubblicazioni storiche della Yanovskaya, Cfr. YANOVSKAYA [1947 e 1950], laddove il primo lavoro è dedicato a Michel Rolle come critico del calcolo infinitesimale, e l'altro a Lobachevskii, il cui lavoro lei descrive come "un'arma da combattimento contro l'idealismo in matematica". Per apprezzare il lavoro e la vita della Yanovskaya, Cfr. YANOVSKAYA [1956].

[17] Si noti che nel corso di questo saggio, di solito i nomi cinesi vengono indicati in entrambi i sistemi ortografici, il Pin-Yin e il Wade-Giles (o altra alternativa), dal momento che l'ortografia dei nomi cinesi non è affatto uniforme e, a seconda delle fonti in questione, lo stesso nome può essere scritto in varie forme, alcune delle quali divenute standard. C'è un'ulteriore complicazione dovuta al fatto che, al fine di promuovere l'alfabetizzazione in Cina, sono stati introdotti caratteri semplificati per molti caratteri tradizionali. Pertanto, nel caso del nome di Mao (sopra), Mao Ze-Dong è l'ortografia Pin-Yin, Mao Tse-tung è quella Wade-Giles. Analogamente, viene data la versione del suo nome in caratteri tradizionali, mentre invece si tratta dei caratteri semplificati corrispondenti. In generale, i caratteri semplificati sono riportati nel seguito solo per i nomi o i titoli presenti nel materiale pubblicato a partire dalla fondazione della Repubblica popolare cinese nel 1949.

locale biblioteca. Rapidamente si sentì preparato per migliorare la propria educazione all'Università per insegnanti di Ch'ang-sha, da cui uscì laureato all'età di 24 anni. Quindi Mao si trasferì nella capitale dove non solo lavorò presso la biblioteca dell'Università di Pechino, ma partecipò anche allo studio di gruppo sul marxismo.
Nel 1919 Mao di nuovo ritornò a Ch'ang-sha. Lì assunse la posizione di direttore della scuola elementare, ed allo stesso tempo era il segretario del gruppo locale dei comunisti. Quando il Partito comunista cinese (PCC) venne fondato ufficialmente nel 1921, Mao viveva a Shanghai. Due anni più tardi venne eletto membro del Comitato centrale del Partito, e l'anno successivo entrò nel Comitato esecutivo centrale del Kuomintang (KMT, il partito repubblicano dei seguaci di Sun Yat-sen).
Una malattia costrinse Mao a ritornare al suo villaggio agricolo, e fu durante questo prolungato periodo d'isolamento e di autoriflessione che iniziò ad apprezzare il potenziale rivoluzionario della classe contadina cinese; questa sua fede nel potere di sostenere la rivoluzione da parte dei contadini avrebbe infine distanziato la posizione di Mao tanto da quelle del PCC quanto da quelle del KMT, essendo entrambi molto più interessati ad avere una posizione egemone sul proletariato urbano, piuttosto che sulla classe contadina rurale.
Dopo il massacro di Shanghai del 1927, quando Chang Kai-shek utilizzò le forze del KMT contro il PCC, Mao letteralmente si rifugiò sulle colline, e mise in piedi il suo campo base rivoluzionario nelle montagne di Ching-kang. Alla fine il KIMT riuscì a guidare i comunisti del nord-ovest della Cina, e la famosa Lunga Marcia del 1934 portò Mao ed i suoi seguaci a Yenan, dove la sinistra del PCC si era rifugiata ed aveva stabilito una nuova base di operazioni. Lentamente, raggruppando le forze, e seguendo la guerra di Resistenza contro il Giappone, Mao ed i comunisti furono in grado di vincere la guerra civile contro Chang Kai-Shek ed il KMT, controllando infine la maggior parte del paese. Il I Ottobre 1949, a Pechino venne fondata la Repubblica popolare cinese, dopo di che Mao Ze-dong venne eletto Presidente della repubblica.

5. Marxismo, Scientismo ed il pensiero cinese in generale

Prima di Mao Ze-dong molti illustri intellettuali cinesi avevano già sostenuto un collegamento - necessariamente forte - tra la scienza e la fiduciosamente attesa trasformazione della società cinese, da feudale ad un moderno stato socialista o comunista. Come scrisse Chen Du-xiu / Ch'en Tu-hsiu nel 1920:

[…] l'evoluzione [politica] va dal feudalesimo al repubblicanesimo e dal repubblicanesimo al comunismo. Ho detto che la repubblica [Cinese] ha fallito e che il feudalesimo è rinato, ma spero che presto le forze feudali saranno di nuovo spazzate via dalla democrazia e quest'ultima dal socialismo [...] per cui sono convinto che in Cina la creazione di uno stato proletario, è la più urgente rivoluzione [18].

Nel suo ruolo di editore dell'influente *Gioventù Nuova*, Chen Du-xiu collegava il futuro della Cina direttamente alla scienza ed alla modernità. Chen sosteneva che G*overno repubblicano in politica e scienza nel dominio delle idee, questi mi sembrano i due tesori della civilizzazione* [19]. Per di più, nel famoso dibattito sull'adeguatezza ed efficacia della scienza moderna in contrapposizione alla filosofia tradizionale nella Cina moderna, riflesso in due volumi di saggi dedicati alla miriade di opinioni che erano state espresse sul soggetto ed intitolati *La scienza e la filosofia della vita*, Chen Du-xiu insisteva che *La vecchia etica non è più adatta al mondo moderno, che è governato dall'economia* [20].
Comunque, alla fine della dinastia Qing, la vecchia etica era ancora in sostanza dominata da tre religioni o filosofie, il Confucianesimo tradizionale, il Buddhismo, e il Taoismo. Nessuna di queste era compatibile con il progresso della scienza moderna con la nuova Cina, così come era stata immaginata dalla maggior parte degli intellettuali. Come spiegava Chen Du-xiu in un saggio su *Il Confucianesimo e la*

[18] Chen Du-xiu 1920, saggio del I ottobre 1920; citato da BRIÈRE [1956, p. 24]. D.W.Y. Kwok dedica un intero capitolo a Chen (Ch'en Tu-hsiu) [KWOK, 1965, pp. 59-81]. Kwok segnala che Chen insisteva che la democrazia e la scienza erano le "due più preziose proprietà della civilizzazione moderna" [KWOK, 1965, p. 63]. Cfr. anche CHEN DU- XIU [1915 e 1917a]
[19] CHEN DU-XIU [1917]; citato da BRIÈRE [1956, p. 23].328
20 CHEN DU-XIU [1923, p. 36], come citato da BRIÈRE [1956, p. 23]

vita moderna, di nuovo su *Gioventù Nuova*:

Confucio è nato e vissuto durante l'epoca feudale, e l'etica che sosteneva era feudale. Ciò che pensava e ci ha tramandato sui riti della religione non era altro che un atteggiamento verso la vita, e questa religione feudale di riti altro non era che un atteggiamento feudale verso la vita, la politica era politica feudale. L'etica, la religione di riti, l'atteggiamento verso la vita, e la politica feudale, tutti questi hanno come riferimento centrale il potere e la reputazione di una piccola aristocrazia; non aveva alcun rapporto con la vita e la felicità della grande maggioranza dei cittadini comuni [21].

Wu Zhi-hui / Wu Chih-hui sollevò obiezioni simili al buddismo ponendosi come nemico del metodo scientifico di interpretazione della natura, ed in un saggio chiamato *A New Belief* (*Una nuova credenza*) arrivò a caratterizzare il buddismo come una tragica forma di terrorismo inflitto alla Cina. Soprattutto, a seguito della sua influenza, lo riteneva responsabile della qualità senza vita della società cinese:
Il buddismo è una religione che insegna all'uomo ad abbandonare questo mondo e prepararsi per la vita in un altro. Ma, quando Chu Hsi ed i suoi collaboratori hanno inconsciamente adottato questa religione dell'altro mondo ed hanno sovrapposto questa idea ai codici morali e politici fatti per la vita in questo mondo, i nuovi codici diventarono spaventosi e fecero della società cinese una tragedia. Come senza vita è diventata la società cinese a partire dal XII e XIII secolo! [22]

Il taoismo, d'altra parte, era un poco migliore. Venne descritto dal gesuita e sinologo francese O. Brière come *nemico di tutto il progresso* che, alla fine, aveva gli stessi effetti deleteri del buddismo:
Il taoismo, con la sua adorazione della natura « pura » ed il suo disprezzo della civiltà, e con la sua teoria del laissez-faire (che non molto tempo fa ispirarono Tolstoy), si erge come nemico di ogni progresso. Il buddismo con la sua predicazione di « svuotarci » di tutte le cose e la fuga in altro mondo, alla fine ottengono lo stesso risultato. Le filosofie di questi due sistemi, eminentemente antisociali ed inadatte al governo di uno Stato, hanno provocato una reazione in favore del confucianesimo, un sistema essenzialmente positivo per la politica e la morale [BRIÈRE, 1956, p. 13].

Gli studiosi marxisti, anche quelli interessati alla Cina antica e classica, non sono rimasti impressionati dal Tao, Budda o Confucio, ma hanno invece sottolineato la necessità di studiare Marx and Engels, magnificando l'enfasi posta su di un puntuale punto di vista realistico. La richiesta di cambiamento, distintamente avvertito da Mao, era evidente nelle parole di Guo Mo-ruo / Kuo Mo-jo:
Quando uno vuole parlare dell'antichità, non è sufficiente che costui studi i documenti scritti e i lavori dei vecchi storici. Prima di tutto è necessario conoscere Marx ed Engels, che ci forniscono la chiave per ogni interpretazione a venire, vale a dire, il punto di vista materialistico. È quindi necessario sbarazzarsi del comune, classico, sedicente metodo scientifico degli storici che, infatti , è influenzato dai loro pregiudizi [23].

6. Mao Ze-dong e le iniziali influenze sul suo pensiero

Dal marxismo ci si aspettava che rinvigorisse ciò che sotto molti aspetti era lo *statico e sonnolento* carattere del pensiero cinese tradizionale, e che rovesciarne lo spirito umanistico del pensiero cinese in favore di un atteggiamento scientifico. Come ha scritto Ren Hong-jun / Jen Hung-chün in un saggio pubblicato nel 1919 su *Il futuro del pensiero accademico nel nostro paese*:
Un esame generale di quattro mila anni di storia del pensiero cinese rivela che questo è stato letterario piuttosto che scientifico. L'accettazione delle idee e la creazione delle scuole di pensiero si sono formate sulla base di intuizioni, e non su fatti materiali [...]. Il [pensiero cinese] ha seguito osservazioni soggettive e non analisi obiettive; ha esaurito le vicissitudini delle vicende umane e non ha studiato la diversità della materia. Il materiale [di riflessione] è stato semplice, e quindi l'applicazione del pensiero non è stato diffuso. C'è da meravigliarsi che [il pensiero] sia divenuto statico e sonnolento, non mostrando un singolo filo di luce? [24]

---

21 CHEN DU-XIU [1916], come citato da KWOK [1965, pp. 72-73].
22 WU ZI-II-HUI [1925], citato da KWOK [1965, p. 481.
23 Guo Mo-ruo, citato da VAN BOVEN [1946, p. 72], e BRIÈRE [1956, p. 33]. Secondo Brière, Guo era "il primo degli scrittori a formulare i principi del materialismo dialettico, a cui si era dedicato a partire dal 1925. Alla luce della propria fede scrutinava la Cina antica, traendone conclusioni completamente nuove [...]. Va da sé che le conclusioni non sono del tutto corrispondenti a quelle di altri specialisti della Cina antica" [BRIÈRE, 1956, p. 33]. Cfr. anche la discussione di Guo Mo-mo in KWOK [1965, pp. 166-167].
24 REN HONG-JUN [1919, p. 192]; citato da KWOK [1965, p. 116].

L'analisi obiettiva per Mao Ze-dong significava la critica usando la dialettica che porta ad idee corrette. Mao pensava che le idee corrette provenissero solo dalla pratica sociale, la pratica sociale corretta dipendeva dall'epistemologia marxista:

Da dove provengono le idee giuste? Cadono dal cielo? No. Sono innate nella mente? No. Vengono dalla pratica sociale, e da questa sola [...]. È l'essere sociale dell'uomo che determina il suo pensiero. Una volta che le giuste idee caratteristiche dell'avanzata di classe vengono afferrate dalle masse, queste idee si trasformano in una forza materiale che cambia la società e il mondo [...]. Inoltre, il solo e unico scopo del proletariato è quello conoscere il mondo e di cambiarlo. Spesso, la corretta conoscenza può arrivare solo dopo molte ripetizioni del processo che porta dalla materia alla coscienza e poi di nuovo alla materia, cioè, dalla pratica alla conoscenza e poi di nuovo alla pratica. Così è la teoria marxista della conoscenza, la teoria materialista dialettica della conoscenza [MAO ZE-DONG, 1967, pp. 405-406].

Molto di quello che i cinesi imparavano sul marxismo e la rivoluzione, inizialmente proveniva dai contatti con l'Unione sovietica, da cui trassero le lezioni della grande rivoluzione in Russia:

Bortman, anche prima del mio arrivo, aveva stretto ampi legami con gli studenti progressisti cinesi delle più alte istituzioni ed università a Tientsin e Pechino, e personalmente con il Professor Li Ta-chao [Li Da-zhao (1889-1927)], di cui Bortman parlava come di un eccellente marxista [...]. Quando, nel Settembre 1919, ho incontrato Bortman, i legami con gli studenti erano vivi come prima, e, quasi ogni sera, un gruppo dopo l'altro facevano visita al nostro appartamento.
Facemmo conoscere agli studenti cinesi il lavoro di Lenin "L'imperialismo fase suprema del capitalismo ", toccando spesso i problemi relativi alla Cina, analizzavamo i lavori di Sun Yat-sen, e spiegavamo loro il ruolo guida della classe lavoratrice nella Rivoluzione socialista d'Ottobre in Russia [MULLER, 1957].

Nonostante i cinesi siano entrati in contatto con due dei maggiori filosofi occidentali, quando John Dewey e Bertrand Russell visitarono la Cina — e molti furono impressionati dal Pragmatismo dell'americano Dewey, come anche dalla logica matematica di Russell — era la dialettica hegeliana, e specialmente la sua espressione nella forma del materialismo dialettico di Marx, che era diventata estremamente influente:
Se la logica sperimentale di Dewey e la logica matematica di Russell avevano avuto successo, avevano perso la loro autorità. Erano state soppiantate da un nuovo metodo filosofico, la dialettica [25].
Ma, secondo la descrizione che Mariano Hormigo ́n ha fatto della dialettica hegeliana — *las piruetas discursivas de raiz hegeliana que enmascaran la claridad de los conceptos a costa del rigor metodologico ["piroette discorsive che mascherano la chiarezza dei concetti a scapito del rigore metodologico"]* - applicare i principi marxisti alla scienza in generale, ed alla matematica in particolare, richiede molte trasformazioni e salti intellettuali ispirati, ma con poco guadagno di chiarezza e rigore [HORMIGON, 1996a, p. 337]. In aggiunta ad Hegel, gli scrittori cinesi sottolineavano l'importanza della conoscenza di Marx ed Engels, dato che speravano che la Cina avrebbe marciato a capofitto nel XX secolo abbracciando le virtù della scienza.

7. Lo scientismo in Cina

In Cina, dopo la Prima guerra mondiale, una delle nuove riviste più influenti era il *Ventesimo secolo*. Il prospetto pubblicitario del giornale esplicitava chiaramente l'importanza della scienza, specialmente la natura critica del metodo scientifico come strumento per la critica del pensiero in generale:

La presente rivista si occupa di scienza teorica, [ed] è dedicata alla critica del pensiero ed alla costruzione ideologica. Cerca di giudicare la storia e la teoria basandosi sulla verità scientifica. Il suo scopo è di unificare scienza e filosofia, per creare un sistema teorico di scienze naturali, di armonizzare le scienze sociali e quelle naturali, e costruire la scienza del pensiero [26].

Un'altra rivista dedicata al progresso in Cina, intesa in termini di scienza e tecnologia, era *Nuova Cina*. In

[25] GUO ZHAN-B0 [1935, p. 314], come citato in BRIÈRE [1956, p. 86].
[26] Dal prospetto pubblicitario (1931) annunciante la pubblicazione di *XX Secolo citato inoltre* (con leggere variazioni) in BRIÈRE, [1956, p. 84].

un articolo dedicato a *Un punto di vista sincero per salvare il paese con la motorizzazione*, Wu Zhi-hui / Wu Chih-hui usava i tradizionali caratteri cinesi per tessere le lodi delle tecnologia, in particolar modo della motorizzazione e del motore a vapore:

Il mondo è cambiato dall'invenzione del motore a vapore. Il mondo è cambiato di nuovo quando sono stati inventati i motori alimentati a petrolio. Il XIX secolo è stata un'era governata dal motore a vapore; il XX secolo è un'era governata dai motori alimentati a petrolio. Com'è miracoloso il motore! Com'è sacro il motore! [27]

Oltre ad un comprensibile fascino per la tecnologia, i riformatori erano anche convinti che la scienza avrebbe potuto aiutare a dissipare gli errori e le inesattezze in generale. Ripetutamente si legge tanto nella letteratura marxista quanto in quella cinese che uno scopo della critica, della filosofia dialettica, è quello di *distruggere il mistero*:

Ogni uomo ha le proprie idee che provengono dalla propria eredità, dall'ambiente e da varie circostanze —idee che non sono sempre sagge ed esatte. Questa è la missione della filosofia progressiva. Ci aiuta a penetrare i problemi più rapidamente e più esattamente, a distruggere tutto il mistero, a scoprire l'origine di tutte le cose, a combattere tutta l'oppressione [28].

Atteggiamenti simili erano spesso riflessi in riferimento negativo ai pregiudizi soggettivi ed alla fede generale nel valore del metodo scientifico, come, ad esempio, sottolineato da Ding Wen-jiang nel suo contributo al dibattito del 1923 con Zhang Jun-mai / Chang Chün-mai (Carsun Chang) sulla scienza contrapposta alla metafisica:

L'obiettivo della scienza è di eliminare dalla filosofia della vita idee preconcette e soggettive, il più grande nemico della filosofia della vita, [e] ricercare il tipo di verità che può essere riconosciuta da tutti […]. La scienza è pienamente sufficiente non tanto nella materia che costituisce il proprio soggetto, ma nei suoi metodi e procedure [29].

Comunque non tutti erano convinti che la scienza ed i suoi metodi fossero la risposta. Zhang Jun-mai / Chang Chün-mai era tra coloro che ancora attribuivano un valore alle radici, da un punto di vista storico, della filosofia cinese nel confucianesimo:
La scienza non può risolvere i problemi della vita. I grandi filosofi della storia sono quelli che hanno cercato di trovare una soluzione ai problemi della vita. Tra noi ci sono stati una serie di filosofi, da Confucio e Mencio ai letterati neo-confuciani, che hanno prodotto la grande civilizzazione spirituale della Cina [30].
Purtroppo, le tradizionali filosofie cinesi erano in contrasto con la lotta per portare la Cina nel XX secolo, modernizzarla a sufficienza per renderla competitiva con il resto del mondo. Come accennato in precedenza, Ren Hong-jun ha riconosciuto questo attribuendolo alla statica, scialba qualità del pensiero tradizionale cinese alla passività ed al carattere ultraterreno dei classici.

8. Mao Ze-dong e l'importanza della scienza moderna

Mao Ze-dong, credeva fermamente che una corretta comprensione della scienza, in particolare le leggi della natura, fosse fondamentale. Così si esprime in una famosa lezione del 1937, *Sulla pratica*:
Se l'uomo vuole riuscire nel proprio lavoro, cioè arrivare ai risultati previsti, egli deve fare in modo che le sue idee corrispondano alle leggi del mondo oggettivo che lo circonda; in caso contrario fallirà nella sua attività [31].

---

27 WU ZHI-HUI [1933], citato da KWOK [1965, p. 41]. Nel 1933, un numero speciale di *Nuova Cina*, venne dedicato all'idea di Wu di *Salvare il paese con la motorizzazione*.
28 AI SI-QI [1934, p. 9]; citato in BRIÈRE [1956, p. 79].
29 DING WEN-JIANG [1923, specialmente. pp. 1, 4-9]; citato da BRIÈRE [1956, p. 30].
30 ZHANG JUN-MAI [1923], citato da GUO ZHAN-BO [1935, p. 322]. Zhang era più noto con il suo nome politico di Carson Chang. In quanto giovane professore,aveva studiato sia in Giappone che in Germania [BRIÈRE, 1956, p. 29]. Lo stesso passaggio è tradotto in maniera leggermente differente da KWOK [1965, pp. 141-142]. Per maggiori dettagli sull'estensivo dibattito sul problema dello scientismo contro la filosofia tradizionale, Cfr. la discussione in KWOK [1965], e *Science and the Philosophy of Life*, una collezione in due volumi di articoli dedicati a questo dibattito (1923).
31 MAO ZE-DONG [1937a]; citato con delle leggere variazioni in MAO ZE-DONG [1965, vol. I, pp. 296-297], e in KNIGHT [1990, p. 133].

Mao insisteva nell'affermare che i metodi del materialismo dialettico avrebbero fornito la chiave, *l'arma spirituale* come lui la chiamava, per realizzare la rivoluzione che avrebbe portato ad una nuova ed corretta visione del mondo. Nel secondo capitolo delle sue *Note di lettura sul materialismo dialettico*, Mao spiegava che *Il materialismo dialettico è l'arma rivoluzionaria del proletariato*:

Il materialismo dialettico è la concezione del mondo del proletariato. La storia ha assegnato al proletariato il compito di eliminare la divisione della società in classi e il proletariato usa il materialismo dialettico quale arma spirituale per combattere la sua battaglia e come base filosofica per le sue teorie nei campi più diversi. [...]. In Cina attualmente il proletariato ha sulle sue spalle la responsabilità storica di continuare la rivoluzione democratica borghese per passare poi al socialismo e al comunismo ed esso deve adottare il materialismo dialettico come sua arma spirituale [32].

Tutto ciò a sua volta era collegato al punto di vista di Mao sull'applicazione della comprensione della natura, ossia la scienza, per cambiare attivamente il mondo. Così si esprime nel saggio, *Sulla pratica*, nel 1937:

L'epistemologia del materialismo dialettico è la conoscenza razionale che dipende dalla conoscenza percettiva, con la conoscenza percettiva che deve svilupparsi in conoscenza razionale. In filosofia sia il "razionalismo" sia l'"empirismo" non comprendono il carattere storico e dialettico della conoscenza e, anche se ciascuna di queste dottrine contenga un aspetto della verità (mi riferisco al razionalismo e all'empirismo materialisti, non a quelli idealisti), tuttavia dal punto di vista della teoria della conoscenza considerata nel suo insieme sia l'una sia l'altra sono sbagliate. […]. Ma il processo di conoscenza non termina qui [...]. La filosofia marxista sostiene che il problema più importante non è comprendere le leggi del mondo oggettivo ed essere quindi in grado di spiegarlo, ma avvalersi della conoscenza di tali leggi per trasformare attivamente il mondo [33].

Da un punto di vista marxista, Mao ha preso la *legge fondamentale* della natura, l'hegeliana *unità degli opposti* che non solo era universale, ma aveva anche delle implicazioni sociali dirette. Ciò era di grande importanza per la sua visione della rivoluzione, così come anche le lezioni dei matematici in Cina avrebbero in seguito adottato il punto di vista di Mao, con il ruolo che la contraddizione, la lotta, il movimento costante dovrebbero svolgere nel determinare i cambiamenti a tutti i livelli della vita e della società. Nel saggio *Sulla corretta gestione delle contraddizioni tra il popolo*, Mao espresse il suo debito nei confronti di Lenin per aver reso particolarmente chiara questa *legge fondamentale*:
La filosofia marxista ritiene che la legge dell'unità degli opposti è la legge fondamentale dell'universo. Questa legge funziona universalmente, nel mondo naturale, nella società umana, o nel pensiero dell'uomo. Tra gli opposti di una contraddizione c'è allo stesso tempo unità e lotta, ed è questo che spinge le cose per muoversi e cambiare. Ovunque esistono contraddizioni, ma la loro natura differisce secondo la diversa natura delle cose. In ogni cosa, l'unità degli opposti è condizionata, temporanea e transitoria, e quindi relativa, mentre la lotta degli opposti è assoluta. Lenin ha dato una chiara esposizione di questa legge [34].
Infatti, Mao cita Lenin per parlare di una cosa che considera importante, vuole sottolineare il punto di vista newtoniano di spazio e tempo. In fisica, la critica maoista è molto aspra nei confronti dell'astratto mondo newtoniano:

Vale la pena di segnalare la meccanica newtoniana, secondo la quale il tempo e lo spazio sono realtà a sé stanti statiche e senza relazioni tra loro e la materia è una cosa collocata all'interno di essi. La concezione del tempo e dello spazio propria del materialismo dialettico è in contrasto con la concezione newtoniana, è una concezione in sviluppo. "Nell'universo non esiste altro che materia in movimento e questa materia in movimento non può muoversi altrimenti che nello spazio e nel tempo. Le rappresentazioni umane dello spazio e del tempo sono relative, ma la somma di queste rappresentazioni relative forma la verità assoluta, queste rappresentazioni relative procedono, nel loro sviluppo, in direzione della verità assoluta e si avvicinano ad essa.", [35] (Lenin) [36].

---

32 MAO ZE-DONG [1938]; citato da KNIGHT [1990, p. 93].
33 MAO ZE-DONG [1937a]; citato con alcune leggere differenze in MAO ZE-DONG, [1965, vol. 1, pp. 303-304], e in KNIGHT [1990, pp. 141-142].
34 MAO ZE-DONG [1957]; citato da MAO ZE-DONG [1967, p. 358].
35 MAO ZE-DONG [1938]; citato nella sezione di Mao *Letture e note sul materialismo dialettico* dedicato a "Sullo spazio ed il

Incorporato nel loro punto di vista sul cambiamento sociale e la rivoluzione, il *cambiamento* era direttamente correlato ad una corretta comprensione del movimento, ed il movimento, a sua volta, incluso il movimento meccanico, era da intendersi in termini di principi dialettici che riflettono la contraddizione degli opposti e l'unità della loro sintesi. Così un punto in movimento in un dato istante occupa una posizione data, e, nella misura in cui si muove continuamente, secondo Mao, non la occupa. Quest'analisi è applicabile ad ogni tipo di cambiamento, e Mao considerava specificamente esempi provenienti dalla fisica, dalla chimica, dalla biologia e dai fenomeni sociali. Le scienze erano critiche nella corretta comprensione del movimento e la trasformazione della materia da uno stato all'altro, come Mao spiegava in una sezione delle sulle *Note di lettura sul materialismo dialettico* intitolata *Sul movimento (Sullo sviluppo)*:

Bisogna riconoscere che tutte le forme del movimento sono dialettiche, benché esse presentino enormi differenze quanto a profondità e a contenuto dialettico. Anche il movimento meccanico è un movimento dialettico. Esaminiamo l'affermazione che un oggetto "si trova" in una data posizione dello spazio in un dato momento: in realtà è vero sia che esso "si trova" in quella posizione sia che esso simultaneamente non si trova in quella posizione. Il cosiddetto "trovarsi" in una posizione e "l'immobilità" sono solo aspetti particolari del movimento. Fondamentalmente l'oggetto è sempre in moto. […] Il calore, la reazione chimica, la luce, l'elettricità, su su fino ai fenomeni organici e ai fenomeni sociali, sono tutte forme del movimento della materia qualitativamente diverse. Il grande contributo dato dalle scienze naturali a cavallo tra il XIX e il XX secolo è stata la scoperta del principio della trasformazione dei movimenti l'uno nell'altro, nella dimostrazione che il movimento della materia avviene sempre attraverso la trasformazione da una forma a un'altra e che la nuova forma che sorge da questa trasformazione è sostanzialmente differente dalla vecchia forma.[37]

Il materialismo dialettico ha anche spinto Mao a considerare la matematica in maniera specifica, perché incorpora, questo il suo punto di vista, l'unità dialettica degli opposti. In parole povere:

In matematica, ogni numero contiene delle contraddittorietà interne, e può diventare un numero positivo o negativo, un numero intero, o una frazione. Positivo e negativo, intero e frazione, costituiscono il movimento delle contraddizioni all'interno della matematica [38].

Inoltre, il materialismo dialettico è andato avanti, ed ha spinto Marx a concludere che il mondo fosse per davvero infinito, non nei termini astratti della matematica, ma in modo oggettivo, concreto. Riteneva anche che lo studio del moto, fondamentale per la dialettica, in definitiva, deve essere applicabile alla *più alta forma di moto*, vale a dire il movimento e la trasformazione della società stessa. Mao espresse tutto questo molto chiaramente nelle sue *Note di lettura sul materialismo dialettico*:

Infine secondo il materialismo dialettico il mondo è infinito (senza limiti). Esso non è tale solo preso nella sua interezza, ma anche nelle sue singole parti. Non è forse vero che gli elettroni, gli atomi, le molecole sono manifestazioni di un mondo complesso e infinito?

Una forma fondamentale del movimento della materia determina il campo specifico di ognuna delle scienze naturali e delle scienze sociali fondamentali. Il materialismo dialettico considera e analizza lo sviluppo del mondo come un movimento progressivo dall'inorganico all'organico fino a raggiungere la forma più alta dello sviluppo della materia, la società. Gli aspetti subordinati e correlati di ogni forma fondamentale di movimento costituiscono i campi di studio delle sezioni subordinate e correlate della scienza che corrisponde a quella forma fondamentale (scienza dell'inorganico, scienza dell'organico, scienza della società).[39]

Dopo aver espresso il proprio interesse per la matematica, sottolineando il valore dell'applicazione del

tempo" [KNIGHT, 1990, pp. 111-112].

[36] Lenin, *Materialismo ed empiriocriticismo: note critiche su una filosofia reazionaria*, 1953, Roma, Edizioni Rinascita, p.162

[37] MAO ZE-DONG [1938]; citato da KNIGHT [1990, p. 108].

[38] "*L'universalità della contraddizione*", MAO ZE-DONG [1937b]; citato da KNIGHT [1990, p. 1651. Si noti che questo testo è stato pubblicato sull'edizione ufficiale quando venne pubblicato *La legge dell'unità della contraddizione* come parte del saggio di Mao "*Sulla contraddizione*" nel testo ufficiale in MAO ZE-DONG [1965, 1, pp. 311-347]. Per maggiori dettagli Cfr. KNIGHT [1990, p. 154].

[39] "*Sul movimento* (*Sullo sviluppo*)" [MAO ZE-DONG, 1938]; citato da KNIGHT [1990, pp. 109- 110].

materialismo dialettico per riformare la società e, allo stesso modo, le scienze, Mao dà ai matematici sia un incentivo che una giustificazione per lo studio dei *Manoscritti matematici* di Karl Marx — che a sua volta sarebbe servito per fornire il fondamento ideologico perfetto per il loro stesso lavoro di matematici puri, questo nonostante il fatto che la matematica pura, cioè la matematica astratta, durante la Rivoluzione culturale, sarebbe stata condannata [40]. Marx ed i Manoscritti matematici, offrivano un percorso naturale ed accettabile per l'autocritica della matematica tradizionale e la riabilitazione dei matematici stessi, soprattutto per come hanno insegnato la matematica. Questo non solo doveva portare alla riforma della matematica in generale, ed alla revisione delle basi fondamentali in particolare per l'analisi, ma a sua volta contribuiva a giustificare l'interesse per due campi assolutamente nuovi in Cina, la logica matematica e l'analisi non standard.

9. Le versioni cinesi dei Manoscritti matematici di Karl Marx

Nei primi anni '70, in Cina c'erano due gruppi editoriali, uno a Shanghai e l'altro a Pechino, che lavoravano alla traduzione dei *Manoscritti matematici* di Marx; il gruppo di Shanghai fu il primo a pubblicare un'edizione di prova ed, in seguito, stralci dei *Manoscritti matematici di Marx*. Lavorando inizialmente su di una traduzione giapponese, il gruppo di elaborazione dell'Università scientifica di Fu Dan completò una prima bozza che venne fatta circolare per la discussione nel 1971. Due anni dopo, con una copia dell'edizione Russo-tedesca in mano (che riportava le trascrizioni dal testo originale tedesco), nel 1974 venne stampata un'edizione di prova riveduta, con la traduzione dei saggi di Marx sulle derivate, sui differenziali, e sulla storia del calcolo infinitesimale, che vennero pubblicati su due numeri successivi sulla rivista di Shanghai *Dialettica della Natura* [41]. Un anno più tardi, l'intera traduzione apparve come numero speciale del *Giornale dell'Università di Fu Dan*, unitamente ad un breve *Osservazione sulla Traduzione* [MARX, 1975a, p. 1].

Nel frattempo, nello stesso anno in cui veniva stampata l'edizione di Shanghai dei manoscritti, un gruppo di studio dell'Università di Pechino pubblicò la propria versione della traduzione di tre saggi di Marx sulla storia del calcolo differenziale, interpretandoli specificamente in un quadro marxista come una *tappa nello sviluppo della storia*. Quando nel 1975 questi saggi apparvero su *Acta Mathematica Sinica*, vennero precedute da una mezza pagina di note esplicative del *comitato di redazione*, in cui veniva sottolineato che si trattava di un lavori proletario, pubblicato dalla Stampa del popolo, con lo scopo di contribuire alla rivoluzione socialista e alla ricostruzione del socialismo[42].

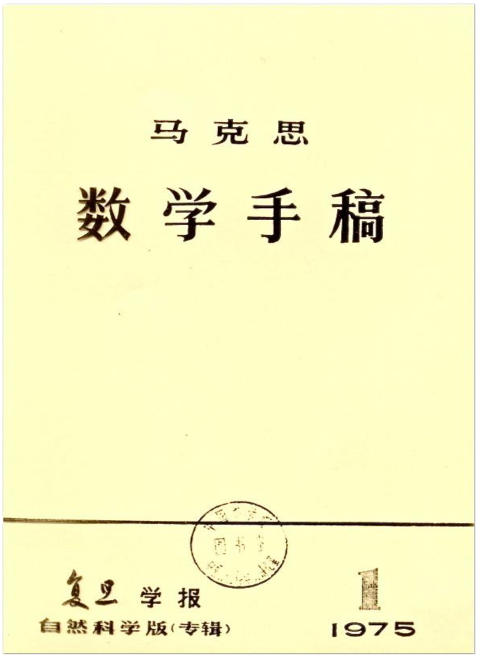


Illustrazione 3: Copertina della traduzione di Shanghai dei *Manoscritti Matematici* di Marx, 1975

La pagina qui riprodotta da *Acta Mathematica Sinica*, la più prestigiosa rivista matematica pubblicata in Cina, mostra la prima sezione della storia di Marx della teoria sui differenziali tradotta in Cinese. Nel frontespizio della pagina c'è la prefazione, che offre *Una spiegazione per la stampa degli estratti dai 'Manoscritti matematici'* :

Per promuovere la grande campagna di critica a Lin Biao e Confucio, i Manoscritti matematici di [Karl] Marx, che hanno ispirato la rivoluzione

[40] Deng Xiao-ping conosceva la diffusa persecuzione degli intellettuali in generale, e degli scienziati in particolare, durante la Rivoluzione culturale. Come ha sottolineato in occasione del discorso di apertura della Conferenza nazionale sulla scienza, tenutasi a Pechino il 18 marzo 1978: "*Il fatto che oggi stiamo questa grande conferenza, senza precedenti nella storia della scienza in Cina, indica chiaramente che i giorni in cui la Banda dei quattro —Wang Hongwen, Zhang Chunqiao, Jiang Qing e Yao Wenyuan— desiderava solo sabotare la causa della scienza e perseguitare gli intellettuali, sono andati per sempre*" [DENG XIAO-PING, 1978, p. 40].

[41] *Giornale della Dialettica della Natura (2, 3)* (1974).

[42] Il materiale in questione è stato tradotto dall'edizione russa, con testo in tedesco a fronte, dei *Manoscritti matematici* di Marx pubblicati a Mosca [MARX, 1968b, pp. 137-189].

proletaria, sono stati tradotti e redatti dal Gruppo di studio sui Manoscritti matematici dell'Università di Pechino, e pubblicati dalla Stampa del popolo. Si tratta di un grande evento nel campo della battaglia ideologica. Lenin ha sottolineato che « con la dialettica della materia per migliorare in maniera essenziale l'intera politica economica, usando il materialismo dialettico per spiegare la storia, le scienze naturali, la filosofia, e le politiche e le strategie della classe lavoratrice è la cosa più importante per quanto riguarda Marx ed Engels, laddove hanno dato i loro più importanti ed innovativi contributi, facendo fare in maniera brillante un passo da gigante alla storia della rivoluzione intellettuale » [43].

La prefazione sottolinea come Marx abbia usato il materialismo dialettico per valutare la storia del calcolo infinitesimale, e come fosse particolarmente critico su quello che riteneva essere le fondamenta idealistiche e metafisiche. Per i cinesi, i Manoscritti matematici di Marx servirono anche come modello per il modo in cui il materialismo dialettico avrebbe dovuto essere usato per valutare le scienze della natura, inclusa la matematica:

Marx iniziò a studiare matematica negli anni '50 del XIX secolo con lo scopo di analizzare l'economia politica e la filosofia. Da allora in poi, per Marx la matematica divenne una materia di studio della quale si è sempre occupato. Nel corso di diversi decenni, Marx redasse un gran numero di note di lettura e progetti di manoscritti, su cui si basano i «Manoscritti matematici». Marx tracciò la storia del calcolo integrale e differenziale, ed analizzò il concetto di differenziale e le sue operazioni nei termini del materialismo dialettico. Sostenne le nuove teorie e criticò tanto l'idealismo quanto la metafisica. Prima della fine della sua vita, Marx chiese a sua figlia di occuparsi della revisione dei suoi scritti con Engels, prestando particolare attenzione alla pubblicazione tanto del secondo volume di « Das Kapital », quanto dei suoi « Manoscritti matematici ». Engels affermò, « Marx conosce la matematica molto bene [...] ed ha fatto alcune scoperte uniche ». I « Manoscritti matematici » di Marx sono un tesoro per il marxismo, ed un glorioso modello per come le scienze naturali possono essere studiate con il metodo del materialismo dialettico [MARX, 1975b, p. 1].

Per il Presidente Mao, questa era poco più della linea del partito, visto che sottolineava ripetutamente che la dialettica era la chiave per la comprensione delle scienze. Il materialismo dialettico era, letteralmente, l'arma che Mao si aspettava utilizzassero i riformatori cinesi – compresi i matematici — per sradicare tutti gli elementi borghesi e far avanzare la matematica lungo *La via rivoluzionaria del Presidente Mao*. Così i matematici presero i Manoscritti matematici di Karl Marx come il modello perfetto che mostra come la loro critica della matematica dovrebbe procedere:

Il grande leader, il presidente Mao, ha scritto che « voi che studiate le scienze naturali dovete imparare ad usare la dialettica ». Attraverso lo studio dei «Manoscritti Matematici» di Marx, la nostra comprensione teorica raggiungerà un livello più alto, e ci aiuterà ad avere in mano armi perfette, facendo avanzare la critica del revisionismo e delle concezioni borghesi del mondo, entrando [così] nel campo di battaglia con il marxismo. Le persone che studiano o insegnano matematica devono studiare ed utilizzare il materialismo dialettico, che viene spiegato nei «Manoscritti matematici» di [Karl] Marx, per guidare la loro pratica e migliorare coscienziosamente le loro concezioni del mondo, spingendo molto rapidamente lo studio della matematica sul percorso rivoluzionario indicato dal presidente Mao, dando così un grande contributo alla rivoluzione socialista e alla costruzione del socialismo [MARX, 1975b, p. 1].

Nel giro di pochi mesi il gruppo di studio dell'Università di Pechino è soddisfatto che l'intera traduzione sia pronta per la pubblicazione, e, nel luglio del 1975, pubblica l'edizione definitiva comprendente

[43] MARX [1975b, p. 1]. Il Comitato di redazione ha sottolineato che "In questo numero il nostro giornale ristampa parti dei *Manoscritti matematici* [di Karl Marx]. Sono di imminente uscita saggi che trattano questo argomento." Infatti, la rivista ha in seguito pubblicato una straordinaria serie di riflessioni da parte di studenti, operai, insegnanti e matematici su varie implicazioni da trarre dallo studio dei *Manoscritti matematici* di Marx. *Cfr.* la discussione di seguito. Lin Biao / Lin Piao, era il generale che organizzò la sconfitta di Chiang Kai-shek in Manciuria, assicurando in tal modo la vittoria comunista sul continente nel 1949. Grande sostenitore di Mao, non solo è stato Ministro della difesa nel 1959, ma ha curato la redazione famoso *Libretto Rosso* utilizzato per diffondere i *pensieri del Presidente Mao* nell'Esercito di Liberazione popolare. Sebbene nel 1969 sia stato designato come successore di Mao, nel 1972 il governo annunciò la sua morte in un incidente aereo mentre presumibilmente stava fuggendo in Unione Sovietica , dopo che l'anno precedente aveva tentato di rovesciare il governo. Per maggiori dettagli sulla vita e le opere di Lin Piao, Cfr. EBON [1970] e VAN GINNEKEN [1976].

fotocopie di alcune pagine di manoscritti originali di Marx [Marx 1975c]. La seconda riproduce *letteralmente* i paragrafi già pubblicati in precedenza nello stesso anno [Marx 1975b]. Anche se la traduzione del gruppo di Pechino differisce, di volta in volta, nella scelta delle parole dalla traduzione Shanghai, ciò che contraddistingue l'edizione della capitale è la sua inclusione di termini esplicativi dell'originale versione tedesca da cui è stata tratta. Ad esempio, termini come *Differentiation*, *abgeleitete Funktion*, e *Grenzwort* compaiono tra parentesi, per spiegare la terminologia cinese quando vengono introdotti nuovi termini o caratteri (ad esempio, [MARX, 1975c, pp. 2, 4]).

10. Prime reazioni alla pubblicazione dei Manoscritti matematici

Non appena vengono pubblicate le prime due parti della traduzione dei manoscritti dal gruppo di Shanghai, gli editori del *Giornale della dialettica della natura* iniziano a ricevere lettere da una vasta gamma di lettori. Il numero successivo della rivista contiene una cernita di queste lettere in una sezione dedicata alla *Discussione dei problemi relativi a limiti e differenziali*, che comincia con una nota esplicativa su tutta la corrispondenza ricevuta. Diverse lettere sono state poi pubblicate nella loro interezza, e da altre sono stati tratti alcuni brani.

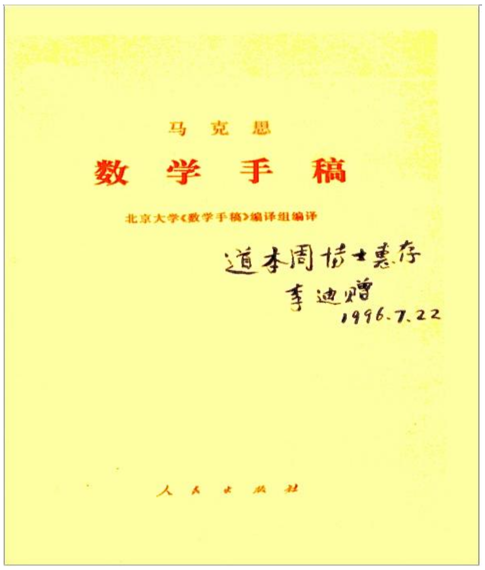


Illustrazione 4: Copertina della traduzione di Pechino dei *Manoscritti Matematici* di Marx, 1975

La prima lettera pubblicata è di uno studente del secondo anno della Scuola Media n ° 144 di Pechino, He Fang, che domanda *In quale modo dovrebbe essere compresa la nozione di limite?*. Il contributo successivo proviene da un lavoratore della fabbrica n ° 5703 a Shanghai, Fu Xi-tao: *Cercando di dire qualcosa riguardo le mie sensazioni su come migliorare l'insegnamento dell'analisi matematica utilizzando la dialettica* [FU XI-TAO, 1974, p. 147]. Fu Xi-tao è interessato alla spiegazione su come la dialettica potrebbe essere applicata alla riforma dell'insegnamento dell'analisi matematica. Una terza lettera proveniente da Zheng Li-xing della Scuola di Ingegneria Elettrica a Fuzhou, provincia del Fujian, entra nel merito del dibattito sulla questione se il differenziale sia o meno zero, sostenendo che: *Il differenziale è paragonabile a Zero* [ZHENG LI-XING, 1974, p. 151].

Insieme alla pubblicazione di *Selezioni da manoscritti ricevuti,* i redattori del *Giornale della dialettica della natura* includono brani di lettere di lettori che hanno studiato la traduzione dei manoscritti matematici pubblicati negli ultimi due numeri della rivista.

Il primo stralcio proviene da una lettera di Xu Ting-dong, identificatosi come un giovane lavoratore della fabbrica di trattori Qing-Hai. Il suo commento è dedicato a *Il differenziale è una unità di zero e non zero*, e disegna una critica dialettica simile alla questione dei fondamenti dell'analisi già sollevati da Zheng Li-Xing [Ting Xu-dong, 1974]. Ma Xu Ting-dong considera anche l'analisi applicata al moto, ed è particolarmente interessato a discutere l'accelerazione e la derivata. La lettera successiva, è di Wu Guang-xia, insegnante al Bao Tou College, nella Mongolia Interna, che è anche interessato all'aspetto zero/non-zero del differenziale. Un'altra lettera lungo queste stesse linee, proviene da Chen Ke-jian, un giovane perito che risiede nelle campagne di Shan Shang[44]. Anche qui, la sua analisi è rivolta a considerare il differenziale pari o meno a zero, interpretando l'analisi applicata al moto ed i paradossi che emergono dal tentativo di prendere in considerazione un punto in movimento come fosse in un solo luogo.

Ren Zheng-xing, della Scuola media Pu-Jing di Shanghai, scrive per dirsi d'accordo anche lui che ***Il** differenziale è una unità degli opposti*, dove la frase *Dui Li Tong* è un'espressione marxista cinese d'ispirazione

[44] Chen Ke-jian è senza dubbio uno pseudonimo, *Kejian* significa *superare le difficoltà*. Il fatto che dica di essere *"esperto delle montagne sopra e della campagna sottostante"* può riferirsi anche alla sua vita durante la *Rivoluzione Culturale. Cfr. Giornale della dialettica della natura* (4) (1974), p. 157.

hegeliana, che denota la dualità dell'antitesi/sintesi [REN ZHENG -XING, 1974]. A questo intervento fa seguito un estratto di Li Qin-nan, che lavora in una fabbrica di produzione di strumenti elettromedicali. In contrapposizione ai precedenti autori che hanno considerato il differenziale come sintesi di opposti, Li Qin-nan sottolinea gli opposti insiti nel trattare il differenziale tanto come zero, quanto non zero. In particolare, afferma che *Il differenziale è sia zero che non zero* [45].
Dall'Università Industriale ad Harbin, Shen Tian-ji scrive argomentando il proprio pensiero, sostenendo che *Il differenziale riflette il cambio di quantità da (due) differenti punti di vista*. Qui i due diversi punti di vista sono *Dx* contrapposto a *dx*, e la differenza tra non-zero e pari a zero, come anche il significato di $dy = f'(x) \cdot Dx$ [46]. L'ultima lettera di questa raccolta di diversi punti di vista, innescati dalla pubblicazione dei Manoscritti matematici, è di un giovane operaio che lavora in un impianto d'inscatolamento presso Shanghai, Chen Li-Qin, che insiste sul fatto che *Il differenziale deve essere considerato come zero*, l'argomento di Chen è basato sulla sua comprensione del limite:

$$\lim \Delta \to 0\ \Delta y/\Delta x = dy/dx = f'(x)$$

11. I matematici iniziano a rispondere

Così, nel 1975, vengono pubblicate, a Shanghai e Pechino, due edizioni definitive della traduzione in cinese dei *Manoscritti matematici* di Marx. L'edizione di Pechino differisce leggermente da quella di Shanghai, mentre, in alcuni casi, sono letteralmente parallele parallele tra loro. Ma con l'intera collezione dei *Manoscritti matematici* di Marx a loro disposizione, non sono solo gli studenti delle scuole superiori e gli operai ad esprimere interesse, ma anche i matematici professionisti. Per esempio, scrivendo sulla Rivista dell'Università Normale di Pechino, Zhou Zhi, membro del Dipartimento di Filosofia, spiega *Come comprendere le derivate - Note sullo studio dei manoscritti matematici di Marx*. Nella sua introduzione, Zhou Zhi spiega che l'analisi come materia scientifica è nata alla fine del XVII secolo, ma non si è sviluppata in una teoria soddisfacente fino alla metà del XIX secolo. Come conseguenza del lavoro svolto nei secoli XVII e XVIII, quando le idee metafisiche dominavano le scienze naturali, il concetto fondamentale dell'analisi, cioè la derivata, è stato sottoposto anche a forti influenze metafisiche. Negli anni '70 del XIX secolo, gli insegnamenti rivoluzionari di Marx permettono di effettuare una dura critica ai fondamenti metafisici della derivata, a favore di una corretta interpretazione sulla base del materialismo dialettico.
Nella prima parte del suo articolo, Zhou Zhi esamina la storia della derivazione, e spiega come Newton e Leibniz introducono il concetto come un rapporto di differenziali. Aggiunge poi che, secondo il vescovo Berkeley, che descrive come un *rappresentante dell'idealismo soggettivistico inglese*, il differenziale dx letteralmente, in cinese, è esattamente ciò che Berkeley sostiene sia in inglese, *il fantasma di una quantità partita* [ZHI ZHOU, 1975 p. 19]. Zhi Zhou considera anche l'atteggiamento tanto di d'Alembert verso l'analisi in termini di differenze *Dt* e differenziali *dt*, quanto quello di Lagrange verso l'espansione delle funzioni in termini di serie di Taylor, per cui la derivata viene assunta come coefficiente del termine lineare dell'infinitesimale *b*, vale a dire:

$$f(x+h)= f(x) + bp_1(x) + h^2p2(x)/2! + h^3p3(x)/3! +...,$$

dove $p_1(x)$ viene preso per definire la derivata, ad esempio $f'(x) = p_1(x)$. Ma, mentre Marx ferma la sua ricerca dello sviluppo storico dell'analisi matematica a questo punto, Zhou Zhi prende in considerazione i contributi apportati in seguito dal matematico francese Cauchy, ed in particolare la definizione di limite che Cauchy ha dato nel suo *Cours d'analyse* del 1821 . Tutto questo viene esplicitamente discusso nei termini che Engels avevano usato nel 1830 nel suo *Dialettica della natura*. Anche se Zhi Zhou è a conoscenza del fatto che Marx non ha mai espressamente menzionato Cauchy

[45] *Li pone la stessa domanda che Engels rivolge a Marx in una lettera nel mese di agosto del 1881, in cui entrambi ricordano la critica di Berkeley dell'analisi, vale a dire cosa fare di dy/dx = 0/0? Cfr. LI QIN-NAN [1974, p. 160], Cfr. anche Ou Yang Guang-zhoung, che analizza anche la lettera Engels [OU YANG, 1975b, p. 6].*
[46] Nell'intervento Chen cita anche la lettera di Marx ad Engels presente nelle *Opere scelte* [MARX & ENGELS, 1962, vol. 35, p. 21; vol. 20, p. 604].

per nome, non può credere che Marx non fosse a conoscenza delle idee di base utilizzate da Cauchy, dato che il punto di vista di Cauchy è stato rappresentato in molti dei più popolari libri scientifici della sua epoca. Zhi Zhou, si chiede perché Cauchy non ha permesso alla variabile x di raggiungere realmente il limite di $x = 0$, spiega che è perché temeva che ciò avrebbe portato al *mostro* $0/0$. Osserva che più tardi, negli anni '50 del XIX secolo, apparve il metodo di dimostrazione e-d, e qualche decennio più tardi, negli anni '70, questo è collegato ad un'approfondita critica dei numeri reali, tuttavia, la prima persona a *spogliare le apparenze* e presentare il concetto di derivata ad un'approfondita analisi metafisica è, a parere di Zhou Zhi, nientemeno che Karl Marx [ZHI ZHOU, 1975, p. 21].
Zhi Zhou dedica la seconda parte del suo articolo alla descrizione dell'analisi di Marx della derivata, in particolare il quoziente differenziale dy/dx in termini di natura paradossale di $0/0$, che a rigore è indefinito, o può rappresentare un qualsiasi valore. Conclude il suo saggio con il ritorno ai fondatori del calcolo, Newton e Leibniz. La caratterizzazione è quella del marxismo classico:
I contributi di Newton e Leibniz all'analisi sono grandi opere pionieristiche dello sviluppo della matematica, ma a causa dei vincoli dell0ideologia metafisica, le loro opere non potevano evitare di essere colorate di misticismo [ZHI ZHOU, 1975, p. 24].
Da tempi di Newton fino a Marx, anche se l'analisi matematica ha un notevole sviluppo, e nonostante il fatto che il concetto di derivata gode anche di un contesto dialettico ricco, è ancora intrappolato in una rete ideologica metafisica. A causa dei vincoli della metafisica, e anche se hanno alzato la voce contro la *scuola di pensiero ortodossa vecchio stile*, i matematici possono non trovare alternative:
[Il nostro] leader rivoluzionario Marx, data la sua profonda conoscenza del metodo del materialismo dialettico, si è concentrato sull'idea di derivata ed ha avanzato una serie di brillanti pensieri dialettici, anche se nel corso degli ultimi 200 anni i matematici ci hanno lavorato attorno, senza ancora essere in grado di dare un grande contributo.
I « Manoscritti matematici » di Marx sono parte di un monumentale brillante lavoro matematico, e sono una preziosa eredità scientifica che Marx ci ha lasciato. Non è solo per la parte riguardante gli scritti matematici, ma è anche per quella della sua filosofia, che utilizza i metodi della dialettica come modello per lo studio della matematica. Insegnare e studiare i « Manoscritti matematici » è necessario per l'odierna rivoluzione in materia d'istruzione, ed è necessario nella battaglia per conquistare la matematica.
Gli scienziati e i matematici, specialmente dallo studio e dalla ricerca sui «Manoscritti matematici», [hanno] una potente arma ideologica per trasformare direttamente il vecchio sistema matematico e per riformare lo studio e l'insegnamento della matematica [ZHI ZHOU, 1975, p. 24].

12. Altri lavori del 1975

Wu Xie-he e Zhang Hua-xia dell'*Università dei Lavoratori della Cina centrale* pubblica un articolo sul Bollettino della scienza, *Comprendere l'analisi matematica dal punto di vista dei paradossi del moto*. La prima parte di questo articolo sostiene che non è possibile apprezzare la vera natura dell'analisi dal punto di vista della metafisica, e includere gli argomenti familiari che Marx aveva già introdotto in relazione alle quantità evanescenti ed il problema d'interpretare dy/dx come pari a $0/0$. Nella seconda parte del documento si sostiene che solo dal punto di vista dei paradossi del moto è possibile comprendere la vera natura dell'analisi [WU Xie-HE & ZHANG HUA-Xia, 1975, p. 7]. In questa parte del loro articolo gli autori considerano l'analisi in termini di applicazioni al moto e all'accelerazione, concludendo con una sezione dedicata alla comprensione del differenziale come sintesi degli opposti *zero* e *non zero* [WU Xie-HE & ZHANG HUA-XIA, 1975, p. 10].

13. Rivista dell'Università Fu Dan – 1975

Nel frattempo, a Shanghai i redattori della *Rivista dell'Università Fu Dan* continuano a pubblicare nuovi manoscritti presentati in seguito della pubblicazione dei *Manoscritti matematici* di Karl Marx. Nel secondo numero del 1975, per esempio, Ou Yang Guang-Zhong e Zhu Xue-yan presentano *Una discussione su alcuni modi di guardare l'analisi di funzioni di più variabili*. Ou Yang è un matematico di primo piano che ha pubblicato una quantità considerevole di saggi durante la Rivoluzione Culturale, l'articolo, infatti, inizia con un forte elogio per Marx:
Cento anni fa, il grande maestro rivoluzionario [Karl] Marx scrisse i suoi Manoscritti matematici, e anche se nel corso di

questi 100 anni la matematica ha subito un enorme sviluppo, i Manoscritti matematici di Marx brillano ancora con uno scintillante splendore. Marx nei suoi Manoscritti matematici utilizza la speciale dialettica materialistica del marxismo per criticare ogni sfumatura della metafisica idealista, strappando il velo misterioso dalle ingannevoli derivate e dai differenziali, portando alla luce la loro vera essenza, creando quindi un brillante esempio per noi [OU YANG GUANG-ZHONG & ZHU XUE-YAN, 1975a, p. 10].

Oltre alla retorica politica, Ou Yang fornisce anche alcuni sofisticati elementi matematici. Questo è l'intervento più tecnico apparso all'epoca sulla pubblicazione dei *Manoscritti matematici* di Karl Marx, visto che Ou Yang considera l'analisi vettoriale, le differenze di potenziale, i gradienti, l'integrale di Poisson, gli integrali tripli, e una serie di argomenti correlati.
Ad un livello più elementare, nel numero seguente del Giornale dell'Università di Fu Dan, un matematico di nome Shu Zuo propone un intervento destinato a fungere da *Punto di partenza per il calcolo con i differenziali*. Il nome Shu Zuo non è solo uno pseudonimo, ma anche un gioco di parole e di caratteri, che con un cambio leggermente diverso nel tono, i caratteri (anche Shu Zuo) significano *Il gruppo di sinistra della matematica*. Così ci sono diversi possibili significati, di cui i lettori si rendono conto ancor prima di iniziare a esaminare l'articolo stesso, che inizia di nuovo con la familiare linea del partito:

Nel bel mezzo del movimento per studiare la teoria della dittatura del proletariato, ora impetuosamente in avanti con grande slancio, la pubblicazione della traduzione dei Manoscritti matematici di Marx è di grande importanza. «Il proletariato, per esercitare a tutti gli effetti la propria dittatura sulla borghesia, deve includere nella sua sovrastruttura tutti i settori della cultura». Mentre in pratica il dominio delle scienze naturali si oppone alla dittatura universale della borghesia, per la grande critica rivoluzionaria è necessario presentare lo sviluppo del dominio delle [scienze]. I Manoscritti matematici di Marx costituiscono un brillante modello per la nostra grande critica rivoluzionaria dello sviluppo del dominio di questo argomento [SHU ZUO, 1975a, p. 11].

Dopo uno studio sulle derivate, l'esempio è quello molto popolare della funzione $y = x^3$, ed il problema di come interpretare dy/dx come $0/0$, il lavoro di Shu Zuo volge al termine con una citazione dalla nota lettera che Engels scrive a Marx il 21 novembre 1882, in cui discute il significato di h come punto in movimento dalla posizione x a x_1. Il saggio si conclude con una nota tipicamente marxista:

Certamente dobbiamo prendere questa affilata arma che è il materialismo dialettico, per sviluppare una grande critica rivoluzionaria nell'ambito del nostro soggetto di lavoro, avendo il coraggio di ribellarci, e noi sappiamo come ribellarci! Siamo pieni di fiducia che il misterioso velo di ogni ombra che avvolge le scienze naturali verrà certamente e completamente strappato, e il dominio delle scienze naturali da parte dell'idealismo e della metafisica dei sistemi precedenti verrà completamente distrutto, e la bandiera rossa del marxismo, del leninismo e del pensiero di Mao Zedong sventolerà sul fronte delle scienze naturali. Questa è la verità universale con cui ci illumina lo studio dei «Manoscritti matematici » di Marx [SHU ZUO, 1975a, p. 15].

L'intervento di Shu Zuo viene immediatamente seguito da quello di Wu Wen-jing che si qualifica come un lavoratore della fabbrica per la produzione di gomma di betulla a Jiang Hua Lin, una città nel nord-est della Cina. Il lavoro di Wu Wen-jing è dedicato a *I differenziali e la dialettica* ed interpreta la dialettica in termini di cambiamento, tradotta in un'analisi matematica del moto, un tema maoista caro ai matematici marxisti. L'autore discute la velocità e l'accelerazione utilizzando le derivate. Attraverso una corretta applicazione del materialismo dialettico, Wu Wen-jing insiste che una valutazione critica dell'analisi matematica rivela la sua vera essenza. Introduce anche un altro tema familiare, cioè quello delle forze della produzione della società che stimolano lo sviluppo delle scienze naturali, processo durante il quale la matematica passa dallo studio di costanti a quello di variabili, da situazioni statiche a quelle dinamiche e costantemente in cambiamento.
L'ultimo contributo, dedicato ai *«Manoscritti matematici»* di Marx, discusso nel 1975 nella *Rivista dell'Università Fu Dan* è di Yan Shao-zong, che presenta le proprie considerazioni intitolate *Basando il concetto di derivata sulla legge degli opposti*. La popolare espressione maoista della *unione degli opposti*, altro non è che la familiare dottrina hegeliana o marxista della contrapposizione antitesi/sintesi. Yan pone la

consueta domanda, *Cosa si deve intendere per dy/dx?* [YAN SHAO-ZONG, 1975, p. 71][47]. Yan cita anche Marx ed il problema dell'interpretazione di *0/0*, e poi affronta l'analisi dell'onnipresente equazione $y=x^3$, nei termini di cui discute le derivate e distingue tra quozienti di differenze Dy/Dx e differenziali dy/dx.

14. Parla il Presidente Mao

Un numero speciale di *Comprensione e pratica della matematica*, nel 1975, si apre con due slogan tratti dal *Libretto rosso* di Mao:
Da un certo punto di vista, il soldato più abile ed il più dotato di talento è quello che ha la più grande esperienza pratica.
Il nostro miglioramento è tale sulla base della divulgazione; la nostra divulgazione è tale sotto la guida del miglioramento.
Questi slogan sono intesi a riflettere l'ideologia della rivista, così come gli articoli pubblicati in un numero dedicato alla divulgazione della matematica mentre si sottolineano le sue applicazioni pratiche. L'apertura è di Shu Zuo, che nello stesso anno ha anche già pubblicato un contribuito al *Giornale dell'Università Fu Dan* (vedi sopra). Questa volta il suo articolo è dedicato al resoconto di una riunione tenutasi per studiare i *Manoscritti matematici* di Karl Marx, nello spirito della divulgazione che il Presidente Mao stesso aveva esortato ad intraprendere, che si rispecchiava direttamente nell'aforisma dell'intestazione del giornale [SHU ZUO, 1975b, p. 1].
Un altro tentativo di presentare le idee di base che si trovano nei *Manoscritti matematici* di Marx ad un pubblico più ampio, sintetizza in una serie di conferenze dedicate allo *Studio dei Manoscritti matematici* di Marx, apparse sulla popolare rivista *Scienza cinese*. La prima conferenza è tenuta da Shu Li, dell'Università di Pechino, dedicata all'*Utilizzo del marxismo per conquistare il campo di battaglia della matematica*. L'allusione a conquistare il campo di battaglia è una fioritura retorica del linguaggio, che lo stesso Mao ha spesso usato in riferimento alle lotte Cina che ha dovuto affrontare su tutti i fronti. In questo caso, il punto è quello di far avanzare la battaglia usando il materialismo dialettico per criticare e rivedere i fondamenti della matematica [SHU LI, 1975, p. 456].

15. 1976 – Anno del Dragone

L'8 gennaio 1976 muore il Premier Zhou Enlai. Sei mesi più tardi, il 28 luglio, la città industriale e mineraria di T'ang-Shan viene distrutta da un devastante terremoto, che uccide 655.000 persone e lascia oltre un milione di persone senza tetto. Il terzo evento catastrofico avviene il 9 settembre: il presidente Mao muore.
La copertina della rivista *Comprensione e pratica della matematica*, come ogni rivista cinese, mostra un ritratto del presidente, adornato con lo slogan *Gloria eterna al grande leader e grande Presidente maestro Mao Ze-Dong!*
All'interno, un titolo ben visibile di un annuncio da parte del Comitato centrale del Partito comunista cinese, del Comitato generale dell'Assemblea nazionale popolare cinese, del Dipartimento di Stato, ed il Comitato militare centrale del Partito comunista cinese. Sotto i loro auspici, viene annunciata la decisione dell'erezione di un mausoleo per il presidente Mao Ze-dong a Pechino, in cui verrà posta una *bara di cristallo* in modo tale che tutti possano vederlo. Il messaggio continua manifestando l'intenzione di pubblicare alcuni estratti dalle opere del Presidente Mao, e di stare preparando la pubblicazione dell'intera serie delle sue opere complete. Si conclude con una forte dichiarazione sulla centralità del marxismo nella rivoluzione in Cina, e sulla necessità di completare la rivoluzione democratica che Mao aveva iniziato per realizzare la grande rivoluzione socialista in grado di superare l'opposizione tanto della destra quanto della sinistra del partito. Considerando viene denunciato che il regime comunista dell'Unione Sovietica, il marxismo del presidente Mao si afferma come fondamentale per il successo della rivoluzione in Cina.
L'articolo di fondo di questa edizione commemorativa del presidente Mao, è un lavoro congiunto del gruppo di studio che lavora sui *Manoscritti Matematici* di Marx al *Dipartimento di Matematica* presso la l'*Università Normale per insegnanti* di Pechino. L'articolo, dedicato allo *Studio delle diverse concezioni del mondo visti da due diversi modi matematici di affrontarli*, contrastati dall'interpretazione di d'Alembert dell'analisi con

[47] Yan fa riferimento all'edizione tedesca delle *Opere scelte* [MARX-ENGELS, 1962, vol. 35, p. 22].

i fondamenti auspicati da Marx. A dire il vero, uno studio preliminare si basa su una prima lettura dei *Manoscritti matematici*, ma, comunque, riflette una visione straordinariamente sofisticata delle differenze storiche tra la teoria di d'Alembert dei limiti e le opinioni critiche dei fondamenti del calcolo espresse da Marx [Figura 12].

Lo stesso slogan - *Gloria eterna al grande leader e grande Presidente maestro Mao Ze-Dong!* - è impresso anche nella testata della copertina del terzo numero della *Rivista dell'Università della Cina Centrale* per il 1976, unitamente allo stesso ritratto del Presidente Mao apparso un po' ovunque in tutta la Cina. All'interno della rivista, però, un articolo che si afferma essere firmato da un certo Shu Xuan di Wuhan è dedicato al *Continuativo uso del marxismo nello studio dell'analisi non standard* [SHU Xuan, 1976]. Anche se questo articolo non entra nei tecnicismi dell'analisi non standard con utilizzazioni reali alla matematica, pura o applicata, cerca di sviluppare il significato dell'uso dell'analisi non standard, nello spirito di valutazione e di critica della matematica compatibile con le opinioni di Marx ed Engels, ampiamente citati nel saggio. Il punto principale di Shu Xuan è che, nonostante la sua ideologia sospetta, l'analisi non standard è comunque uno strumento importante per rivalutare l'analisi lungo le linee ispirate da Marx ed Engels.

Il numero successivo della *Rivista dell'Università industriale della Cina centrale* pubblica un saggio dedicato alla ideologia della matematica, apparso questa volta sotto il titolo *Studiare la dialettica della natura - Analisi critica pionieristica di quest'area tematica,* che inizia con un articolo di Wu Xie-lui e Zhang Hua-xia dell'Università della tecnologia della Cina centrale. I due hanno collaborato in un precedente articolo, e ora vengono di nuovo pubblicati sulla rivista della propria istituzione accademica. Il loro articolo, *Utilizzando il punto di vista dello sviluppo e della trasformazione per comprendere l'analisi matematica*, inizia con una dichiarazione sulla fondamentale importanza dell'analisi nelle applicazioni pratiche per l'intera società. Wu Xie-he e Zhang Hua-xia celebrano l'analisi come una delle basi per lo sviluppo e la produzione dei principali concetti di tutta la matematica superiore. Dal XVII secolo in poi, notano gli autori, quando le macchine diventano sempre più centrali nella vita quotidiana, lo studio del moto e del cambiamento diventa sempre più importante, comprese tutte le contraddizioni e i paradossi che sorgono con lo studio del moto, e, di conseguenza, con l'analisi stessa. Nella prefazione, gli autori sottolineano non solo le origini pratiche dell'analisi, ma anche la sua natura dialettica nell'impostazione hegeliana di tesi-antitesi che, generalmente, considera l'analisi in termini di moto:

Sorge il differenziale e si sviluppa sulla base delle esigenze della società, e diventa il concetto più importante della matematica superiore. Nel XVII secolo, lo sviluppo della produzione e l'applicazione di macchine richiede persone per studiare il movimento meccanico. Pertanto, il concetto e il metodo dei differenziali sorgono sulla base di esperimenti con il fine di descrivere e studiare il movimento meccanico. A causa della [natura] contraddittoria del movimento stesso, è certo che anche il concetto di differenziale è inevitabilmente un concetto esso stesso contraddittorio. Si deve quindi usare il punto di vista della contraddizione del moto per comprendere correttamente l'analisi matematica [WU XIE-HE & ZHANG HUA-XIA, 1976, p. 13].

Nel corso del loro articolo, Wu e Zhang rilevano quindi la necessità di comprendere i fondamenti dell'analisi dal punto di vista dei paradossi del movimento e delle contraddizioni che richiedono successive analisi. L'articolo si conclude con una citazione di Mao, e un'altra dai *Manoscritti matematici* di Marx, secondo le quali solo con l'applicazione del materialismo dialettico si può arrivare ad una corretta comprensione della trasformazione e del cambiamento del moto e dell'analisi [WU XIE-HE & ZHANG HUA-XIA, 1976, p. 26].

Con lo stesso spirito di riforma della matematica in base ad una lettura attenta dei principi marxisti, la Rivista dell'Università normale di Pechino, pubblica un articolo di Huang Shun-ji e Wu Yan-fu del *Dipartimento di Filosofia* che scrivono *Un brillante modello utilizzando il materialismo dialettico per trasformare la matematica*. Questo articolo appare in una sezione della rivista dedicata allo studio del marxismo – *Critica del revisionismo*, ed è una continuazione di un precedente articolo dedicato a *Lezioni per studiare i Manoscritti matematici di Karl Marx*.

La prima sezione di questo lavoro è dedicata alla *Analisi critica dei metodi misteriosi di Newton e Leibniz* e le differenze tecniche considerate tra le flussioni di Newton (e la notazione puntata di Newton[48]), al

[48] http://it.wikipedia.org/wiki/Notazione_di_Newton

contrario dei differenziali di Leibniz (e la notazione *dx*). La seconda parte prosegue con un'analisi critica del metodo razionale di D'Alembert, nel corso della quale Huang e Wu introducono il sistema di d'Alembert per l'analisi in termini di limiti. La sezione successiva dell'articolo offre un'ulteriore *Analisi critica del metodo algebrico di Lagrange*, e descrive il metodo per definire la derivata di una funzione data in termini di coefficiente lineare della sua corrispondente serie di potenze di Lagrange [HUANG SHUN-JI & WU YAN-FU, 1976, pp. 14-22].

La discussione storica presentata da Huang e Wu si muove, in generale, lungo le stesse linee già delineate dallo stesso Marx nel considerare i diversi metodi utilizzati da Newton, Leibniz, d'Alembert e Lagrange per l'analisi. La seconda metà del loro documento, tuttavia, è dedicata a considerazioni più filosofiche, ma che ancora una volta seguono linee rigorosamente marxiste. Questa parte ha per titolo *I problemi della dialettica sono solamente problemi delle contraddizioni*, si apre con l'affermazione che *L'analisi è una unità di infiniti opposti (antitesi / sintesi) e di infinite aggregazioni* che considera la differenziazione, l'integrazione ed il teorema fondamentale dell'analisi [Huang Shun-JI & WU Y.AN-FU 1976 , pp 22-24]. L'articolo prosegue con una famosa citazione di Mao: *Tutto si divide in due*, assieme ad un altro dei detti di Mao che *Secondo la filosofia marxista la legge dell'unità degli opposti è la legge fondamen- tale dell'universo. Questa legge agisce universalmente, tanto nella natura che nella società umana e nel pensiero degli uomini. Tra i due aspetti contrapposti della contraddizione c'è, nello stesso tempo, unità e lotta: da ciò deriva l'impulso al movimento e al mutamento delle cose* [49]. Gli autori continuano sostenendo che *Le derivate sono l'unità degli opposti del processo di movimento ed il risultato del movimento stesso* [Huang Shun-JI & Yan Wu-FU, 1976, pp 24-27]. Questa parte del loro articolo riprende temi familiari, sostenendo, per esempio, che il movimento comporta necessariamente la conclusione contraddittoria che un punto in movimento continuo sia, allo stesso tempo, tanto in una posizione definita, quanto in una qualsiasi non definita. Questo a sua volta ha portato alla discussione delle contraddizioni insite nel decidere come interpretare $0/0$, e le particolarità da trarre tra Dy/Dx e dy/ dx. L'articolo si chiude con una sezione dedicata ad un argomento familiare: *Il differenziale è una unità degli opposti dell'infinitesimale zero e non zero* [HUANG SHUN-JI & WU YAN-FU, 1976, pp. 27-31].

16. Simposio sui Manoscritti matematici di Karl Marx

Nel 1975, per celebrare la pubblicazione dei *Manoscritti matematici*, si tiene un simposio che coinvolge una ventina di studiosi provenienti da diverse Università: Pechino, Tsinghua, la Normale di Pechino, quella per Insegnanti sempre di Pechino, Tianjin Nankai, e vari Istituti dell'Accademia Cinese delle Scienze, tra cui vari Istituti di Matematica e Informatica. In un articolo pubblicato un anno dopo su *Pratica e comprensione della matematica*, Qiao Chong-qi presenta una sintesi delle idee emerse durante un corso del primo semestre accademico, guidato dal gruppo di studio dell'Università Tsinghua sui *Manoscritti matematici* di Marx [QIAO CHONG-QI, 1976, pp. 4-11].

Illustrazione 5: Ritratto di Mao Ze-Dong, come è apparso sulla copertina della rivista *Pratica e Comprensione della Matematica* nel 1976.

17. Note serie di analisi non standard

Il 1976, anno del Dragone, è anche il primo in cui in Cina si ha un serio tentativo per mettere in relazione i dettagli tecnici dell'analisi non standard di Abraham Robinson ad un comprensione tecnicamente corretta dell'analisi matematica. Scritto usando lo pseudonimo di Shu Ji, appare un articolo sulla *Rivista dell'Università del Nord-Ovest* intitolato *Discussione delle origini fisiche*

[49] MAO ZE-DONG, *Sulla giusta soluzione delle contraddizioni in seno al popolo,* citato da HUANG SHUN-J1 & WU YAN-FU [1976, p. 22].

*della struttura matematica di *R* [50]. Il punto principale di questo lavoro è quello d'introdurre il continuum non standard in *R, che comprende, come legittimi numeri reali, sia infinitesimali che numeri transfiniti. Shu Ji ha cerca di giustificare questo, così come fa l'Analisi non standard, in generale, in termini di materialismo dialettico marxista. Una volta che la teoria si sviluppa su un solido terreno ideologico, l'articolo procede con la discussione tecnica più approfondita sull'analisi non standard. L'articolo stesso, e il punto di vista che introduce in materia di analisi non standard, sono indotti,
afferma Shu Ji, da opinioni formate *dopo aver studiato la dialettica della natura e i Manoscritti matematici di Marx* [SHU JI, 1976, p. 1].
Shu Ji dedica un'intera sezione del suo lavoro a sostegno della tesi che *l'infinitamente piccolo (grande) in realtà è un numero reale*, ed essere realmente numeri reali significa che sono ontologicamente reali, concreti - in termini materiali, fisici. Dopo aver citato i Manoscritti matematici di Marx, La dialettica della natura di Engels, e *Sulla giusta soluzione delle contraddizioni in seno al popolo* del Presidente Mao [SHU JI, 1976, p. 2] [51], Shu Ji afferma che lo stesso Robinson riconosce che l'analisi non standard è fondata sul mondo concreto, sul mondo materiale in quanto il miglior modo per vedere l'utilità degli infinitesimali è nelle applicazioni a problemi del mondo reale.

18. 1977

Nel 1977 il primo progetto di un ciclo di lezioni tenute presso l'Università Normale di Pechino è pubblicato da Huang Shun-Ji e Wu Yan-Fu su *Comprensione e Pratica della Matematica*. La conferenza di apertura inizia con un'introduzione allo studio dei *Manoscritti matematici*, notando come questi costituiscono un *brillante documento* che utilizza il materialismo dialettico per analizzare la matematica, e sono un *tesoro ritrovato* di dialettica [Huang Shun-JI & WU Y AN-FU, 1977, p. 5]. La prima lezione segue Marx molto da vicino dato che questi offre un'analisi critica dei fondamenti dell'analisi matematica attraverso il suo sviluppo storico. Gli autori sottolineano che lo studio dei *Manoscritti matematici* conferma quello che Engels ha detto nell'orazione funebre di Marx[52]: che Marx aveva un particolare interesse per la matematica e a questa materia ha dato dei contributi fondamentali. I contributi ai Manoscritti matematici riguardano principalmente le applicazione alla teoria del plusvalore di Marx, e le applicazioni rivelano le leggi speciali del cambiamento alla base dell'evoluzione del capitalismo e i modelli di sviluppo che si riflettono nella società moderna.
Come Huang e Wu sottolineano nella loro introduzione:
I tempi che stiamo affrontando oggi «sono tempi in cui tutto è capovolto, a cui nulla può essere paragonato nella storia passata». Per rafforzare e consolidare la dittatura del proletariato, utilizzando il marxismo-leninismo, il pensiero di Mao Ze-dong ha preso il controllo di tutte le posizioni, aprendo la strada allo studio dei Manoscritti e delle ricerche ha un significato pratico molto importante[53].
La conferenza introduttiva degli autori è suddivisa in quattro parti, la prima è dedicata alla descrizione delle finalità che Marx aveva in mente quando scrisse i manoscritti. Poi segue una sezione dedicata ai principali contenuti e alle idee di base dei manoscritti, seguita da una terza sezione in cui si spiega il procedimento con cui sono stati scritti e pubblicati i manoscritti. L'ultima e più interessante parte di questa introduzione ai *Manoscritti matematici* di Marx considera il loro significato pratico [Huang Shun-JI & Yan Wu-FU, 1977, p. 5], in cui Huang e Wu elencano una serie di importanti risultati pratici che derivano dallo studio dei manoscritti. Soprattutto, si nota che i manoscritti possono essere usati come *un'arma pionieristica della critica rivoluzionaria* in ogni ramo della scienza:
Come ha detto il Presidente Mao: «la dittatura del proletariato deve costruire sopra alle realizzazioni, compresi tutti gli aspetti della cultura prodotta dalla borghesia». Utilizzando il materialismo dialettico, questa visione del mondo e questa

---

[50] SHU JI [1976, p. 1]. Il nome Shu Ji è senza dubbio uno pseudonimo, dato che, seppur scritto con caratteri diversi ma fondamentalmente con la stessa pronuncia, significa anche *fondamenti della matematica*.
[51] Citazione da MAO ZE-DONG [1967].
[52] "*Ma in ognuno dei campi in cui Marx ha svolto le sue ricerche – e questi campi furono molti e nessuno fu toccato da lui in modo superficiale – in ognuno di questi campi, compreso quello delle matematiche, egli ha fatto delle scoperte originali*." Franz Mehring, *Vita di Marx*, 1972, Roma, Editori Riuniti, p.529
[53] HUANG SFIUN-JI & WU YAN-FU [1977, p. 5]. Anche se non è identificata da Huang e Wu, la citazione è evidenziata nel loro manoscritto, e quindi deve essere di Marx, Engels o Mao.

metodologia proletaria guideranno la ricerca scientifica, continuando ad eliminare l'idealismo, il misticismo ed ogni genere di pensiero borghese, ed è certamente un aspetto importante dell'incoraggiamento della dittatura del proletariato sul fronte della battaglia della scienza e della tecnologia. Nei «Manoscritti», Marx insiste sul fatto che nell'ambito della scienza sono in competizione due visioni filosofiche, e per quanto riguarda la teoria sui fondamenti dell'analisi matematica è chiara la distinzione tra materialismo ed idealismo, laddove il confine tra dialettica e metafisica definisce certamente un esempio su come possiamo avviare l'analisi critica rivoluzionaria della matematica e delle scienze naturali. Nella nostra attuazione e realizzazione di quello che il Presidente Mao ha indicato a proposito dell'importanza delle questioni teoriche, lo spirito rivoluzionario dei «Manoscritti» fornisce una potente arma ideologica per l'analisi critica rivoluzionaria di ogni tema legato allo sviluppo incessante dell'idealismo, della metafisica e di tutto il pensiero reazionario borghese [HUANG SHUN-JI & WU YAN-FU, 1977, p. 13].
In secondo luogo, lo studio dei «Manoscritti» deve incoraggiare una maggiore consapevolezza dei lavoratori tecnici e delle vaste masse rivoluzionarie nello studio cosciente e nell'applicazione del materialismo dialettico. Come ha detto il presidente Mao, «Quelli di noi che studiano le scienze naturali, devono studiare l'applicazione della dialettica». Nei «Manoscritti», l'applicazione concreta di Marx della dialettica alla matematica porta ad una serie di scoperte originali, per quanto riguarda l'interpretazione dialettica sistematica e lo studio dell'analisi e la spiegazione delle scienze, questo è l'inizio di una nuova area di cosciente applicazione della dialettica alle scienze naturali. Pertanto, il profondo studio dei «Manoscritti» deve ispirare un grande interesse per un nostro studio cosciente e l'entusiastica applicazione della dialettica. La mente può trasformare la materia, un gran numero di lavoratori specializzati e di masse rivoluzionarie possono padroneggiare il materialismo dialettico in un sol giorno, [quindi] è certo che la rivoluzione nel campo della scienza e dell'istruzione tecnica può avanzare potente come un fulmine, e le scienze naturali possono avanzare rapidamente e sensibilmente.
Lo studio dei «Manoscritti» deve anche promuovere la riforma della didattica, portare ad un'analisi critica tanto della storia della matematica e delle scienze, quanto delle realizzazioni della matematica moderna e di tutto ciò che ha «dieci tipi di significato». Nel «Manoscritto [matematici]», Marx comprende i metodi di derivazione e di differenziazione come riflesso di un reciproco rapporto dialettico positivo-negativo [...]. Nei «Manoscritti», Marx stabilisce la teoria degli infinitesimali sulla base dell'unità degli opposti zero e non zero, e critica il carattere unilaterale della teoria dei limiti, […] La nostra analisi critica della matematica moderna [amalgama] due risultati positivi - quello di Cauchy la cui teoria dei limiti fornisce una base per l'analisi standard, e quella di Leibniz in termini di analisi non standard elaborata da Abraham Robinson [54]*. La loro sintesi dialettica risulta essere la più affilata arma ideologica.*
[…] Lo splendore della dialettica brilla per tutti i «Manoscritti matematici», e la loro pubblicazione è un evento epocale nella storia della matematica. Dopo la continua indagine e l'ampio sviluppo dello studio e della ricerca dei «Manoscritti», l'applicazione del marxismo ha catturato le posizioni di prima fila della matematica e delle scienze, avendo certamente un'influenza di vasta portata [HUANG SI-1UN-JI & WU YAN-FU, 1977, p. 14].
Tra le lezioni successive della serie, la terza è dedicata alla derivazione facendo un esplicito uso dei più recenti risultati dell'analisi non standard. L'articolo, di Shu Xue, fa parte della serie dedicata allo *Studio dei 'Manoscritti matematici' di Marx*. Contributo di Xue Shu era un articolo dal titolo *Sui problemi dei fondamenti teorici del calcolo: la posizione marxista, punto di vista e metodo*, pubblicato sul primo numero del 1977 della *Rivista dell'Università Normale di Pechino* [55]. L'autore inizia con una lunga discussione sulla questione dell'uso del simbolo dy/dx al posto di $0/0$, e cita la *Dialettica della natura* di Engels per quella definizione che la *Matematica è la scienza della quantità* [56].
Il numero seguente della Rivista dell'Università Normale di Pechino, contenente il seguito della serie di

---

[54] Da notare che qui il nome di Robinson appare con dei caratteri cinesi diversi d quelli adottati da Shu Xuan [1976], dove il nome di Robinson corrisponde a = Lu-Bin-Sun. Il nome assegnato a Robinson da Huang e Wu è leggermente differente in termini di pronuncia, e abbastanza diverso in termini di caratteri: =Luo-Bin-Sun.
[55] Ci sono molte cose curiose attorno alla comparsa della terza parte del ciclo di lezioni dedicate allo studio dei *Manoscritti matematici* di Marx. Questa parte viene stampata con lo pseudonimo di Xue Shu, ed i caratteri cinesi con cui è scritto significano letteralmente *studia matematica!* Inoltre, la prima parte è pubblicata utilizzando i nomi di Huang Shun-Ji e Wu Yan-Fu, il cui intervento appare su *Comprensione e pratica della matematica* HUANG SHUN-JI & WU YAN-FU [1977], e anche sulla *Rivista dell'Università Normale di Pechino* [HUANG SHUN-JI & WU YAN- FU, 1976]. Il fatto è che la serie di lezioni continua ad apparire, ma in maniera anonima in un altra rivista, con cui Huang e Wu sono per giunta associati, suggerisce che hanno perlomeno avuto un aiuto nella redazione dell'articolo, sempre che ne siano gli autori.
[56] ENGELS [1962a, p. 235]; citato da XUE SHU [1977, p. 18].

lezioni del numero precedente, firmato di nuovo da Xue Shu, costituisce l'ulteriore discussione (terza parte) sulla differenziazione, s'intitola *Il principale significato della discussione di Marx sulla differenziazione*, ed inizia notando che sono già passati 100 anni da quando Marx ha redatto i *Manoscritti*. Da allora, la matematica ha avuto un importante sviluppo, in particolare nell'analisi, quindi Xue Shu individua quattro fasi principali del suo sviluppo. Questa lezione fornisce l'analisi più sofisticata, almeno storicamente, dell'analisi, e non si ferma alla solita menzione di Newton e Leibniz, ma continua discutendo il contributo dei due fratelli Bernoulli, Jakob I (1654-1705) e Johann I (1667-1748), e i lavori da loro pubblicati rispettivamente nel 1694 e 1691-1692 [Bernoulli, 1694 e 1691-1692]. Si è parla anche del contributo del matematico francese, il marchese de l'Hôpital (1661-1704), in particolare della sua *Analyse des infiniment petit* [57].

Il secondo periodo che Xue Shu individua nella storia del calcolo, è dal XVIII al XIX secolo. Si tratta di un periodo in cui matematici e filosofi sono allo stesso modo particolarmente interessati ai fondamenti. In risposta al calcolo sulla base d'infinitesimi introdotto da Leibniz e Newton, Xue Shu cita il lavoro di Brooke Taylor, che utilizza un *metodo incrementale*, e il metodo delle flussioni utilizzato da Colin Maclaurin (1742), entrambi fondamentalmente newtoniani. Sul continente, d'Alembert è impegnato a fornire una versione più soddisfacente del calcolo sulla base dei limiti, che indica nelle sue opere pubblicate nel 1748 e 1755, Xue Shu li menziona entrambi. D'Alembert scrive anche due articoli relativi alle idee fondamentali del calcolo assieme a Denis Diderot per *l'Encyclopédie* francese. C'è il metodo algebrico dovuto a Lagrange ed Eulero, che utilizza un metodo d'infinitesimi, entrambi discussi, assieme ad una serie di opere di Eulero tra cui due in particolare, il suo *Introductio in analysin infinitorum* (1748), ed *Institutiones calculi differentialis* (1755).

Il terzo periodo che Xue Shu considera è il XIX secolo fino a circa il 1870. Il periodo dominato da A. L. Cauchy soprattutto con i suoi lavori del 1821, del 1823 e del 1826-1828, che Xue Shu giustamente apprezza per essere di estrema importanza per lo sviluppo storico dell'analisi. Il quarto e ultimo periodo analizzato da Xue Shu va dal 1870 ad oggi. È il periodo che inizia con Karl Weierstrass, Richard Dedekind e Georg Cantor[58].

Con l'ampia disponibilità dei *Manoscritti matematici* di Karl Marx in cinese, non solo i matematici, ma come abbiamo visto più sopra, studenti, soldati, contadini e lavoratori - letteralmente tutti - sembrano interessati a dire qualcosa sulla matematica dal punto di vista del materialismo dialettico. Tra questi c'è Xue Yu-chuan, Laureato all'Università Normale di Pechino nel 1976, che si presenta come un membro del Dipartimento di matematica, *Soldato contadino lavoratore Classe del '73*. Xue Yu-chuan interviene sulle *Variabili e i Differenziali*, sostenendo che, in base ai principi del materialismo dialettico, *Il mondo oggettivo è un mondo di movimento, e il movimento è una forma della materia: Non c'è nessun movimento senza materia, né materia senza movimento*. Con questa premessa, Xue analizza vari aspetti dell'analisi, condendo il tutto con abbondanti dosi di Marx ed Engels [XUE YU-CHUAN, 1977.]

L'ultimo articolo da considerare, perché dedicato non solo all'importanza dei *Manoscritti matematici* di Marx, ma che affronta anche l'analisi non standard, viene pubblicato da Zhou Guan-Xiong nel 1977: *Utilizzo della filosofia del marxismo per valutare l'analisi non standard,* che appare sulla Rivista dell'Università industriale della Cina centrale, che così riassume il suo argomento principale:

Lo studio e la discussione dei «Manoscritti matematici» di Marx hanno un reale e profondo valore che ci aiuta a

---

[57] L'HÓPITAL [1696]. Per il materiale storico qui incluso, Xue Shu sembra si sia principalmente basato su SCOTT [1958] e WIELEITNER [1924-25], anche se Xue Shu menziona Wieleitner per nome e non cita alcun suo specifico lavoro in particolare.

[58] Xue Yu-chuan menziona il metodo propugnato da Weierstrass, citato nelle monografie di Dedekind del 1872 e del 1888, e, a quanto pare, la Burocrazia scolastica professionale (PEB) conta sulla traduzione in inglese di Jourdain del lavoro di Cantor *Beiträger zur Begründung der transfiniten Mengenlehre* del 1895 e del 1897 [Xue YU-chuan, 1977, p. 24]. In seguito venne pubblicata una seconda parte dell'analisi di Shu Xue, dal titolo Sulla storia dell'analisi matematica che offre una serie di materiali di riferimento per lo studio dei *Manoscritti matematici* compilati dal gruppo di studio che aveva lavorato sui *Manoscritti* nel dipartimento di matematica. Questo lavoro è diviso in sei sezioni, che si occupano delle origini della creazione dell'analisi, e delle sue radici storiche, un'intera sezione è dedicata a Newton e Leibniz, un'altra ai dibattiti sull'analisi del XVIII e il XIX secolo, sottolineando sia la formulazione che lo sviluppo dei sistemi elaborati da Cauchy e Weierstrass, e, infine, c'è un commento di chiusura.

comprendere il materialismo dialettico, e ci aiuta altresì a studiare matematica utilizzando il marxismo.
All'inizio del suo «Discorso al simposio sull'arte e la letteratura di Yan An», il Presidente Mao sottolinea che «Non possiamo ignorare l'eredità degli antichi e degli stranieri, o anche quelle cose ereditate dal feudalesimo e dal capitalismo», ma bisogna «accettare le cose utili e le idee con un occhio critico o da un punto di vista critico», anche se non dobbiamo «accettarle senza critiche». [Nel suo saggio] «Sui dieci grandi rapporti», [Mao] ha anche sottolineato con chiarezza: «Per ciò che riguarda le scienze naturali, siamo abbastanza arretrati e in questo campo dobbiamo fare sforzi particolari per imparare dagli altri paesi. Ma anche qui bisogna imparare con spirito critico e non alla cieca [...]. [Tuttavia] in quei campi che conosciamo già bene, noi non dobbiamo copiare gli altri alla lettera». La direttiva del presidente Mao indica come dovremmo affrontare il nostro studio delle cose straniere, come le spiegazioni di Marx, Engels, Lenin e Mao sull'infinito e sulla matematica superiore forniscono le armi teoriche per poter valutare l'analisi non standard. Nei suoi «Manoscritti matematici», Marx traccia la storia del calcolo infinitesimale da Newton a Lagrange, riconoscendo il loro contributo e sottolineando i loro errori idealistici e metafisici.
Marx analizza anche i concetti di derivata, differenziale, operazioni differenziali, ecc. utilizzando la propria filosofia, Marx delinea una serie di risultati molto importanti, che costituiscono un glorioso modello per l'esame dell'analisi non standard. Dobbiamo seguire i consigli e le idee dei [nostri] maestri rivoluzionari. Di conseguenza, dobbiamo sforzarci di esaminare tutto, da due punti di vista, piuttosto che da uno solo – dal punto di vista della storia [per il lungo periodo] contrapposta al momento attuale; studiando con l'analisi critica contrapposta alle emozioni e all'intuizione.
Il nucleo dell'analisi non standard fornisce i fondamenti per la matematica superiore [con] gli infinitesimali. Nella [sua] analisi non standard, [Abraham] Robinson mostra, usando i metodi della logica matematica, che vi è un certo infinitesimale tra zero ed un qualsiasi numero positivo. L'intera teoria dell'analisi non standard edifica un sistema matematico basato sugli infinitesimali.
Il sistema fornisce un'altra interpretazione per la [realizzabilità] dell'analisi, e un altro metodo (matematico) diverso dal metodo dei limiti. Dovremmo accettare i contributi realizzati da Robinson, ma oggetto all'influenza del formalismo di Robinson, che in un sistema di scienza naturale ha i suoi limiti. Dobbiamo criticare l'idealismo di Robinson come appare nei suoi lavori.
La filosofia di Robinson è un misto di positivismo logico e pragmatismo. Robinson si definisce un logico positivista [in realtà, si tratta di una conclusione tratta dall'autore sulla base della dichiarazione di Robinson che «In matematica non ha senso discutere di una ontologia di qualsiasi tipo rispetto al concetto di infinito». Nell'analisi non standard Robinson introduce assiomaticamente l'infinito e l'infinitesimale, e nega qualsiasi realtà oggettiva per gli infinitesimali [...].
Il pragmatismo è una filosofia popolare in Occidente [...]. La logica matematica raggiunge gran parte del proprio successo sotto l'influenza di filosofie reazionarie (idealismo, formalismo), e l'avanzato sviluppo del computer. I risultati [dei logici matematici] sono stati ottenuti a dispetto delle loro difettose filosofie, soprattutto la diffusa accettazione, con diversi gradi, del positivismo. Pertanto, la critica del positivismo è un argomento importante nel campo della matematica, che riflette la lotta del materialismo contro idealismo.
Ma nella valutazione dell'analisi non standard, dobbiamo sì riconoscere il lavoro matematico di Robinsons, però è necessario criticare seriamente la sua filosofia, e questo è un compito serio e importante [tanto] per gli studenti di matematica [quanto per quelli] di filosofia [ZHOU GUAN-XIONG, 1977, pp. 115-122].

19. Conclusioni

Dal momento della fondazione della Repubblica Popolare Cinese nel 1949, gli studiosi cinesi hanno prodotto una serie di studi tesi a spiegare, divulgare e fondare i metodi e la filosofia del materialismo dialettico praticamente in ogni settore di studio. Nelle scienze questo ha portato a critiche, se non alla condanna, della genetica mendeliana, della fisica in entrambe le sue interpretazioni di Newton e di Einstein, e della matematica, della geometria euclidea e, come è stato qui descritto in dettaglio, del calcolo infinitesimale. Ma a differenza di molti loro colleghi sovietici, i cinesi riescono ad evitare le conseguenze disastrose del trionfo di un Lysenko su Mendel, permettendo agli scienziati di successo di utilizzare filosofie difettose, anche se inconsciamente devono aver usato il materialismo dialettico per guidare la loro ricerca.
Nel corso della Rivoluzione culturale (1966-1976), Mao Ze-dong promuove il marxismo e la dialettica per incoraggiare le riforme in tutti i campi della ricerca, tra cui le scienze. In matematica questo incoraggia, come già aveva fatto Marx, un apprezzamento (in maniera critica) del calcolo infinitesimale.

Per i matematici cinesi, l'applicazione dell'analisi non standard, nuova creazione di Abraham Robinson, non solo in senso tecnico ha riabilitato gli infinitesimali, ma (se compresa all'interno di un appropriato quadro materialista), può essere utilizzata per giustificare e promuovere due nuovi campi di studio in Cina come la Teoria dei modelli e l'Analisi non standard stessa.

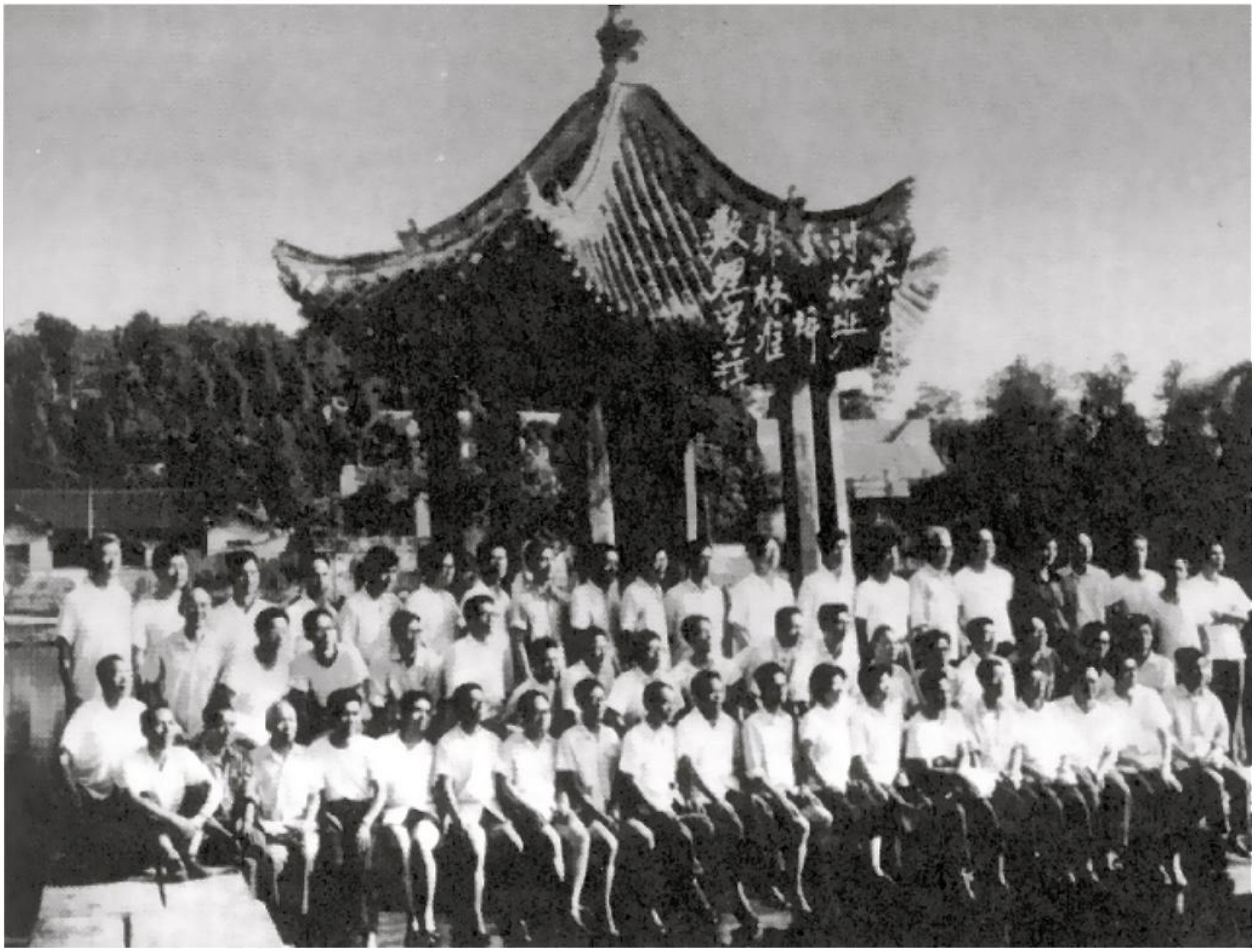


Illustrazione 6: Foto di gruppo, matematici e logici partecipanti al Primo simposio di Analisi Non Standard in Cina. La foto è stata scattata nell'Agosto del 1978 presso il Parco Urbano di Xinxiang, Xinxiang, Provincia di Henan.

BIBLIOGRAFIA

AI SI-QI / AI SSU-CH'I (1934) *Philosopy of the People*. Shanghai, Tu Shu Sheng Huo.
ALEXANDER, H.G. (1956) *The Leibniz-Clarke Correspondence*. Manchester, Manchester University Press.
BELHOSTE, Bruno (1985) *Cancly, 1789-1857, Un mathématicien légitimiste an XIXe siécle*. Paris, Belin.
BELHOSTE, Bruno (1991) *Cauchy. A Biography*. New York, Springer [trad. Frank Ragland].
BERNOULLI, Jakob (I) (1694) *Opera Omnia*. Geneva, Cramer, 1744, 2 vols.
BERNOULLI, Jakob (1969-93) *Die Werke von Jakob Bernoulli*. Basel, Birkhäuser.
BERNOULLI, Johann(I) (1691-92) *Die erste Integralrechnung. Eine Auswahl aus Johann Bernoullis mathematischen Vorlesungen über die Methode der Integrale und anderes aufgeschrieben zum Gebrauch des Herrn Marquis de l'Hospital in den Jahren 1691 und 1692*. Translated from the Latin. Leipzig and Berlin, 1914; Cfr. anche: *Die Ddferentialrechnung aus detn Jabre 1691 / 92*. "Ostwalds Klassiker", 211. Leipzig, Engelmann, 1924.
BERNOULLI, Johann (1742) *Opera Omnia*. Lausanne, M.M.Bousquet; repr. Hildesheim, G.Olms, 1968.
BODDE, Derk (1991) *Chinese Thought, Society and Science. The Intellectual and Social Background of Science and Technology in Pre-Modern China*. Honolulu, University of Hawaii Press.
BOUCHARLAT, Jean-Louis (1828) *Elementary Treatise on the Differential and Integral Calculus,* trans. by Blakelock, from the 3rd French edition of *Élémens de différentiel et de calcul integral* Paris, Bachelier, 1830.
BOVEN, H. van (1946) *Histoire de la Littérature Chinoise Moderne*. Beijing.
BRIÈRE, O., S.J. (1949) "Les courants philosophiques en Chine depuis 50 ans (1898-1950)". *Bulletin de l'Université l'Aurore* (Shanghai, *The Aurora), 10* (October), 561-650.
BRIÈRE, O., S.J. (1956) *Fifty Years of Chinese Philosophy. 1898-1950*. London, George Allen & Unwin [trad. Laurence G. Thompson].
BURKERT, Walter (1972) *Lore and Science in Ancient Pythagoreanism*. Cambridge, MA, Harvard University Press [trad. E.L. Minar, Jr.].
CHAMBRE, Henri (1959) *De Karl Marx à Mao-Tsé-timg*. Paris, Spes.
CHAMBRE, Henri (1963) *From Karl Marx to Mao Tse-Tung. A Systematic Survey of Marxism-Leninism*. New York, P.J. Kennedy & Sons [trad. by Robert J. Olsen].
CHANG CHUN-MAI (Carsun Chang) see ZHANG JUN-MAI.
CHARRAUD, Nathalie (1994) *Infini et Inconstient. Essai sur Georg Cantor*. Paris, Anthropos.
CHEN DU-XIU / CH'EN TU-HSIU (1915) "My Solemn Plea to Youth". *New Youth,1(1), 1°* articolo.
CHEN DU-XIU / CH'EN TU-HSIU (1916a) "The Confucian Way and Modern Life". *New Y outh, 2(4),* il primo articolo.
CHEN DU-XIU / CITEN TU-HSIU (1917b) "Again on the Problem of Confucianism". *New Youth, 2(5),* il primo articolo.
CHEN DU-XIU / CHEN TU-HSIU (1917) "Random Thoughts on the Current Situation". *New Youth (11- W 1f), 3(4),* il secondo articolo.
CHEN DU-XIU / CHEN TU-HSIU (1920) *Collected Essays of Du-xiu,* vol. 1.
CHEN DU-XIU / CHEN TU-HSIU (1923) "Response to Shi Zhi (Shih-chih / Hu Shih)". In: *Science and the Philosophy of Life*. Shanghai, Yatung, vol. 1, pp. 33-42 della seconda prefazione. Un'altra versione di questi saggi, con una prefazione di Carsun Chang, era intitolata *The Battle of the Philosophies of Life*. Shanghai, T'ai-tung Book Co. (Cfr. KWOK [1965, p. 1351).
COHEN, Robert S. (1995) *Physics, Philosoply and the Stientific Communiy: Essays in the Philosophy and History of the Natural Sciences and Mathematics in Honor of Robert S. Cohen. "Boston* Studies in the Philosophy of Science", 163. Dordrecht, Kluwer Academic.
COLMAN, E. Cfr. KOL'MAN
DAUBEN, Joseph W. (1979/1990) *Georg Cantor. His Mathematics and Philosophy of the Infinite*. Cambridge, MA, Harvard University Press, 1979; repr. Princeton, NJ, Princeton University Press, 1990.
DAUBEN, Joseph W. (1984) "Conceptual Revolutions and the History of Mathematics: Two Studies in the Growth of Knowledge". In: E. Mendelsohn (ed.) *Transfonnation and Tradition in the Sciences*. Cambridge, England, Cambridge University Press, pp. 81-103; anche in GILLIES [1992, pp. 49-71].
DAUBEN, Joseph W. (1992) "Revolutions Revisited". In: D. Gillies (ed.) *Revolutions in Mathematics*. Oxford, Clarendon Press, pp. 72-82.

DAUBEN, Joseph W. (1995) *Abraham Robinson. The Creation of Nonstandard Analysis, A Personal and Mathematical Odyssey.* Princeton, Princeton University Press.
D'ENCAUSSE, Hélène Carrère & STUART, R. Schram (1965) *Le Marxisme et l'Asie 1853-1964.* Paris, Armand Colin.
D'ENCAUSSE, Hélène Carrère & STUART, R. Schram (1969) *Marxism and Asia. An Introduction with Readings.* London, The Penguin Press.
DENG XIAO-PING (1978) "Speech at the Opening Ceremony of the National Conference on Science, 28 March 1978. In: Deng Xiao-ping (1984) *Speeches and Writings.* Oxford, Pergamon Press, pp. 40-53.
DENG XIAO-PING (1984) *Speeches and Writiugs.* Oxford, Pergamon Press.
DE VOGEL, Cornelia J. (1966) P*ythagoras and Early Pythagoreanism. An Interpretation of Neglected Evidence on the Philosopher Pythagoras.* Assen, Van Gorcum.
DING WEN-JIANG / TING WEN-CHIANG [Zai Jun / Tsai-chün]; conosciuto anche come TING, V.K. (1923) "Metaphysics and Science". In: *Science and the Philosophy of Life*. Shanghai, Yatung, vol. 1.
DUNAYEVSKAYA, Raya (1973) *Philosophy and Revolution. From Hegel to Sartre, and from Marx to Mao.* New York, Delacorte Press.
EBON, Martin (1970) *Lin Piao: The Life and Writings of China's New Ruler.* New York, Stein and Day.
EDWARDS, Harold (1988) "Kronecker's Place in History". In: W. Aspray & P. Kitcher (eds.) *History and Philosophy of Modent Mathematics.* Minneapolis, University of Minnesota Press, pp. 139-144.
ENGELS, Friedrich (1894) "Herrn Eugen Dühring's Umwälzung der Wissenschaft". In: K. Marx & F. Engels (1962) *Werke.* Berlin, Dietz Verlag, vol. 20, pp. 1-303.
ENGELS, Friedrich (1940) *Dialectics of Nature.* New York, International Publishers [trad. C. Dutt].
ENGELS, Friedrich (1962a) "Dialektik der Natur". In: K. Marx & F. Engels (1962) *Werke.* Berlin, Dietz Verlag, vol. 20, pp. 305-455.
ENGELS, Friedrich (1962b) "Über die Urbilder des Mathematisch-Unendlichen in der wirklichen Welt". In: K. Marx & F. Engels (1962) *Werke.* Berlin, Dietz Verlag, vol. 20, pp. 529-534.
ENGELS, Friedrich (1969) *Anti-Dühring. Herr Eugen Dühring's Revolution in Science.* Moscow, Progress Publishers.
EUCLID (1888) "Elementa". In: J.L. Heiberg (ed.) *Opera Omnia.* Leipzig, Teubner (Cfr. anche GREGORY [1703]).
EULER (1748) *Introductio in analysin iufinitorum.* Lausanne, Bosanquet. In: *Opera Omnia.* Leipzig, Teubner, vol. 6.
EULER (1755) *Institutiones calculi differentialis.* St. Petersburg. In: *Opera Omnia.* Leipzig, Teubner, vol. 10.
FAN XIAO-SHU (1976) "Discussion of Two Aspects of the Differential". *Journal of Central China Industrial College, (4),* 44-48
FOWLER, David (1987) *The Mathematics of Plato's Academy: a New Reconstruction.* Cambridge, Clarendon Press.
FRITZ, Kurt von (1940) *Pythagorean Politics in Southern Italy: an Analysis of the Sources.* New York, Columbia University Press.
FU XI-TAO (1974) "Some Experience Applying Dialectics to Reform Teaching of the Calculus", *Journal of the Dialectics of Nature, (4),* 147-151.
GAO KE-QIANG (1976) "The Differential is the Antithesis / Synthesis of Zero and the Infinitely Small", *Journal of Central China Industrial College, (4)*, 40-43.
GILLIES, Donald (ed). (1992) *Revolutions in Mathematics.* Oxford, Clarendon Press [paperback, 1995].
GLIVENKO, V.I. (1934) "Ponyatic differentciala y Marksa i Adamara" (The Concept of the Differential in the Works of Marx and Hadamard). In: *Pod znamenem Markcizma (Under the Marxist Flag), 5,* 79-85.
GRABINER, Judith V. (1981) *The Origins of Cauchy's Rigorous Calculus.* Cambridge, MA, MIT Press.
GREGORY, David (ed.) (1703) *Eukleidou ta swzomena. Euclidis quae supersunt onmia.* Ex recensione Davidis Gregorii M.D. astronomiae professoris saviliani & R.S.S. Oxford, E Theatro Sheldoniano.
GUO MO-RUO / KUO MO-JO (1960) *Studies on Ancient Chinese Society*. Peking, Ren Nlin / People's Publishing House.

GUO ZHAN-BO / KUO CHAN-PO (1935) *History of Chinese Thought During the Past Fifty years*. Beijing, Ren Wen.
GURLEY, John G. (1980) *Challengers to Capitalism. Marx, Lenin, Stalin, and Mao.* New York, W.W. Norton.
HALL, A. Rupert (1980) *Philosophers at War. The Quarrel between Newton and Leibniz.* Cambridge, Cambridge University Press.
HARRIS, Nigel (1978) *The Mandate of Heaven: Matx and Mao in Modern China.* London, Quartet Books.
HE FANG (1974) "How Should the Concept of Limit be Understood?". *Journal of the Dialectics of Nature*, *4,* 144-147.
HERMANN, Karl (1979) "Engels *Anti-Dühring* und die Mathematik seiner Zeit". In: *Jenaer "Anti-Dühring" -Konferenz* Jena, Friedrich-Schiller-Universität, pp. 277-282.
HORMIGÓN, Mariano (1996a) "También el Rojo está en el Arco Iris". In: E. Ausejo (ed.) *También el Rojo está en el Arco Iris.* Zaragoza, SEHCTAR, pp. 347-348.
HORMIGÓN, Mariano (1996b) "Ciencia e Ideología: Propuestas para un Debate". In: *III International Symposium Galdeano.* Zaragoza (Spain), September 18-21, 1996, pp. 9-10.
HUANG SHUN-JI / WU YAN-FU (1976) "A Brilliant Model Using Dialectical Materialism to Transform Mathematics". *Journal of Beijing Normal Universiy*, (1), pp. 14-31.
HUANG SHUN-JI / WU YAN-FU (1977) "Studying Marx's 'Mathematical Manuscripts', Lecture I: Introduction to Studying the 'Mathematical Manuscripts' *Practice and Understanding of Mathematics*,(1)5-14.
HUGHES, Ernest R. (1956) "M. Briere's philosophical bibliography". Preface to O. Briere (1956) *Fifty years of Chinese Philosophy. 1898-1950.* London, George Allen & Unwin, pp. 5-6.
IAMBLICHUS (1891) *De communi mathematica scientia liber.* Nicola Festa (ed.). Leipzig, Teubner.
IAMBLICHUS (1937) *De vita Pythagorica* Ludwig Deubner (ed.). Leipzig, Teubner.
JEN HUNG-CHON Cfr REN HONG-JUAN [Shu Yong / Shu-yung].
KENNEDY, Hubert (1977) "Karl Marx and the Foundations of Differential Calculus". *Historia Mathernatica, 4,* 303-318.
KNIGHT, Nick (ed.) (1990) *Mao Zedong on Dialectical Materialism. Writings on Philosophy, 1937.* Armonk, NY, M.E. Sharpe.
KNORR, Wilbur R. (1975) *The Evolution of the Euclidean Elements.* Dordrecht, Reidel.
KOL'MAN, Ernst (1931a) "The Present Crisis in the Mathematical Sciences and General Outline for their Reconstruction". In: *Science at the Crossroads. Papers Presented to the International Congress of the History of Science and Technology.* London, Kniga [2nd ed. London, Frank Cass, 1971, pp. 215-229].
KOL'MAN, Ernst (1931b) "Short Communications on the Unpublished Writings of Karl Marx Dealing with Mathematics. The Natural Sciences, Technology, and the History of these Subjects". In: *Science at the Crossroads. Papers Presented to the International Congress of the History of Science and Technolosy.* London, Kniga [2nd ed. London, Frank Cass, 1971, pp. 233-235].
KOL'MAN, Ernst (1932) "Eine neue Grundlegung der Differentialrechnung durch Karl Marx". In: *Verhandlunsen des internationalen Matbematiker-Kongresses Zürich.* Zürich, Orell Füssli, vol. 2; repr. Liechtenstein, Kraus reprints, 1967, pp. 349-351.
KWOK, D.W.Y. (1965) *Scientism in Chinese Thought, 1900-1950.* New Haven, Yale
University Press.
L'HOPITAL, G.F.A. de (1696) *Analyse des infiniment petits.* Paris, Imprimerie Royale.
LI QIN-NAN (1974) "The Differential is Both Zero and Not Zero". *Journal of the Dialectics of Nature, (4)*, 159-160.
LINEBARGER, Paul M.A. (1938) *Government in Republican China.* New York, McGraw-Hill.
LOMBARDO RADICE, Lucio (1972) "Dai 'Manoscritti Matematici' di K. Marx". *Critica Marxista-Quaderni,* 6, 273-277.
MAO ZE-DONG / MAO TSE-TUNG (1937a) "On Practice". In: MAO ZE-DONG [1951, vol. 1, pp. 271-286; 1965, vol. 1, pp. 295-309]; KNIGHT [1990, pp. 132-153].
MAO ZE-DONG / MAO TSE-TUNG (1937b) "On Contradiction". In: MAO ZE-DONG [1951, vol. 1, pp. 287-326; 1965, vol. 1, pp. 311-347].

MAO ZE-DONG / MAO TSE-TUNG (1938) "Lecture Notes on Dialectical Materialism". In: N. Knight (1990) *Mao Zedong on Dialectical Materialism. Writings on Philosophy, 1937*. Armonk, NY, M.E. Sharpe, pp. 84-131.
MAO ZE-DONG / MAO TSE-TUNG (1951) *Selected Works of Mao Ze-Dong*
Peking, Ren Min / People's Publishing House, 4 vols. [2nd ed. 1960].
MAO ZE-DONG / MAO TSE-TUNG (1957) "On the Correct Handling of Contradictions Among the People". In: MAO ZE-DONG [1967, pp. 350-387].
MAO ZE-DONG / MAO TSE-TUNG (1965) *Selected Works of Mao Tse-tung*. Peking, Foreign Languages Press, 4 vols.
MAO ZE-DONG / MAO TSE-TUNG (1967) *Selected Readings from the Works of Mao Tse-tung*. Peking, Foreign Languages Press.
MARX, Karl (1958) "O ponyatii funktsii" (Concept of Function). In: *Voprosy Filosofii (Philosophical Questions), 2,* 89-95; also in MARX [1974, pp. 344-354].
MARX, Karl (1968a) *Karl Marx on Colonialization and Modernization, his dispatches (sic) and other Writings on China, India, Mexico, the Middle East and North Africa*. New York, Garden City.
MARX, Karl (1968b) *Karl Marks, Matematicheskie Rukopisi*. Ed. S.A. Yanovskaya. Moscow, Nauka Press.
MARX, Karl (1974) *Mathematische Manuskripte*. Ed. Wolfgang Endemann. Kronberg Taunus (BRD), Scriptor Taschenbücher.
MARX, Karl(1975a) "Marx. Mathematical Manuscripts". *Journal of Fu Dan University*, *(1)*(Spec. Edition).
MARX, Karl (1975b) "Marx's Mathematical Manuscripts (published extracts)". *Acta Mathematica Sinica*, (1), pp. 1-17 [Queste sono le sezioni dei *Manoscritti Matematici* che Marx dedica alla storia dell'analisi].
MARX, Karl (1975c) M*arx. Mathematical Manuscript*. Peking, Ren Min / People's Publishing House.
MARX, Karl (1975d) M*arx on China. 1853-1860: Articles from the New York Daily Tribune*. New York, Gordon Press.
MARX, Karl (1983) *Mathematical Manuscripts of Karl Marx*. Clapham, London, New Park Publishers.
MARX, Karl (1985) *Les manuscrits mathématiques de Marx*. Paris, Editions Economica [trad. A. Alcouffe].
MARX, Karl & ENGELS, Friedrich (1962) *Werke*. Vol. 20: *Anti-Dühring Dialektik der Natur*. Berlin, Dietz Verlag.
MEISNER, Maurice (1982) M*arxism, Maoism and Utopianism. Eight Essays*. Madison, University, of Wisconsin Press.
MESCHKOWSKI, Herbert (1967) *Probleme des Unendlichen. Werk und Leben Georg Cantors*. Braunschweig, Vieweg & Sohn.
MINAR, Edwin Le Roy (1942) *Early Pythagorean Politics in Practice and Theog*. Baltimore, Waverly Press.
MULLER, A.A. (1957) *In the flames of the Revolution, 1917-1920: Reminiscences of the Commander of the International Detachment of the Red Guards*.
OU YANG GUANG-ZHONG & ZHU XUE-YAN (1975a) "Discussion on Some Ways of Looking at the Calculus of Functions of Several Variables". *Journal of Fu Dan Universi, (2),* 10-22.
OU YANG GUANG-ZHONG & ZHU XUE-YAN (1975b) "Studying a Letter of Engels to Deepen Understanding of the Mathematical Manuscripts", *Journal of Fu Dan Universiry*, *(4)*, 1-6.
PHILIP, J.A. (1966) *Pythagoras and Early Pythagoreanism*. Toronto, University of Toronto Press.
PROTOPOPOV, Yu.K. (1983) *Filosofskie Problemy Razvitrya Matematiki (Philosophical Problems in the Development of Mathematics)*. Moscow, Vysshaia Shkola.
QIAO CHONG-QI (1976) "Summary of Proceedings of a Symposium on Studying the 'Mathematical Manuscripts' [of Karl Marx]". *Practice and Understanding of Mathematics*, *(2)*, 4-11.
RAVEN, John Earle (1948) *Pythagoreans and Eleatics, an Account of the Interaction Between the Two Opposed Schools During the Fifth and Early Fourth Centuries, B.C.* Cambridge, Cambridge University Press.
REN HONG-JUN / JEN HUNG-CHON [Shu Yong / Shu-yung] (1919) "The Future of Thought in Our Country". In: *Essays on Science,* Shanghai, Science Society of China, pp. 190-199.
REN ZHENG-XING (1974) "The Differential is a Unity of Opposites". *Journal of the Dialectics of Nature*, *(4)*, 158-159.
RIAZANOV, David Borisovich (1974) *Karl Marx and Friedrich Engels. An Introduction to Their Lives and*

Work. New York, Monthly Review Press [trad. J. Kunitz].
RYBNIKOV, K.A. (1954) "Matematicheskie Rukopisi Marksa". *Bolshaya Sovetskaya Entsiklopediya,* vol. 26 (2nd ed.), pp. 496-498.
RYBNIKOV, K.A. (1955) "Matematicheskie Rukopisi Marksa" (Report of a Conference Held at the Moscow Mathematical Society, May 20, 1954). *Uspekhi Matematicheskie Nauk, 10,* 197-199.
SCOTT, Joseph Frederick (1958) *A History of Mathematics: From Antiquity to the Beginning of the 19th Century.* London, Taylor & Francis; repr. Totowa, NJ, Barnes & Noble, 1986.
SHEN TIAN-JI (1974) "The Differential Reflects Quantitative Change from (Two) Different Points of View". *Journal of the Dialectics of Nature*, *(4)*, 161-163.
SHU JI (1976) "Discussing the Physical Origins of the Mathematical Structure of *R". *Journal of North-West University, (1),* 1-4.
SHU LI (1975) "Using Marxism to Conquer the Battlefield of Mathematics". *Chinese Science,(5)* 456-461.
SHU XUAN (1976) "Continuing to Use Marxism to Study Non-Standard Analysis" . *Journal of Central China Political College*, (3), 15-18.
SHU ZUO (1975a) "A Starting Point for Calculating with Differentials". *Journal of Fu Dan University*, *(3)*, 11-15.
SHU ZUO (1975b) "Preliminary Report of a Meeting to Study the Marx 'Mathematical Manuscripts'". *Practice and Understanding of Mathematics*, *(3)*, 1-7.
SMITH, Cyril (1996) "Hegel, Marx and Mathematics". In: *Marx at the Millennium* London, Pluto Press.
STONE, Marshall (1961) "Mathematics, 1949-1960". In: Sidney H. Gould (ed.) *Sciences in Communist China. A Symposium Presented at the New York Meeting of the AAAS, December 26- 27, 1960.* Washington, AAAS Publication #68, pp. 617-630.
STRUIK, Dirk J. (1948) "Marx and Mathematics". *Science and Society,12,* 181-196.
STRUIK, Dirk J. (1992) "Marx and Engels on the History of Science and Technology". In: S. Demidov *et al.* (eds.) *Amphora: Festschrift für Hans Wussing.* Basel, Birkhäuser, pp. 737-749.
THACKRAY, Arnold (1968) "'Matter in a Nut-Shell': Newton's *Opticks* and Eighteenth-century Chemistry". *Ambix, 15,* 29-53.
THACKRAY, Arnold (1970) *Atoms and Powers. An Essny on Newtonian Matter-Theory and the Development of Chemistry.* Cambridge, MA, Harvard University Press.
THESLEFF, H. (1965) *An Introduction to Pythagorean of the Hellenistic Period.* Åbo, Åbo Akedemi, 1961.
TING WEN-CHIANG Cfr. DING WEN-JIANG (conosciuto anche come Zai Jun / Tsai-chlin e come V.K. Ting).
VAN GINNEKEN, Jaap (1977) *The Rise and Fall of Lin Piao.* New York, Avon Books.
VOGT, Annette (1983) "Karl Marx und die Mathematik". *Mitteilugen der Mathematischen Gesellschaft der DDR, 3*, 50-61.
VOGT, Annette (1995) "Emil Julius Gumbel (1891-1966): der erste Herausgeber der mathematischen Manuskripte von Karl Marx". *MEGA-Studien, 2,* 26-41.
VON HEIJENOORT, Jean (1985) "Friedrich Engels and Mathematics". ln: *Selected Essays* (of Jean van Heijenoort). Naples, Bibliopolis, pp. 123-138.
WASCHKIES, HJ. (1977) *Von Eudoxos zu Aristotles [sic]. Das Fortwirken der Eudoxischen Proportionentheorie in der Atistotelischen Lehre vom Kontinuum. "Studien* zur antiken Philosophie", 8. Amsterdam, B.R. Grüner.
WIELEITNER, Heinrich (1927-28) *Mathematische Quellenbücher* Berlin, Verlag Salle.
WU TIEN-WEI (1983) *Lin Biao and the Gang of Four: Contra-Confucianism in Historical and Intellectual Perspective.* Carbondale, IL, Southern Illinois University Press.
WU WEN-JING(1975) "The Differential and Dialectics". *Journal of Fu Dan University*(yL14,1),*(3)*,16-20.
WU XIE-HE & ZHANG HUA-XIA (1975) "Understanding Calculus From the Point of View of the Paradoxes of Motion". *Science Bulletin* (1144-3.111), 4-14.
WU XIE-HE & ZHANG HUA-XIA (1976) "Using the Point of View of Development and Transformation to Understand the Calculus". *Journal of Central China Political College,(4),* 13-26.
WU ZHI-HUI / WU CHIH-HUI (1925) "A New Belief ". In: *Collected Essays of Wu Zhi-hui. S*hanghai, I-hsüeh, vol. 1, pp. 168-308.

WU ZHI-HUI / WU CHI-HUI (1933) "My Sincere View on Saving the Country with Motors". *New Cbina*, *1(13),* 1-4.

XIE EN-ZE / JIE EN-ZE & ZHAO SHU-ZHI / ZHAO SHU-ZI (1986) "The Methodological Meaning of Marx's "Mathematics Manuscript". *Qufu Shifan Daxue Xuebao. Ziran Kexue Ban, (1),* 89-95; (2), 90-91.

XUE SHU (1977) "On Problems of the Theoretical Foundations of Calculus: Marx's Position, Viewpoint and Method". *Journal of Beijing Normal University*, *(1)*, 18-27.

XU TING-DONG (1974) "The Differential is a Unity of Zero and Non-Zero" . *Journal of the Dialectia of Nature*, *(4)*, 153-155.

XUE YU-CHUAN (1977) "Variables and Differentials". *Journal of Beijing Normal Universiy, (1)*, 28-33.

YAN SHAO-ZONG (1975) "Basing the Concept of the Derivative on the Law of Opposites". *Journal of Fu Dan Universiy, (4),* 7-16.

YANOVSKAYA, C.A. (Sof'ya Aleksandrovna) (1933) "O Matematicheskikh rukopisyakh Marksa" (On Marx's Mathematical Manuscripts). In: *Marksizm i estestvoznanie (Marxim and Natural Sciences).* Moscow, Nauka, pp. 136-180; pubblicato anche su *Pod znamenem Alarkcivna (Under the Marxist Flag), 1,* 74-115.

YANOVSKAYA, C.A. (Sof'ya Aleksandrovna) (1947) "Michel Rolle as a Critic of the Infinitesimal Calculus". *Trudy Instituta Istorii Estestvoznanya* (Akademiya Nauk SSSR), *1,* 327-346.

YANOVSKAYA, C.A. (Sof'ya Aleksandrovna) (1950) *Peredovye idei N.I. Lobacevskogo—orudie bor'by protiv idealizma v matematike* (The Leading Ideas of N.I. Lobachevskii, — a Combat Weapon Against Idealism in Mathematics). Moscow-Leningrad, Izdatelstva Akademiya Nauk SSSR.

YANOVSKAYA, C.A. (Sof'ya Aleksandrovna) (1956) "Sofya Aleksandrovna Yanovskaya. On her 60th Birthday". *Uspekhi Matematicheskie Nauk, 11 ,* 219-222 (with portrait).

YANOVSKAYA, C.A. (Sof'ya Aleksandrovna) (1968) "Preface to the 1968 Russian Edition". In: K. Marx (1968b) *Karl Marx, Matematicheskie Rukopisi.* Ed. S.A. Yanovskaya. Moscow, Nauka Press, pp. vii-xxvi [Trad. in tedesco di C. Aronson e M. Meo].

YANOVSKAYA, C.A. (Sof'ya Aleksandrovna) (1969) "Karl Marx *Mathematische Mantiskripte".* In: *Sowjetwissenschaft, Gesellschaftswissenschafiliche Beiträge, 1,* 20-35 (Trad. in tedesco di YANOVSKAYA [1968]).

YANOVSKAYA, C.A. & KOL'MAN, E. (1931) "Hegel and Mathematics". In: *Pod znamenem Markijsma (Under the Markist Flag).*

YANOVSKAYA, C.A. & KOL'MAN, E. (1968) "Predislovie" (Introduction). In: K. Marx (1968b) *Karl Marx, Matematicheskie Rukopisi.* Ed. S.A. Yanovskaya. Moscow, Nauka Press, pp. 3-22.

YAO MING-LE (1983) *The Conspiracy and Death of Lin Biao.* New York, A.A. Knopf [trad. Stanley Karnow].

YU WEN (1976) "The Differential is a Unity of Opposites (Synthesis of the Antitheses) Zero and Not-Zero". *Jounial of Central China Industrial College*, *(4)*, 31-39.

ZHANG JUN-MAI / CHANG CHÜN-MAI (Carsun Chang) (1923) "The Philosophy of Life". In: *Science and the Philosophy of Life*. Shanghai, Yatung, 2 vols. Un'altra versione di questi saggi, con una prefazione di Carsun Chang, è stata pubblicata sotto il titolo di *The Battle of the Philosophies of Life*. Shanghai, T'ai- tung Book Co. (Cfr. KWOK [1965, p. 135]).

ZHEJIANG (1975) "The Brilliant Victory of Dialectics—Notes on Studying Marx's 'Mathematical Manuscripts'". *Acta Mathematica Sinica, 18(3),* 149-156.

ZHENG LI-XING (1974) "The Differential is Comparable to Zero". *Journal of the Dialectics of Nature*, *(4)*, 151-152.

ZHI ZHOU (1975) "How to Understand Derivatives—Notes studying Marx's Mathematical Manuscripts". *Journal of Normal University*, *(1)*, 18-24.

ZHOU GUAN-XIONG (1976) "The Differential is 'Infinitely Small'". *Journal of Central China Industrial College*, *(4)*, 23-30.

ZHOU GUAN-XIONG (1977) "Using the Philosophy of Marxism to Evaluate Nonstandard Analysis". *Journal of Central China Industrial College*, *(2)*, 115-122.

207. Costruire la sezione aurea di un segmento con la calcolatrice grafica

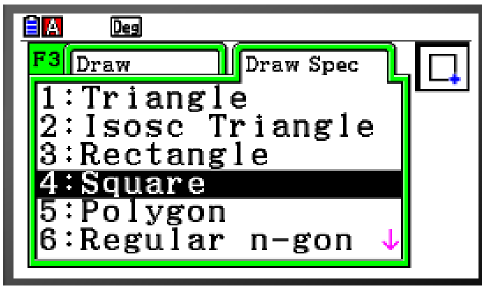
Maria Maddalena Bovetti

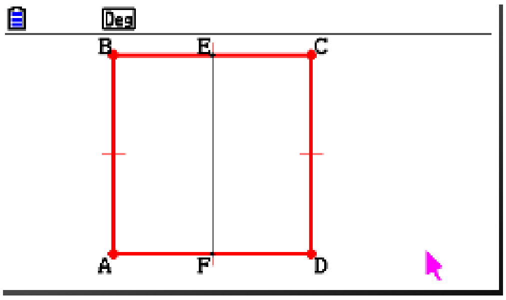
Premessa

L'obiettivo di questo mio contributo è quello di abbinare alle attività proposte nel percorso didattico "Costruire la sezione aurea di un segmento" la possibilità di utilizzare la FX- CG20 di Casio a fianco di "carta e penna" ed, eventualmente, del computer. La calcolatrice in questione è praticamente un piccolo computer con funzioni specifiche e offre, oltre, ai molti dei vantaggi del computer; il fatto di avere dimensioni che ne permettono l'utilizzo in classe, una per ogni studente, senza dover trasferirsi in un'altra aula, con i disagi che qualche volta ciò comporta.
L'aula diventa, così un "laboratorio" di Matematica utilizzabile in qualunque momento, senza i problemi di orario, di accessibilità e di disponibilità che invece hanno spesso i laboratori di informatica veri e propri.
È importante che l'allievo abbia a disposizione uno strumento che gli permetta di eseguire calcoli, tracciare grafici per poterli analizzare, eseguire in maniera precisa costruzioni geometriche e molto altro, ma deve averlo a disposizione in qualsiasi momento altrimenti perde la sua efficacia.
L'obiettivo è quello di indicare insieme a quella presentata dagli autori del percorso didattico, una metodologia in cui la calcolatrice diventi per lo studente uno strumento di lavoro abituale che gli permetta di velocizzare ogni sua operazione, per poter dedicare il proprio tempo al ragionamento, alla formulazioni di ipotesi e alla loro verifica in un modo che da diventare a poco a poco sempre più autonomo.
In altre parole ogni alunno deve tenere la calcolatrice sul banco come l'astuccio o altro materiale scolastico in modo che essa diventi un supporto immediato per una migliore comprensione dell'argomento affrontato ed un aiuto per migliorare i propri compiti. Nulla vieta, comunque, di utilizzare altri dispositivi (PC, Lim, ecc) per un ulteriore approfondimento.
La calcolatrice Casio FX- CG20 mette a disposizione un interessante menù denominato Geometry che permette molte costruzioni.

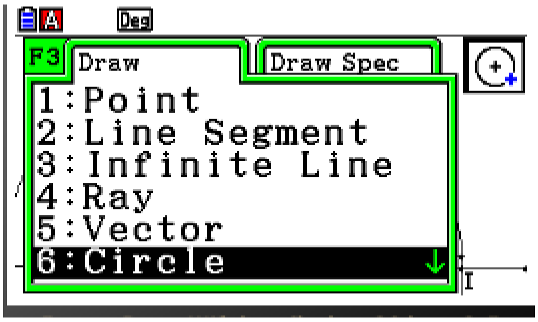
Costruzione del rettangolo aureo

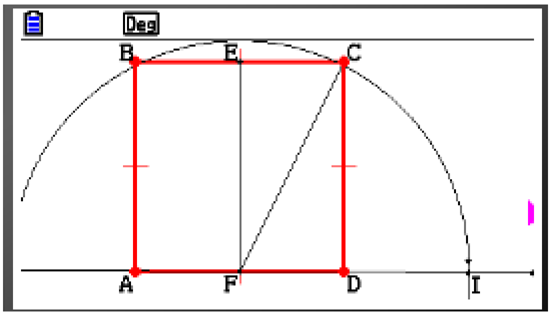
Costruiamo Il quadrato ABCD con il menù sotto rappresento e dividiamolo in due rettangoli congruenti AFEB e EFDC



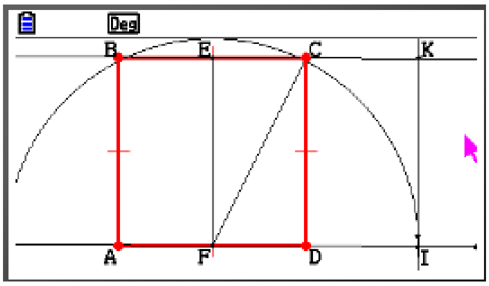


Tracciamo la circonferenza avente il centro in F e raggio la diagonale del rettangolo corrispondente alla metà del quadrato di partenza. Essa incontra il prolungamento della base AD in I.
Il rettangolo avente come base il segmento ottenuto AI e la stessa altezza del quadrato è un rettangolo aureo.

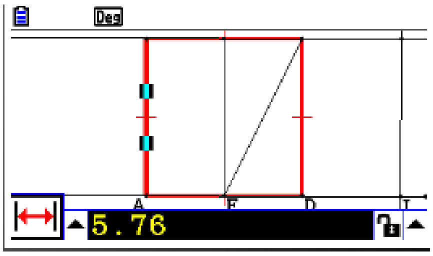


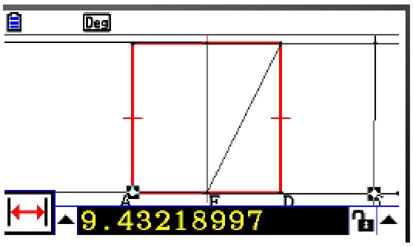


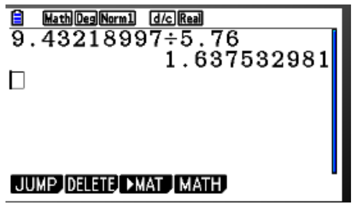
Costruiamo il rettangolo avente per base AI e altezza il lato del quadrato e otteniamo il rettangolo aureo ABKI



A questo punto possiamo calcolare il numero aureo: misuriamo AI ed AB e calcoliamo con il menù RUN –Matrix il rapporto aureo





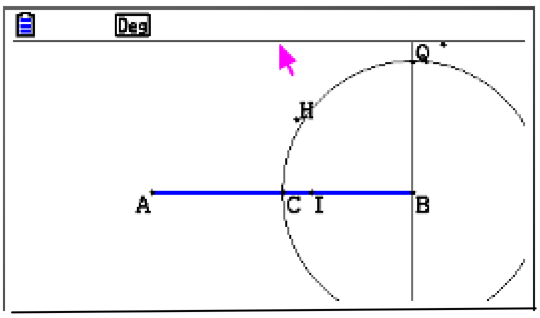


:

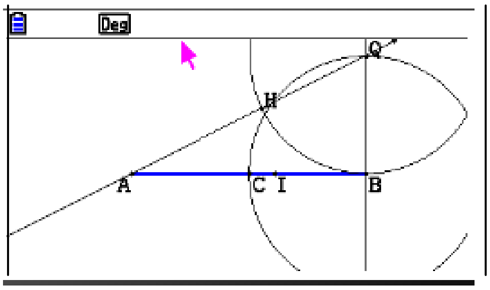
La precisione è solo sulla seconda cifra, ma si può ripetere la costruzione con quadrati di lato diverso e procedere con la verifica.

Costruzione della sezione aurea di un segmento

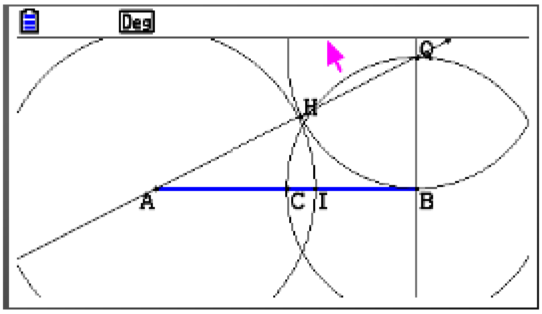
Torniamo al menù Geomerty:



- si costruisce la circonferenza di centro B e raggio uguale alla metà del segmento AB,
- si traccia la perpendicolare al segmento a AB passante per B,



- segnato il punto Q intersezione di tale retta con la circonferenza, si traccia la circonferenza di centro Q e passante per B,

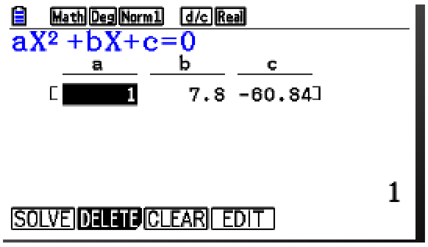


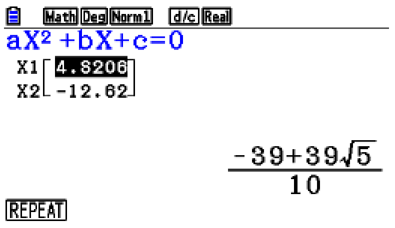
- si disegna quindi la retta passante per A e per Q,
- segnato il punto H intersezione di tale retta con la circonferenza,
- si costruisce la circonferenza di centro A e passante per H
- si segna il punto I, intersezione di quest'ultima circonferenza con il segmento AB. Il segmento AI è la sezione aurea

Misuriamo la lunghezza di AB che risulta 7,8 possiamo risolvere l'equazione di secondo grado:

$x^2+7{,}8x-(7{,}8)^2=0$

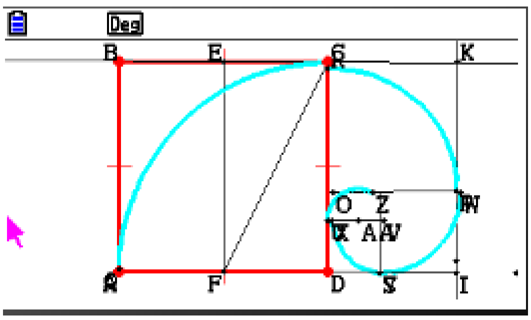
Entriamo nel menù Equation e scriviamo i coefficienti dell'equazione:





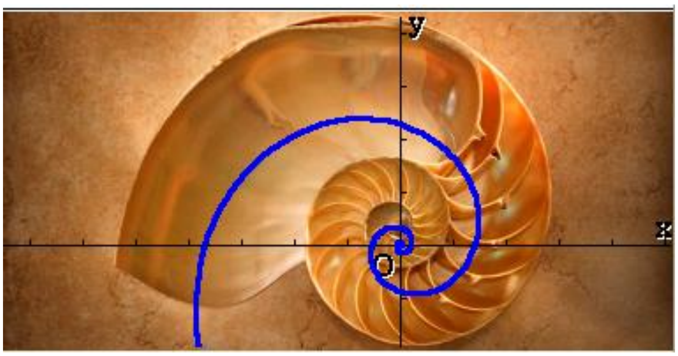
La spirale logaritmica

La spirale *logaritmica equiangolare* fu studiata nel 1638 da Cartesio e definita dal matematico Jakob Bernoulli "*meravigliosa";* essa si sviluppa allargandosi costantemente un giro dopo l'altro. Si può costruire, partendo dal rettangolo aureo realizzato, in precedenza e si ottiene:



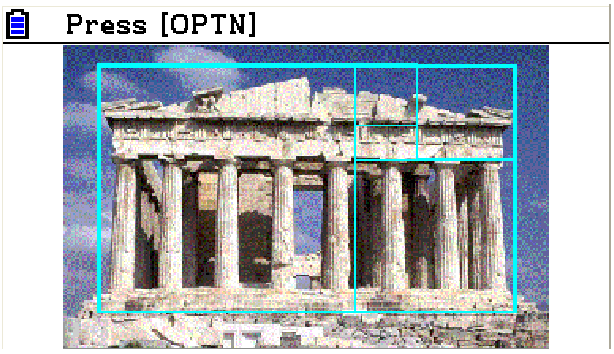
Un esempio particolarmente significativo della presenza di questa curva in natura è la conchiglia del Nautilus le cui cavità sono disposte approssimativamente secondo una spirale aurea.

La calcolatrice FX mette a disposizione il menù Picture Plot che contiene una galleria di immagini significative. Una di queste è, appunto, la conchiglia a cui possiamo sovrapporre la curva ottenuta in precedenza per osservarne l'andamento.

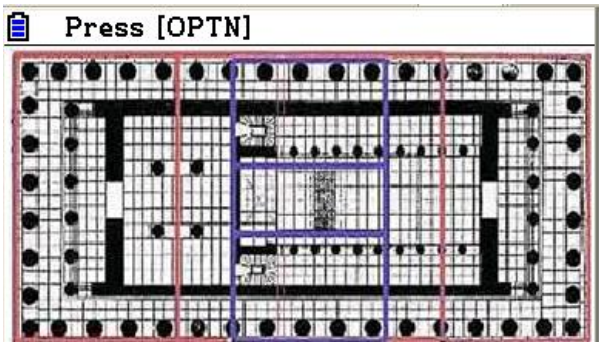


PROPOSTE DI LAVORO

Le immagini seguenti sono state scaricate da Internet ed inserite in una cartella della calcolatrice. Il menù utilizzato per la visualizzazione è ancora Picture Plot.



Verifica che nell'architrave in facciata il rettangolo aureo è ripetuto più volte.



Verifica che la pianta del Partenone mostra che il tempio fu costruito su un rettangolo la cui lunghezza è 5 volte la larghezza.

208. Declinazione e inclinazione gnomonica di un piano verticale

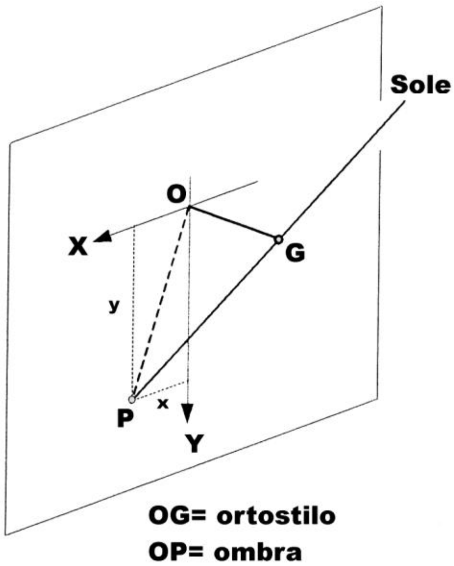
di Michele T. Mazzucato

Siccome il ferro s'arrugginisce sanza l'esercizio
e l'acqua si putrefa o nel freddo s'addiaccia,
così lo 'ngegno sanza esercizio si guasta.
Codice Atlantico di Leonardo da Vinci (1452-1519)

Si consideri un "sistema di coordinate avente come origine il piede dell'asta OG perpendicolare al piano verticale, l'asse X orizzontale positivo verso sinistra e l'asse Y, con direzione della massima pendenza sul piano, positivo verso il basso" avremo una:

declinazione α di +90° se il piano verticale è rivolto verso OVEST
declinazione α positiva se il piano verticale è rivolto verso SUD-OVEST
declinazione α di 0° se il piano verticale è rivolto a SUD
declinazione α negativa se il piano verticale è rivolto verso SUD-EST
declinazione α di -90° se il piano verticale è rivolto verso EST

se il piano è verticale l'inclinazione è zero.



A. Calcoli preliminari

1) Istante di Tempo Medio del Fuso (quello segnato dagli orologi) in cui bisogna effettuare la misura in Tempo Vero Locale (in ore):

$$TMF = TVL + (TZ \cdot 15° - \lambda)/15° + Eq/60' \text{ (+1 ora estiva)}$$

$$TVL = TMF - (TZ \cdot 15° - \lambda)/15° - Eq/60' \text{ (-1 ora estiva)}$$

nota: $TML = TVL + Eq$ e $TVF = TVL + (TZ \cdot 15° - \lambda)/15°$

2) Angolo orario (risultato in gradi):

$$\omega = 15° \cdot (TVL-12)$$

ma anche

$$\omega = 15° \cdot (TML-12) - 15° \cdot Eq/60$$

$$\omega = 15° \cdot (TVF-12) - (TZ \cdot 15° - \lambda)$$

$$\omega = 15° \cdot (TMF-12) - (TZ \cdot 15° - \lambda) - Eq/4$$

$$\cos\omega = \frac{+\sin h - \sin\delta \sin\varphi}{\cos\delta \cos\varphi} \quad \text{(per verifica)}$$

Nota: il valore $(TZ \cdot 15° - \lambda)$ è la costante locale di correzione in longitudine, positiva se la località si trova a OVEST del meridiano centrale del fuso e negativa se la località si trova a EST del meridiano centrale del fuso.

3) Altezza del Sole:

$$h = \arcsin(\sin\delta \cdot \sin\varphi + \cos\delta \cdot \cos\varphi \cdot \cos\omega)$$

$$tgh = \frac{\sigma}{L} \quad \text{(piano orizzontale)}$$

4) Giorno dell'anno:

per anni ordinari

$$N = int\left(\frac{275 \cdot M}{9}\right) - 2 \cdot int\left(\frac{M+9}{12}\right) + D - 30$$

per anni bisestili

$$N = int\left(\frac{275 \cdot M}{9}\right) - int\left(\frac{M+9}{12}\right) + D - 30$$

5) Equazione del tempo (in minuti, ottenuta con sviluppi in serie di Fourier tratti da Ferrari):

$$\begin{aligned} Eq = &+ 7.3670 \cdot \cos(0.9856474 \cdot N + 85.837) + \\ &+ 9.9182 \cdot \cos(1.9712947 \cdot N + 109.984) + \\ &+ 0.3060 \cdot \cos(2.9569421 \cdot N + 103.642) + \\ &+ 0.2027 \cdot \cos(3.9425894 \cdot N + 128.678) \ldots \end{aligned}$$

6) Declinazione del Sole (in gradi, ottenuta con sviluppi in serie di Fourier tratti da Ferrari):

$$\begin{aligned} \delta = &+ 0.3838 + \\ &+ 23.2623 \cdot \cos(0.9856474 \cdot N - 169.883) + \\ &+ 0.3552 \cdot \cos(1.9712947 \cdot N - 175.526) + \\ &+ 0.1342 \cdot \cos(2.9569421 \cdot N - 148.378) + \\ &+ 0.0326 \cdot \cos(3.9425894 \cdot N + 2.929) \ldots \end{aligned}$$

7) Azimut del Sole:

$$Az = arctg\left(\frac{\sin\omega \cos\delta}{\cos\delta \sin\varphi \cos\omega - \sin\delta \cos\varphi}\right)$$

$$Az = \mathrm{arctg}\,\frac{x}{y} \quad \text{(piano orizzontale)}$$

$$Az = \mathrm{arctg}\,\frac{\sin\omega}{\sin\varphi\,\cos\omega - \cos\varphi\,\mathrm{tg}\delta} \quad \text{(per verifica)}$$

$$Az = \arcsin\frac{\cos\delta\,\sin\omega}{\cosh} \quad \text{(per verifica)}$$

$$Az = \arccos\left(\frac{\sin\delta\,\cos\varphi - \cos\delta\,\sin\varphi\,\cos\omega}{\cosh}\right) \quad \text{(per verifica)}$$

B. Declinazione α gnomonica del piano verticale

Nell'istante del mezzogiorno vero locale

$$\alpha = \mathrm{arctg}\,\frac{x}{\sigma}$$

nell'istante qualsiasi del giorno

$$\alpha = Az + \mathrm{arctg}\,\frac{x}{\sigma}$$

$$\alpha = Az \pm \arccos\left(\frac{\sigma}{y}\,\mathrm{tgh}\right) \quad \text{(nota 1)}$$

$$\alpha = Az + \arcsin\left(\frac{x}{y}\,\mathrm{tgh}\right)$$

$$\alpha = Az \pm \arccos\left(\frac{1}{\cosh\sqrt{1 + \left(\frac{L}{\sigma}\right)^2}}\right) \quad * \text{ e } **$$

$$\alpha = Az \pm \arccos\left(\frac{\sigma}{\cosh\sqrt{\sigma^2 + L^2}}\right) \quad *$$

***** = segno – se l'ombra cade a destra della linea verticale ; segno + se l'ombra cade a sinistra della linea verticale.

****** = L deve essere introdotto con segno – se l'ombra cade a destra della verticale per il piede dell'asta.

C. Declinazione α e inclinazione i gnomonica del piano verticale

$$\alpha = Az + \arcsin\left(\frac{x\,B}{\sigma\,\cosh}\right) = Az + \arcsin\frac{x}{\cosh(\sigma^2 + x^2 + y^2)}$$

$$\text{con } B = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x^2 + y^2}{\sigma^2}}}$$

$$i = \operatorname{arctg}\frac{\operatorname{tgh}}{\cos(Az-\alpha)} - \operatorname{arctg}\frac{y}{\sigma}$$

oppure

$$i = \arccos K \qquad P = \frac{y}{\sigma} \qquad Q = \frac{\sinh}{B}$$

con B come sopra e $K = \dfrac{Q \pm \sqrt{Q^2 + (P^2 - Q^2)(1 + P^2)}}{1 + P^2}$

La declinazione gnomonica può essere anche determinata con (riportata da Jorge Ramalho, usata da Yvon Massè e tratta da *Gnomonica* n. 5/2000 p. 49):

$$\alpha = Az \pm \arccos\left(\frac{\sigma}{\cosh\sqrt{\sigma^2 + L^2}}\right)$$

Rispetto all'osservatore, se l'ombra cade a destra dell'ortostilo allora A-α è positivo e quindi si deve prendere il segno negativo; viceversa se cade a sinistra.

D. Valori da misurare

σ = OG = lunghezza dell'asta (ortostilo)
L = OP = lunghezza dell'ombra

x = coordinata orizzontale del punto-ombra

$x = \sigma \cdot tg(Az-\alpha)$ (per verifica)

y = coordinata verticale del punto-ombra

$y = \sinh\sqrt{\sigma^2 + L^2}$ (per verifica)

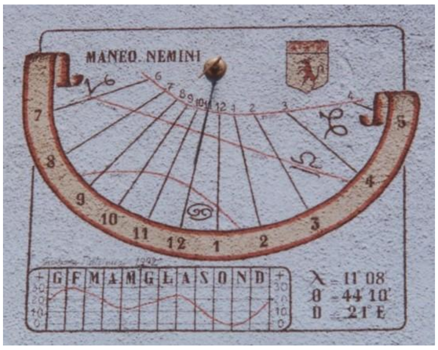
oppure

$y = \dfrac{-\sigma \cdot \operatorname{tgh}}{\cos(Az-\alpha)}$ (per verifica)

Legenda:

TMF = Tempo Medio del Fuso
TML = Tempo Medio Locale
TVF = Tempo Vero del Fuso
TVL = Tempo Vero Locale
TZ = Time Zone = per l'Italia +1 (+2 quando è in vigore l'ora legale estiva o Daylight Saving Time). Numero intero positivo a EST di Greenwich e negativo a OVEST di Greenwich.
L = lunghezza dell'ombra
N = numero dei giorni dall'inizio dell'anno
M = numero del mese
D = numero del giorno
λ = longitudine del luogo rispetto a Greenwich (positiva a EST)
φ = latitudine del luogo

Eq = equazione del tempo in minuti (Eq/60 espressa in ore e Eq/4 espressa in gradi)
Az = azimut del Sole = è la distanza angolare della direzione Sole dalla linea meridiana, misurata sul piano orizzontale. Si misura, rispetto al SUD, con valori positivi verso OVEST e negativi verso EST [-90° a EST, 0° a SUD e +90° a OVEST].
ω = angolo orario = è la distanza angolare del Sole dal meridiano del luogo con senso negativo verso EST (ore antimeridiane) e positivo verso OVEST (ore pomeridiane).
h = altezza del Sole = è la distanza angolare del Sole dal piano dell'orizzonte (positivo verso NORD).
δ = declinazione del Sole = è la distanza angolare del Sole dall'equatore celeste.
α = declinazione gnomonica del piano verticale
i = inclinazione gnomonica del piano verticale
γ = altezza dello stilo $\gamma=90°-\varphi$ $\gamma=90°-(\varphi-i)$



Esempio di orologio solare su parete verticale con gnomone polare ad ore francesi. La declinazione del piano è evidenziata dall'inclinazione della linea equinoziale che non risulta orizzontale. In questo caso essa "sale" da destra verso sinistra, pertanto la parete è declinata verso levante. L'opera si trova nella località di San Damiano nel comune di Camugnano (Bologna) ed è stata realizzata dal gnomonista bolognese Giovanni Paltrinieri nel 1992.

Bibliografia

Fantoni, G., *Orologi solari*, Technimedia, Roma 1988
Ferrari, G., *Relazioni e formule per lo studio delle meridiane piane,* Modena 1998
Gnomonica Italiana - Coordinamento Gnomonico Italiano www.gnomonicaitaliana.it
Mazzucato, M.T., *Elementi di Orientamento*, Maggioli Editore, Santarcangelo di Romagna RN 2007
Meeus, J., *Astronomical Algorithms*, Willmann-Bell, USA 1991
software Orologi Solari di G. Casalegno http://digilander.libero.it/orologi.solari/download/download.html

209. Se Giovenale… l'Analisi matematica scoperta da un antico illuminato

di Enrico Colognesi
www.enricocolognesi.com

Crescit amor nummi …

"*Crescit amor nummi quantum ipsa pecunia crescit*": così Giovenale, poeta latino, in un celebre verso delle Satire (XIV, 139), definisce l'ingordigia di chi è ricco e vorrebbe esserlo sempre di più.
Non è di Giovenale, tuttavia, né delle sue pur belle opere che desidero parlare: l'autore latino è qui solo uno strumento per un irreale ma affascinante volo della fantasia, un *somnium*, in cui si immagina il nostro poeta penetrare nel mondo dell'analisi matematica e in essa manifestare un genio insospettato.
Certamente né Giovenale né alcun suo contemporaneo avrebbe avuto alcuna possibilità di sviluppare le idee dell'analisi matematica moderna, tanto lontani erano la cultura e gli strumenti matematici del tempo. La mancanza di un efficace sistema numerico (il sistema posizionale non era ancora stato concepito, anzi neppure lo 0 era incluso tra i numeri) e delle moderne notazioni (così efficaci perché ideate, affinate e sedimentate in più di due millenni di pratica ed esperienze) relegano tale possibilità al mondo delle fantasie e delle finzioni letterarie.
Nondimeno, la valenza matematica del verso citato di Giovenale è tale che ho voluto assumerlo come spunto narrativo, immaginando che il nostro autore, le cui facoltà erano sicuramente potenti ed efficaci quanto quelle dei moderni, abbia tratto da esso le più estreme conseguenze logiche e, liberando la sua intuizione e le sue capacità razionali, sia giunto a formulare le idee che sono a fondamento della moderna analisi matematica.
Vogliamo allora immaginare che il nostro Giovenale scateni il proprio genio, concedendo al suo bagaglio soltanto qualche elementare – si fa per dire – strumento?
E sia: dopo avergli concesso l'uso delle cifre arabe, della notazione posizionale, delle quattro operazioni e dei simboli fondamentali dell'aritmetica, lasciamo a lui la parola.
Se solo Giovenale avesse osato …

Abi, nuntia …

"*Abi, nuntia [...] Romanis, caelestes ita velle ut mea Roma caput orbis terrarum sit*", "Va' e annuncia ai Romani che la volontà degli dèi celesti è che la mia Roma diventi la capitale del mondo", scrisse Livio, quand'ancor non ero nato. Ed il poeta Lucano, nella mia gioventù, gli fece eco: "*… ipsa, caput mundi, bellorum maxima merces, Roma capi facilis ...*", "… la stessa Roma, capitale del mondo, la più importante preda di guerra, agevole a soggiogarsi …".
Corre l'anno ottocento e ottantuno dalla fondazione di Roma: la sua aquila vola da un tempo talmente lontano da sfumare, per ogni uomo, con le origini del mondo.
Da oltre un secolo, dal principato del divo Augusto, pace e prosperità regnano nell'Urbe e nelle province del nostro impero. Sotto Vespasiano, Tito, Domiziano, e massimamente sotto Traiano, Roma ha consolidato il suo dominio sull'orbe, e l'impero è grande e popolato come non mai.
Durante la mia lunga vita, innumerevoli opere hanno arricchito Roma e le provincie: l'arco di Tito e il Foro Traiano a Roma, l'acquedotto a Segovia, la splendida villa di Adriano a Tivoli; e che dire del Vallo, la ciclopica fortificazione che lo stesso Adriano ha edificato in Britannia?
Grandi uomini hanno nel contempo manifestato il proprio genio letterario e scientifico: le letture del 'De medicina' di Celso, del 'De re rustica' di Columella, della '*Historia naturalis*' di Plinio il Vecchio, delle '*Historie*' di Tacito, delle 'Vite parallele' di Plutarco hanno arricchito il mio spirito. E l'amico Marziale mi ha dedicato alcuni Epigrammi …
Anch'io, con le mie Satire, sto umilmente contribuendo. Da qualche tempo però …

Vita, si uti scias …

Sono conosciuto per le mie Satire, dicevo. Ho iniziato a comporle per indignazione verso la nostra società: l'aristocrazia, dedita a tutti i vizi, la plebe, tra *panem et circenses*, le donne che aspirano a ben altri ruoli che alla filatura della lana nella domus del marito o del padre. Che rimpianto per le antiche e un po' dimenticate città italiche come la mia Aquino …
Davvero non riuscivo più a tacere: "*Semper ego auditor tantum*?", "Dovrò sempre stare solo a sentire?" Incoraggiato anche dall'amicizia di Marziale, ho voluto denunciare questo mondo corrotto … e nacquero le Satire.
Pochi sanno però che nel mio animo, da qualche tempo, forse per reazione, prendono vita strane idee, assai diverse da quelle che mi ispirano nella composizione poetica.
Tutto ebbe inizio quando, nella XIV Satira, presi di mira la cattiva educazione che i figli ricevono dai genitori sotto forma di esempi negativi. Perché meravigliarsi se un figlio sperpera ciò che resta del patrimonio che il padre ha quasi dilapidato costruendo ville? La figlia di un'adultera impara l'arte nella stessa casa materna. La parsimonia non si insegna, i giovani non vi prestano orecchio, solo gli anziani possono acquisirla. I giovani, in compenso, impareranno perfettamente la disonestà, e il padre che l'ha inculcata si premunisca contro il veleno, perché potrebbe lui stesso farne presto le spese ...
"*Avarus animus nullo satiatur lucro*", "L'animo avido non si sazia con alcun guadagno", insegna Seneca. Ed io, di rimando, scrissi: "*Crescit amor nummi quantum ipsa pecunia crescit.*", "L'amore per il denaro cresce tanto quanto cresce il denaro stesso".
Ancor nessuno sa, tuttavia, che tale verso, una volta uscito dal mio calamo, acquistò per me un significato affatto nuovo. Accantonata ogni considerazione etica o di costume, nella mia mente prese vita all'improvviso un personaggio, assai avido di danaro, che, pur possedendo un cospicuo gruzzolo di nummi, si adoperava per accrescerlo con continuità: e, in queste fantasie, io non potevo evitare di interrogarmi sul modo in cui quel gruzzolo sarebbe cresciuto sotto l'impulso irrefrenabile della sua avidità.
"*Vita, si uti scias, longa est*", "La vita, se sai usarla, è lunga", insegna Seneca nel "De brevitate vitae". Eh, sì, potremmo fare tante cose nella nostra vita …
Di questi miei pensieri e fantasie, che tanto mi hanno impegnato, voglio raccontare …

Fugit irreparabile tempus …

Il gruzzolo del nostro avido personaggio cresce dunque in ragione del denaro posseduto. Possiede dieci nummi? Ne desidera ancora uno. Ne possiede cento? Uno solo in più non gli basta, il suo desiderio cresce, e ne vorrebbe altri dieci. Non è forse vero che "*fames crescit eundo*", "la fame cresce mangiando" ?
Come cresce dunque il suo gruzzolo?
"*Sed fugit interea fugit irreparabile tempus*", "Ma fugge intanto, fugge irreparabilmente il tempo", scrisse Virgilio nelle Georgiche. Il tempo - intuii -, il tempo è proprio la chiave per la comprensione e lo sviluppo dei miei pensieri … è nel tempo che il denaro cresce: l'incremento del gruzzolo dipende dal tempo trascorso.
Ho indicato perciò con la lettera t il tempo trascorso da un istante iniziale 0, con N_t i nummi posseduti al tempo t ed N_0 il loro ammontare nell'istante iniziale 0.
Ho riflettuto poi su come rappresentare l'aumento del danaro nell'unità di tempo, la ratio della sua crescita: se, nell'unità di tempo, ad esempio un mese o un anno, 100 nummi producono altri 10 nummi, il ritmo di crescita del gruzzolo è ben rappresentato da 10/100. Ho ritenuto perciò opportuno esprimere tale ratio con il rapporto tra l'incremento nell'unità di tempo e il valore iniziale. Ho poi indicato tale rapporto - che, coerentemente col mio verso, ho considerato costante nel tempo - con l'iniziale di ratio, la lettera r: nel mio esempio, r=0,1.
Fatto ciò, ho cercato di comprendere in che modo crescerà il denaro posseduto nel corso del tempo. Se il nostro personaggio all'inizio, ossia quando t=0, possiede N_0 nummi, ed è così abile da realizzare con continuità il tasso desiderato di crescita, quale sarà l'ammontare Nt della sua ricchezza dopo il tempo t ?

Per soddisfare alla mia curiosità, ho pensato di dividere l'intervallo di tempo da 0 a t in un certo numero n di piccoli intervalli, ciascuno quindi di durata h=t/n, e mi sono chiesto a quanto ammonta il danaro ai tempi h, 2h, 3h, e così via fino a nh=t. Dopo il primo intervallo, cioè al tempo h, l'ammontare di danaro sarà pari al numero iniziale N_0 di nummi, più l'incremento, pari a N_0 moltiplicato per il tasso di crescita r e il tempo trascorso, h. Perciò i nummi posseduti al tempo h saranno:

$$N_h=N_0+N_0\cdot r\cdot h = N_0(1+r\cdot h)$$

La cosa si ripete agli intervalli successivi:

$$N_{2h}=N_h+N_h\cdot r\cdot h = N_h(1+r\cdot h) = N_0(1+r\cdot h)^2$$
$$N_{3h}=N_{2h}+N_{2h}\cdot r\cdot h = N_{2h}(1+r\cdot h) = N_0(1+r\cdot h)^3$$

E così via fino a

$$N_{nh}=N_t=N_{(n-1)h}+N_{(n-1)h}\cdot r\cdot h = N_{(n-1)h}(1+r\cdot h) = N_0(1+r\cdot h)^n= N_0(1+r\cdot t/n)^n$$

Ho imparato così che l'ammontare finale Nt della ricchezza dipende dal suo ammontare iniziale N0, dal tasso di crescita r, dal tempo trascorso t, ma anche, inaspettatamente, dal numero n di piccoli intervalli di tempo in cui viene suddiviso il tempo t. Riflettei che la dipendenza da n è ragionevole: quanto più frequentemente si fa agire la ratio, ossia quanto più n è grande, tanto più la ricchezza cresce, in un certo tempo.
Senza limite? Non sarebbe ragionevole …
Al fine di indagare su questo aspetto, ho avuto l'intuizione di sostituire nel mio risultato r· t/n con 1/s, cosicché $n=s\cdot r\cdot t$, ottenendo

$$N_t=N_0((1+1/s)^s)^{rt}$$

A questo punto, ho voluto introdurre un simbolo nuovo:

$$e_s=(1+1/s)^s$$

cosicché finalmente

$$N_t = N_0 e_s^{rt}$$

Un interessante risultato, certamente, ma rimaneva quell'ombra: la ricchezza ottenuta dipendeva da s … Era proprio inevitabile? Volevo eliminare la presenza di s nel risultato.
Il mio istinto mi spingeva così a proseguire, il mio intuito sentiva che oltre la siepe si doveva svelare un paesaggio inatteso. E così proseguii …

Nec plus ultra …

L'eroe Ercole, in una delle sue dodici fatiche, giunse ai limiti estremi del mondo, oltre i quali per tutti i mortali era vietato proseguire; separò il monte ivi presente in due parti, le due *Colonne d'Ercole*, e vi scolpì l'iscrizione *"nec plus ultra"*, "non più avanti".
Oltre le Colonne d'Ercole, Platone collocò Atlantide, mitica isola ricca di argento e di metalli, potenza navale che, novemila anni prima dell'epoca di Solone, avrebbe conquistato molte terre in Europa e in Africa; infine, dopo avere fallito l'invasione di Atene, sarebbe sprofondata in un giorno e una notte.

Il superamento delle Colonne d'Ercole, oltre il mondo conosciuto, rappresenta la speranza di terre migliori, più ricche. Le Colonne, però, non rappresentano solo un limite fisico, ma anche, simbolicamente, il limite della conoscenza, e superarle significa oltrepassare i limiti umani. Da parte mia, sentivo di essere giunto alle Colonne d'Ercole della conoscenza, oltrepassate le quali avrei scoperto sicuramente dei tesori.

Concentrai così l'attenzione sulla quantità $e_s=(1+1/s)^s$, dovevo saperne di più. Ricordai di aver introdotto s in modo che $n = s \cdot t \cdot r$, e che ero interessato al valore di e_s quando il tempo t è diviso in un numero n molto elevato di piccoli intervalli. Considerare n grande equivaleva a considerare s grande: cosa succede, mi chiedevo, quando s è davvero grande? Per saperlo, avrei dovuto calcolare e_s per valori di s sempre più grandi: s=10, 100, 1000, …. Ma … ecco affacciarsi un nuovo problema. Per valori piccoli di s il computo era, per le mie possibilità, fattibile. Calcolai subito

$$e_1=(1+1/1)^1=(2/1)^1=2/1=2$$
$$e_2=(1+1/2)^2=(3/2)^2=9/4=2{,}25000$$
$$e_3=(1+1/3)^3=(4/3)^3=64/27=2{,}37037$$
$$e_4=(1+1/4)^4=(5/4)^4=625/256=2{,}44140$$
$$e_5=(1+1/5)^5=(6/5)^5=7776/3125=2{,}47552$$

Feci un altro sforzo:

$$e_6=(1+1/6)^6=(7/6)^6=117649/46656=2{,}52162$$

Ma mi fermai qui. Accidenti, pensai, è davvero dura … anche perché siamo solo all'inizio. Il valore di es appariva crescere, ma quanto lentamente! Mi rendevo conto del fatto che, per risolvere i miei dubbi, avrei dovuto effettuare tale conteggio per valori davvero elevati di s, ma oltre un certo valore il calcolo era evidentemente impraticabile. Come avrei potuto calcolare, ad esempio $e_{100}=(1+1/100)^{100}$?
Avrei dovuto escogitare qualcosa di nuovo … ma per ora mi sentivo impotente. Convenni così di rinviare ad un momento successivo il problema di scoprire una tecnica per effettuare in modo rapido ed efficiente tale calcolo numerico, e di accontentarmi per ora di osservazioni intuitive e qualitative.
Osservai innanzitutto che, con ogni evidenza, il valore di es cresce sempre, al crescere di s, e non manifesta mai oscillazioni: la cosa è vera già per piccoli valori di s, ma è ragionevole che sia vera per tutti gli s. In secondo luogo considerai che doveva esistere un tetto a tale crescita: non sarebbe stato infatti ragionevole che l'ammontare della ricchezza potesse crescere a piacere solo facendo crescere n, la frequenza di azione della ratio. Mi apparve allora evidente che, come logica conseguenza delle osservazioni precedenti, quanto più s è grande, tanto più la quantità es si deve avvicinare ad un numero ben preciso.
Sentii di essere giunto ad un passo da una grande scoperta … mancava però l'ultimo passo, dovevo superare le Colonne d'Ercole. Per quanto grande scegliessi il mio s, se, con ogni evidenza, mi stavo avvicinando ad un numero ben preciso, era altrettanto evidente che non lo avrei mai raggiunto, che per ogni valore di s avrei avuto un valore di es diverso. Come uscirne?

Infinitus est numerus…

"*Infinitus est numerus stultorum*", "Il numero degli stolti è infinito", afferma l'Antico Testamento, nell'Ecclesiaste. Nella speranza di non accrescere tale infinità, ho cercato di affrontare l'idea di infinito, liberando il mio pensiero dalle catene … Sì, i miei pensieri, che vado a svelare, hanno volato sul filo dell'infinito, idea onnipresente che, lo sento, nessuno ha finora compreso a fondo … neppure il sommo Aristotele.
La soluzione mi apparve ora a portata di mano: dovevo oltrepassare le Colonne, che mai come in questo caso erano costituite dall'infinito. Dovevo imparare a ragionare con 'numeri' maggiori di ogni numero noto. Come fare?
Compresi che, se ad ogni passo il mio es si avvicina sempre più ad un numero ben preciso, all'infinito esso avrebbe effettivamente raggiunto tale numero. Per realizzare ciò, non sarebbe bastato che s crescesse oltre ogni limite: avrebbe dovuto diventare infinito, ossia, rinnegando Aristotele, passare da un infinito in potenza all'infinito in atto. Solo in tal caso anche es avrebbe raggiunto, non solo in potenza, ma anche in atto, il suo valore finale, il *limes*.

Usando un linguaggio nuovo, conclusi perciò affermando che il limite di es quando s tende all'infinito è un nuovo numero, che indicai con 'e', senza la s. Mi divertii poi ad introdurre dei nuovi simboli. Mi piacque rappresentare col simbolo ∞, che rappresenta un percorso senza fine, il misterioso, sfuggente, ma ora fruttuoso, infinito. Scrissi perciò il mio risultato in questo modo:

$$\lim_{s\to\infty}\left(1+\frac{1}{s}\right)^s = e$$

Ecco che, nell'espressione del nostro gruzzolo, la s scompare, e finalmente:

$$\boxed{\mathbf{N_t = N_0 e^{rt}}}$$

E il passaggio dall'infinito in potenza a quello in atto significò per me oltrepassare le Colonne d'Ercole della conoscenza.

Il risultato raggiunto fu per me un punto di arrivo, ma anche uno di partenza.

Fino a questo punto avevo proceduto sul piano dei puri e semplici ragionamenti. Non potevo dimenticare, tuttavia, le difficoltà in cui mi ero imbattuto nello sviluppare i calcoli numerici dei valori di e_s^{rt}: erano davvero troppo complessi, e mi sarebbe piaciuto scoprire un modo semplificato per portarli a compimento.

Tornai al mio risultato iniziale, $N_t = N_0\left(1+\frac{rt}{n}\right)^n$, con la ferma intenzione di scoprire come calcolare in modo semplice la quantità $\left(1+\frac{rt}{n}\right)^n$. Iniziai così a sviluppare le moltiplicazioni:

$$\left(1+\frac{rt}{n}\right)^2 = \left(1+\frac{rt}{n}\right)\left(1+\frac{rt}{n}\right) = 1+2\left(\frac{rt}{n}\right)+\left(\frac{rt}{n}\right)^2$$

$$\left(1+\frac{rt}{n}\right)^3 = \left(1+2\left(\frac{rt}{n}\right)+\left(\frac{rt}{n}\right)^2\right)\left(1+\frac{rt}{n}\right) = 1+3\left(\frac{rt}{n}\right)+3\left(\frac{rt}{n}\right)^2+\left(\frac{rt}{n}\right)^3$$

$$\left(1+\frac{rt}{n}\right)^4 = \left(1+3\left(\frac{rt}{n}\right)+3\left(\frac{rt}{n}\right)^2+\left(\frac{rt}{n}\right)^3\right)\left(1+\frac{rt}{n}\right) = 1+4\left(\frac{rt}{n}\right)+6\left(\frac{rt}{n}\right)^2+4\left(\frac{rt}{n}\right)^3+\left(\frac{rt}{n}\right)^4$$

$$\left(1+\frac{rt}{n}\right)^5 = \left(1+4\left(\frac{rt}{n}\right)+6\left(\frac{rt}{n}\right)^2+4\left(\frac{rt}{n}\right)^3+\left(\frac{rt}{n}\right)^4\right)\left(1+\frac{rt1}{n}\right) = 1+5\left(\frac{rt}{n}\right)+10\left(\frac{rt}{n}\right)^2+10\left(\frac{rt}{n}\right)^3+5\left(\frac{rt}{n}\right)^4+\left(\frac{rt}{n}\right)^5$$

Osservai ora che avrei potuto riscrivere l'ultima espressione in questo modo:

$$\left(1+\frac{rt}{n}\right)^5 = 1+\frac{5}{1\cdot n}(rt)+\frac{5\cdot 4}{1\cdot 2\cdot n^2}(rt)^2+\frac{5\cdot 4\cdot 3}{1\cdot 2\cdot 3\cdot n^3}(rt)^3+\frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot n^4}(rt)^4+\frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot n^5}(rt)^5$$

Ed estrapolando in generale:

$$\left(1+\frac{rt}{n}\right)^n = 1+\frac{n}{1}\cdot\frac{1}{n}(rt)+\frac{n(n-1)}{1\cdot 2}\cdot\frac{1}{n^2}(rt)^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3}\cdot\frac{1}{n^3}(rt)^3+\cdots$$

$$\ldots+\frac{n(n-1)\cdot\ldots\cdot 2}{1\cdot 2\cdot\ldots\cdot(n-1)}\cdot\frac{1}{n^{n-1}}(rt)^{n-1}+\frac{n(n-1)\cdot\ldots\cdot 2\cdot 1}{1\cdot 2\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}\cdot\frac{1}{n^n}(rt)^n$$

Riscrissi poi il tutto in questo modo:

$$\left(1+\frac{rt}{n}\right)^n = 1+\frac{1}{1}\cdot\frac{n}{n}(rt)+\frac{1}{1\cdot 2}\cdot\frac{n(n-1)}{n^2}(rt)^2+\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}\cdot\frac{n(n-1)(n-2)}{n^3}(rt)^3+\cdots$$

$$+\frac{1}{1\cdot 2\cdot \ldots \cdot (n-1)}\cdot\frac{n(n-1)\cdot \ldots \cdot 2}{n^{n-1}}(rt)^{n-1}+\frac{1}{1\cdot 2\cdot \ldots \cdot (n-1)\cdot n}\cdot\frac{n(n-1)\cdot \ldots \cdot 2\cdot 1}{n^{n}}(rt)^{n}$$

Ebbi ora un'idea: pensai che, se n è molto grande, tutti questi termini

$$\frac{n}{n},\quad \frac{n(n-1)}{n^2},\quad \frac{n(n-1)(n-2)}{n^3},\quad \frac{n(n-1)\cdot \ldots \cdot 2}{n^{n-1}},\quad \frac{n(n-1)\cdot \ldots \cdot 2\cdot 1}{n^{n}}$$

sarebbero stati molto prossimi ad 1, e perciò avrei approssimato così:

$$\left(1+\frac{rt}{n}\right)^{n}\simeq 1+\frac{rt}{1}+\frac{(rt)^2}{1\cdot 2}+\frac{(rt)^3}{1\cdot 2\cdot 3}+\cdots+\frac{(rt)^{n-1}}{1\cdot 2\cdot \ldots \cdot (n-1)}+\frac{(rt)^{n}}{1\cdot 2\cdot \ldots \cdot (n-1)\cdot n}$$

Questa espressione, mi sembrò a prima vista, sarebbe stata molto più agevole da calcolare ! In fin dei conti, anziché n moltiplicazioni, avrei potuto fare n somme …
Illusione ! Mi accorsi presto, infatti, che ero ancora lontano dei miei obiettivi: ogni addendo, infatti, era assai complesso da calcolare. E comunque restava il problema del numero eccessivo di operazioni da svolgere: come avrei fatto a calcolare i primi 1000 addendi?
Superato l'iniziale scoraggiamento, feci l'osservazione decisiva. Sapendo che

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{rt}{n}\right)^{n}=e^{rt}$$

Avrei potuto scrivere che

$$\boxed{\mathbf{e^{rt}=1+\frac{rt}{1}+\frac{(rt)^2}{1\cdot 2}+\frac{(rt)^3}{1\cdot 2\cdot 3}+\cdots+\frac{(rt)^{n-1}}{1\cdot 2\cdot \ldots \cdot (n-1)}+\frac{(rt)^{n}}{1\cdot 2\cdot \ldots \cdot (n-1)\cdot n}+\cdots}}$$

In particolare, se rt=1:

$$e=1+\frac{1}{1}+\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\cdots+\frac{1}{1\cdot 2\cdot \ldots \cdot (n-1)}+\frac{1}{1\cdot 2\cdot \ldots \cdot (n-1)\cdot n}+\cdots$$

E questo mi sembrò davvero interessante! Avrei potuto finalmente calcolare il valore di e con una precisione maggiore. Fu così che, dopo alcuni giorni di sofferti calcoli, ottenni:

$$\boxed{\mathbf{e=2{,}716923\ \ldots}}$$

Ed avrei potuto conoscere il valore della ricchezza dopo il tempo t sommando infiniti addendi … ancora l'infinito …

Functus est …

"*Functus est munere suo*", si dice di chi ha adempiuto ai propri doveri o ha avuto la ricompensa che gli spetta. Io, la ricompensa ai miei sforzi sentivo di averla ricevuta. Ma non mi sentivo arrivato, intuivo ancora davanti a me un lungo percorso.
Andavo riflettendo che, grazie alla mia scoperta, avrei potuto sapere, per qualsiasi istante futuro, a quanti nummi sarebbe ammontato il gruzzolo del nostro avido personaggio. Un mese? Un anno? Tre anni? Per quanto lontano possa essere il momento, e per quanto complessi possano essere i calcoli, avrei potuto calcolare l'ammontare della ricchezza in un qualsiasi tempo futuro.

Compresi perciò che lo strumento creato non ci porge *un* numero, ma quanti numeri vogliamo: per ogni istante futuro t esso ci offre il numero N_t che rappresenta l'ammontare della ricchezza al tempo t.
Vogliamo esprimere l'idea che il numero Nt dipende dal tempo t ? Facciamolo. Mi risultò naturale dire che Nt varia in dipendenza, in 'funzione' del variare del tempo: Perché allora non chiamare 'funzione' la nuova entità scoperta, per sottolineare che non si tratta di un numero, ma di un legame tra due insiemi di numeri, quello degli istanti di tempo e quello dei valori della ricchezza in nummi?
Volli a questo punto dare un nome alla nuova nata. La mia prima funzione avrebbe avuto un nome paradigmatico, e pensai a 'esponenziale'. Perché ? Esporre significa presentare, raccontare, ma anche mostrare, far sapere, e non ho trovato nome migliore.
Allo stesso modo volevo dare un nome alle proprietà della mia funzione. La più evidente è il fatto che, al passare del tempo t, la ricchezza N_t cresce sempre. Come definire questo fatto? Ritenni opportuno usare l'aggettivo monotona, nel senso greco di ciò che tende ad un'unica direzione (da *mònos* e *tònos*); e, per non confondere tale termine con quello del linguaggio ordinario, monòtona, pensai di dire 'monotòna'.
Eh, sì, "*Functus sum munere meo*": ho avuto la mia ricompensa, ho scoperto la mia prima 'funzione'. Ma quante altre funzioni, simili o – perché no? – assai diverse da quella da me scoperta, potranno esistere? Forse, anzi senza dubbio, infinite …
… ancora l'infinito …
Non so … potrei pensare ad una funzione che resta costante nel tempo, oppure ad una il cui valore è sempre uguale al tempo trascorso, o un'altra che sia tre volte il tempo trascorso, o un'altra ancora che sia pari al tempo trascorso per se stesso …
L'idea a cui ero pervenuto era indubbiamente assai universale, cosicché, come avevo indicato con N_t il numero di nummi nel tempo, pensai di indicare con f_t la generica, non precisata, funzione dipendente dal tempo.
E sentivo che la strada era ancora lunga …

Ultima ratio …

Proseguendo nel mio flusso di idee, giunsi a maturare una ulteriore scoperta, che potrei chiamare, non "*ultima ratio*", ma "ratio ultima" …
La mia, anzi la nostra, 'funzione esponenziale' è sempre crescente: monotòna, ho voluto definirla. Cresce sempre, ma quanto cresce ? E' possibile valutare quantitativamente la sua crescita ? Attenzione: non cercavo più di conoscerne il valore, che già sapevo calcolare, ma l'intensità della sua crescita. Questo il mio successivo interesse, e la risposta a prima vista apparve ovvia: r, la ratio della sua crescita, era il candidato naturale a rappresentare la 'rapidità' con cui la funzione aumenta nel tempo.
Tutto vero, ma c'era qualcosa di inadeguato in tale affermazione. Mi apparve chiaro infatti che, mentre la ratio della crescita è costante, la rapidità con cui la funzione cresce non è costante, anzi essa cresce in misura sempre maggiore al passare del tempo. Del resto ciò è coerente con l'idea espressa dal mio verso: quanto maggiore è la ricchezza, tanto maggiore è la sua crescita.
Come fare allora a descrivere la vera intensità di crescita della funzione ?

Sono un aquinate, lo sapete: la mia terra d'origine non è certo terra di montagna, ma neppure di pianura. Per questo comprendo bene cosa si intenda per pendenza di una strada: se, percorrendo una via, spostandomi orizzontalmente di 100 cubiti, mi fossi elevato di 5 cubiti, a ragione avrei potuto affermare che la pendenza della strada è data dal dislivello, 5, diviso per lo spostamento, 100. E, in tal caso, avrei detto che la pendenza è 0,05.
L'idea della pendenza di una strada mi condusse così sulla retta via …
Immaginiamo di trovarci al tempo t - pensai -, e di spostarci in avanti nel tempo di un piccolo intervallo di tempo h. Passando dall'istante t all'istante $t+h$, la funzione passa dal valore N_0e^{rt} a $N_0e^{r(t+h)}$. Il dislivello superato nell'intervallo $\Delta t=h$, tra gli istanti t e $t+h$, è allora

$$\Delta N = N_0e^{r(t+h)} - N_0e^{rt} = N_0e^{rt}(e^{rh}-1) = N_t(e^{rh}-1)$$

Assecondando l'idea intuitiva di pendenza, ne ho dedotto che questa deve valere

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{N_t(e^{rh} - 1)}{h}$$

Chiamai tale espressione "*ratio incrementorum*".
A questo punto, tuttavia, si presentò il primo ostacolo: la pendenza nell'istante t, lo dice l'intuizione, è un valore ben preciso, mentre il valore da me trovato dipendeva dall'ampiezza del piccolo intervallo di tempo h. Come uscire da questa aporia?
Rammentai, a questo punto, che già una volta avevo risolto i miei dubbi superando le Colonne d'Ercole del mio sapere, e che avrei potuto ripetere quella esperienza: ormai non temevo più di raggiungere il limite. L'intuizione insegna infatti che, assumendo l'ampiezza dell'intervallo temporale h sempre più piccola, il valore della "*ratio incrementorum*" deve avvicinarsi sempre più alla pendenza esatta nell'istante t. Avrei dovuto ancora una volta passare al limite. Compresi subito, inoltre, che questo caso differisce dal precedente, non trattandosi più di un limite all'infinito, ma a zero.
Zero ed infinito, qual è il ponte che li collega? Sono davvero due idee diverse o sono forse due facce della stessa idea ?
Era dunque chiaro che la pendenza cercata doveva necessariamente valere

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta N}{\Delta t} = \lim_{h \to 0} N_t \frac{(e^{rh} - 1)}{h}$$

Preparai così il mio spirito ad affrontare questa nuova fatica, calcolare il valore di tale limite. Il primo passo fu facile, e fu l'osservazione ovvia che Nt non dipende da h, per cui

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta N}{\Delta t} = N_t \lim_{h \to 0} \frac{(e^{rh} - 1)}{h}$$

Introdussi poi una utile modifica:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta N}{\Delta t} = N_t \lim_{h \to 0} \frac{(e^{rh} - 1)}{h} = rN_t \lim_{h \to 0} \frac{(e^{rh} - 1)}{rh} = rN_t \lim_{x \to 0} \frac{(e^{x} - 1)}{x}$$

… e mi accinsi a studiare l'ultimo limite.

L'impresa non doveva essere semplice, in quanto si manifestò immediatamente una nuova evidente difficoltà: sia e^x-1 che x si avvicinano allo 0 quando h tende a zero. La nostra "*ratio incrementorum*" è, in un certo senso, una "*ratio evanescentium*": un rapporto di due numeri entrambi tendenti a zero. La divisione 0/0, si sa, non ha alcun significato; tuttavia, per ogni valore di x, per quanto piccolo, il rapporto ha un significato ed un valore ben definiti. Fu naturale perciò chiedermi se, quando x tende a 0, tale rapporto si avvicina indefinitamente ad un valore preciso, come mi garantisce l'intuizione. Esiste dunque davvero una "*ratio ultima evanescentium*" ? Come fare a scoprirla, se esiste ?
Non disponevo di strumenti efficaci per un suo studio razionale, cosicché, come già feci per il numero 'e', costruii una piccola tavola, una tabella di valori, con x che si avvicina sempre più a 0. Fu uno sforzo di calcolo enorme per le mie possibilità, ma alla fine pervenni a questi risultati:

x	e^x-1	(e^x-1)/x
1	1,71828	1,71828
0,1	0,10517	1,05171
0,01	0,01005	1,00502
0,001	0,00100	1,00050
…	…	…

Benché non avessi potuto seguire la via della razionalità, la certezza era raggiunta:

$$\lim_{x\to 0}\frac{(e^x-1)}{x}=1$$

Così non c'era più alcun dubbio che:

$$\boxed{\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta N}{\Delta t}=rN_t=rN_0e^{rt}}$$

Eccolo il valore esatto cercato!
Compresi inoltre un altro fatto importante: la pendenza è ancora una funzione ! Ma certo, era ovvio ! La pendenza è una funzione che deriva dalla funzione originaria. Volli chiamarla funzione derivata, o solo derivata. Perché questo nome? Nella nostra lingua "derivare" (da "*rivus*", ruscello) significa "condurre le acque fuori da", e quindi anche "avere origine", "trarre", "dedurre". Ed era effettivamente questo il significato che volevo esprimere.
Mi scosse poi il constatare che i metodi usati per la funzione esponenziale, e le idee sviluppate, debbono essere validi, se non per tutte, per moltissime funzioni. Introdussi così il simbolismo:

$$\boxed{f'_t=\frac{df}{dt}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta f}{\Delta t}}$$

Pensai infatti che i simboli dt e df indicassero adeguatamente gli incrementi infinitesimi del tempo e della funzione f_t.
Nel caso specifico dell'esponenziale, constatai inoltre un fatto davvero degno di interesse: la derivata, a parte il fattore r, coincide con la funzione stessa! Non può essere certo così per tutte le funzioni: una grandezza costante ha pendenza ovunque zero, ed una grandezza che cresce uniformemente nel tempo ha pendenza ovunque costante: questi esempi, credo, possono bastare a convincerci che il caso dell'esponenziale è eccezionale …

Parva saepe …

"*Parva saepe scintilla magnum excitat incendium*", "Spesso una piccola scintilla innesca un grande incendio", insegna Quinto Curzio Rufo …
Il mio spunto iniziale fu certo una piccola scintilla, e l'incendio innescato sembrava inarrestabile. Fu così che, avido di sapere quanto il mio personaggio lo era di danaro, affrontai quello che, con ogni evidenza, è il problema inverso del precedente.
Se conosciamo il valore iniziale di una funzione e poi, istante per istante, la sua pendenza, siamo in grado di conoscere il valore della funzione in tutti gli istanti successivi ? Intuitivamente sembrava di sì … ma come calcolarlo?
Ancora una volta mi venne in soccorso quella *parva scintilla* che è l'intervallo evanescente $\Delta t=h$.

Vediamo se l'idea funziona con la nostra funzione esponenziale - pensai - la cui derivata è $N'_h=rN_0e^{rt}$. Immaginiamo ancora una volta di dividere l'intervallo di tempo da 0 a t in n piccoli intervalli di durata h=t/n. Partiamo dall'istante iniziale t=0, in cui la funzione vale N_0, e la sua pendenza è rN_0. Se h è sufficientemente piccolo, alla fine di un intervallo ampio h, la funzione vale approssimativamente

$$N_h \cong N_0+hrN_0$$

Ripetendo le stesse considerazioni per il successivo intervallo ampio h, in cui la pendenza è rN_0e^{rh}, avremo:

$$N_{2h} \cong N_h + hrN_0e^{rh} = N_0 + hrN_0 + hrN_0e^{rh}$$

Dopo il terzo intervallo ampio h, in cui la pendenza è rN_0e^{rh}, avremo

$$N_{3h} \cong N_{2h} + hrN_0e^{2rh} = N_0 + hrN_0 + hrN_0e^{rh} + hrN_0e^{2rh}$$

Ormai avevo compreso il gioco. Dopo n intervalli di durata h, ossia dopo il tempo t, la funzione si approssima con:

$$N_t \cong N_{nh} = N_0 + hrN_0 + hrN_0e^{rh} + hrN_0e^{2rh} + \ldots + hrN_0e^{(n-1)rh}$$

Sinteticamente, scrissi la cosa con un nuovo simbolo, in cui la lettera greca sigma indica che si effettua una somma di tanti termini, in cui 'i' assume tutti i valori da 1 a n:

$$N_t = N_0e^{rt} \cong N_0 + \sum_{i=1}^{n} hrN_0e^{(i-1)rh}$$

Osservai, a questo punto, che, mentre la funzione di sinistra ha un valore preciso per ogni t, quella di destra, ancora una volta, dipende da n. Forte delle mie esperienze precedenti, considerai che si tratta di un'espressione approssimata e che, al crescere di n, l'approssimazione sarebbe stata sempre più precisa. Ripensai allora alle Colonne d'Ercole; al limite - sì, ancora una volta, al limite - le due espressioni dovevano coincidere:

$$N_t = N_0e^{rt} = N_0 + \lim_{h\to 0}\sum_{i=1}^{n} hrN_0e^{(i-1)rh}$$

Cosa sto fantasticando, mi chiesi ? Doveva essere tutto un assurdo … Mi accorsi infatti che ciascuno dei termini di tale somma rappresenta l'area di un piccolo rettangolo di base h ed altezza $rN_0e^{(i-1)rh}$, pari al valore della derivata all'istante (i-1)h; e che, crescendo n e quindi diminuendo h, stavo sommando un numero sempre maggiore di termini, ciascuno dei quali sempre più piccolo. E, se fossi passato al limite, avrei sommato infiniti termini ciascuno dei quali infinitamente piccolo ! Tutto ciò sembrava irragionevole: eppure - consideravo - al crescere di n la somma delle piccole aree approssima sempre più l'area sottesa dalla funzione derivata, cosicché la 'somma di infiniti termini infinitesimi' *doveva* necessariamente essere un valore finito e fornire il valore della mia funzione !
Potenza dell'infinitamente grande e dell'infinitamente piccolo !
Inventai poi altri simboli; indicai ancora con dh l'intervallo di tempo di durata infinitesima, e pensai di esprimere il limite della somma sostituendo la lettera greca sigma con un'ampia S, iniziale di summa, e scrissi:

$$N_t = N_0 e^{rt} = N_0 + \int_{h=0}^{t} rN_0 e^{rh} dh = N_0 + \int_{h=0}^{t} N'_h dh$$

Da cui anche:

$$N_t - N_0 = \int_{h=0}^{t} N'_h dh$$

Quanto scoperto mi apparve straordinario, stentavo a crederci: a destra del segno di uguaglianza vedevo un'espressione, quella 'somma di infiniti infinitesimi', il cui significato profondo stavo cercando di comprendere, che, applicata alla funzione derivata nell'intervallo di tempo da 0 a t, coincide con l'incremento della funzione nello stesso intervallo di tempo.
E quella 'somma di infiniti infinitesimi' è l'area sottesa dalla funzione derivata …
A quel punto, sull'onda dell'entusiasmo, assegnai dei nomi. L'operazione scoperta era evidentemente l'operazione inversa della derivata: il mio primo istinto fu perciò quello di chiamarla antiderivata. Cambiai presto idea, tuttavia. Volli ricorrere all'aggettivo *integralis*: pensai infatti che il sostantivo integratio, nel senso di 'accrescimento', rappresentasse più profondamente il procedimento da me scoperto: in fin dei conti quello che stavo per chiamare integrale è proprio l'area totale racchiusa da una funzione, ottenuta per accrescimento progressivo.
Il nuovo nome e la nuova scrittura mi piacevano ! Ma il fatto davvero straordinario era questo: ero giunto alla mia conclusione ragionando sulla funzione esponenziale, ma il metodo era generale, e quanto avevo scoperto era senza dubbio vero per ogni funzione:

$$\boxed{\mathbf{f_t - f_0 = \int_{h=0}^{t} f'_h dh}}$$

Così, ancor più dei nomi, mi entusiasmò l'idea: integrando la derivata di una funzione si ottiene la funzione stessa.
"*Parva saepe scintilla magnum excitat incendium*" …

E somnio excitatus …

Come ogni *somnium*, anche questo ha termine …
La storia non è andata proprio così, lo sappiamo: l'analisi matematica fu introdotta nel Seicento da Leibnitz, Newton e dai Bernoulli come strumento di studio delle grandezze continue.
Anche per il suo linguaggio andò ben diversamente. Di *"ratio ultima evanescentium"* fu Newton a parlare, e così il termine *"calculus integralis"* fu introdotto nel 1690 da Jakob Bernoulli, e solo nel 1754 con Jacopo Riccati divenne il sostantivo *"integrale"*: nel latino classico, del resto, l'aggettivo *integralis* neppure esisteva, essendo stato introdotto solo nel VI secolo.
L'analisi matematica, tuttavia, deve molto agli antichi. I Greci Eudosso ed Archimede crearono e svilupparono a fondo il metodo di esaustione, che consiste essenzialmente nella suddivisione di una figura in un numero elevatissimo di parti e nel principio che, aumentando progressivamente tale numero, si giunge ad esaurire la figura considerata. A completare il grande merito degli antichi, va ricordato che le loro dimostrazioni erano logicamente rigorose, a differenza di quelle di Newton e Leibniz, che necessitarono di altri due secoli di studio per essere formulate con rigore sufficiente.
L'analisi deve agli antichi anche gran parte del suo linguaggio. Deve innanzitutto il suo nome al greco ἀνάλυσις, che indica in generale un processo di decomposizione (scioglimento) di un argomento in parti elementari, più semplici. Ed anche se l'introduzione del linguaggio fu moderna, dobbiamo tuttavia essere grati agli antichi per averci fatto il dono più prezioso: la lingua.

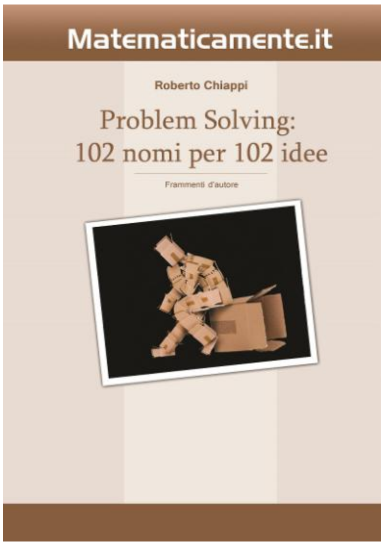
Quindi, ringraziando Giovenale di averci offerto lo spunto per un volo sulle idee dell'analisi, intendiamo ringraziare simbolicamente tutta l'antichità.

Orandum est …

Il nostro Giovenale, nella satira decima, si propone di mostrare la vanità di quei valori, la ricchezza, la fama, l'onore, che gli uomini cercano con ogni mezzo di ottenere. Solo il vero sapiente comprende che tutto ciò è effimero e, talvolta, anche dannoso.
Nell'intenzione del poeta, l'uomo non dovrebbe aspirare che a due beni soltanto, la salvezza dell'anima e la salute del corpo: *"Orandum est ut sit mens sana in corpore sano"*, "Dobbiamo pregare gli dei che in un corpo sano anche la mente sia sana" (Satire, X, 356).
E l'analisi matematica, assai più di ogni ricchezza, è senz'altro uno degli strumenti più efficaci per esercitare il nostro spirito.

210. Lo scaffale dei libri

"Problem Solving, 102 nomi per 102 idee, frammenti d'autore" di Roberto Chiappi



Un testo di oltre 300 pagine, che ripercorre le tappe del pensiero razionale dai Sumeri al XX secolo. Il tutto letto in chiave di Problem Solving. Sono inclusi filosofi, psicologi, matematici e logici, sistemisti, inventori, scienziati, ingegneri, imprenditori, economisti, esperti di management ed organizzazione.
In breve i maggiori pensatori concreti che si sono succeduti nell'arco della storia.
Il filo conduttore dell'autore (Roberto Chiappi) è la ricerca delle idee e degli argomenti originali e produttivi per lo sviluppo del pensiero e dell'attività umana, in termini di miglioramento delle condizioni di vita, di lavoro, di organizzazione economica.
Quindi la ricerca, ma anche la filosofia della ricerca. Uno sforzo complesso e approfondito di cogliere gli apporti sostanziali e decisivi dei vari personaggi. Il tutto narrato con uno stile lineare, sobrio, piacevole.
Nella maggior parte degli articoli l'autore evita di prendere posizione ed esprimere giudizi sull'efficacia delle idee e proposte sviluppate dai pensatori. Ma alcune sezioni se ne discostano radicalmente: nel caso di diversi pensatori attuali lo scrittore sottolinea e difende vigorosamente lo sforzo teso a combattere le ideologie, le idee antiche e preconcette, le leggende metropolitane.
La bussola che orienta il suo percorso è il continuo confronto tra la realtà - i fatti e gli esperimenti reali - e la teoria, che tenta, talvolta con grande successo, di descriverli e prevederli.
In questo egli si colloca nella linea dell'empirismo e del razionalismo di matrice britannica (Locke, Hume, Russell). Con un occhio di particolare riguardo per la matematica, la scienza delle scienze.
E' certamente difficile immaginare che il lettore desideri approfondire tutti gli innumerevoli argomenti trattati dall'autore, ma certo ognuno troverà diversi soggetti congeniali ed interessanti al punto di studiare la relativa tematica. Qui sopperisce la notevole bibliografia. Che a sua volta rimanda alle moderne fonti di informazione.
Infine non è marginale rilevare una serie di ricordi e commenti che Roberto Chiappi dedica ai ricordi famigliari e personali. Ne escono dettagli e notizie su importanti istituzioni e società del secolo XX, che ha visto in Italia lo sviluppo di personalità, idee, progetti, industrie di grande innovazione e successo, in gran parte destinate a terminare o ad essere incorporate in multinazionali potenti e ben organizzate.
Si astenga dalla lettura chi, peraltro in modo pienamente legittimo, ritiene che nulla si possa dire della realtà, se non giustapporre opinioni, senza alcun metodo solido e fondato di confronto e decisione.

MarcoM

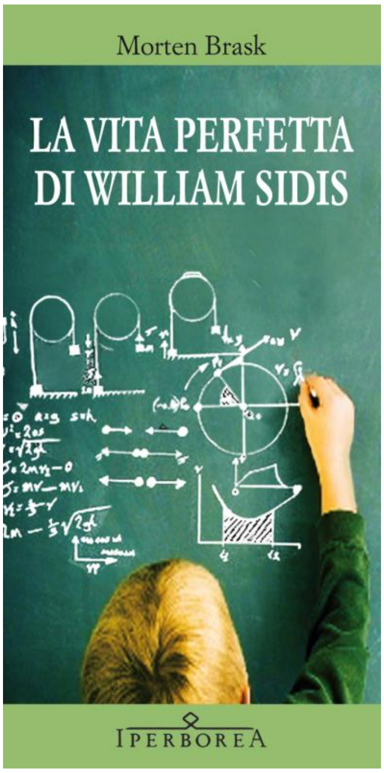
“La formula del professore” di Yoko Ogawa

Un ex docente universitario di teoria dei numeri di sessantaquattro anni e una governante nemmeno trentenne, ragazza madre di un ragazzino di dieci anni: questi sono i due protagonisti del romanzo “La formula del professore” di Yoko Ogawa, considerata tra le più importanti scrittrici giapponesi contemporanee.
La giovane governante, nonostante avesse i brividi solo alla vista di un libro di testo di matematica, “tanto profondo era il [suo] odio per quella materia”, trova nella matematica un ottimo argomento di conversazione con il professore: “I problemi che mi proponeva il professore mi entravano nella testa con naturalezza”, forse “perché il suo metodo di insegnamento era molto efficace. I suoi sospiri di meraviglia davanti a un’espressione aritmetica, il modo in cui ne elogiava la bellezza e il luccichio dei suoi occhi bastavano da soli a esprimere il profondo significato che la matematica aveva per lui.”
In effetti, dalle pagine del romanzo sembra emergere la “ricetta” per coinvolgere gli alunni, perché insegnare non significa solo trasmettere saperi ma anche e soprattutto accendere passioni: “Nel breve periodo in cui avevo conosciuto il professore, senza rendermene conto avevo imparato a usare l’immaginazione per avvicinarmi alle cifre e ai simboli, come se fossero musica o racconti letterari.”
Il professore in questione ha frequentato l’università di Cambridge e, al termine del dottorato di ricerca, ha accettato un incarico presso l’Istituto di ricerche matematiche dell’Università. Nel 1975 è rimasto vittima di un incidente stradale, che gli ha procurato danni irreparabili al cervello: la sua memoria si è fermata al giorno dell’incidente e ora non supera gli 80 minuti.
I due protagonisti, il professore e la governante, trovano un legame espresso da due numeri amici, 220 e 284: 220 ricorda la data di nascita della governante e 284 è il numero che si trova sul retro dell’orologio del professore, ricevuto in regalo dal rettore dell’università.
Quando la governante porta anche il figlio al lavoro con lei, il professore manifesta un sincero affetto per il ragazzo, che soprannomina Ruto – che significa radice quadrata – per la forma piatta della testa. “Per il professore Ruto era come i numeri primi. Quanto questi erano per lui la base di tutti i numeri naturali, tanto i bambini erano il nucleo vitale ed essenziale della vita degli adulti.”
La formula del professore di cui parla il titolo del libro è in realtà l’identità di Eulero: un giorno, il professore assiste a un acceso confronto tra la propria cognata e la governate e lui lo interrompe scrivendo su un foglio l’identità di Eulero e mettendo il foglio al centro del tavolo, poco prima di andarsene lasciandole sole. “Nessuno aprì più bocca.”
La bellezza della matematica riesce a fermare la discussione delle due donne, perché “l’identità di Eulero era una stella cadente che illuminava le tenebre, era il verso di una poesia inciso in una grotta avvolta dall’oscurità”: la governante è così colpita da questa bellezza che tiene per sé il foglietto.
L’atteggiamento del professore, la sua capacità di meravigliarsi, il suo considerare l’ignorare “un punto di partenza per arrivare a una nuova verità”, aprirà la mente della governante e del figlio, tanto che questi deciderà poi di diventare insegnante di matematica.

"La verità in matematica si cela furtiva alla fine di una strada mai percorsa, all'insaputa di tutti. Ma non è detto che si trovi sulla cima, potrebbe starsene tra le rocce di un ripido precipizio, oppure in fondo alla valle."

Daniela Molinari

"La vita perfetta di William Sidis" di Morten Brask



Quello di Morten Brask è il "tentativo letterario di mettere in luce in qualche modo il destino di un uomo", un uomo apparentemente molto fortunato. Il romanzo ci mostra fin dal principio le contraddizioni di questo personaggio geniale: da un lato, un ragazzino di nemmeno dodici anni che parla a dei professori di Harvard ininterrottamente per due ore della quarta dimensione, dall'altro un ultraquarantenne che vive nascondendosi, senza riuscire ad affrontare con serenità la propria genialità, cercando in continuazione la solitudine.
Il testo non segue uno sviluppo lineare, cronologico, ma offre al lettore continui salti temporali, costruendoci l'immagine di William Sidis, con le sue contraddizioni e le sue paure, come in un puzzle. Conosciamo così l'infanzia difficile della madre, cresciuta in Ucraina e gli ideali del padre, russo, che ha rischiato di passare la sua vita in galera per offrire ai contadini una possibilità di riscatto.
La sua infanzia è sorprendente: i genitori, in particolare il padre, sono convinti che lui possa imparare semplicemente per imitazione e gli lasciano quindi la libertà di esplorare, limitandosi a offrirgli degli stimoli e così a tre anni ha già imparato il latino autonomamente e a sei diventa oggetto della curiosità dei giornalisti.
Il suo percorso scolastico è rapido e lo porta a concludere il liceo a soli otto anni. Ha la possibilità di iscriversi a Harvard e comincia il suo percorso nell'ottobre del 1909, ma per sopravvivere ai compagni di scuola e ai loro scherzi non gli resta che una cosa da fare: isolarsi!
Di Harvard gli resta solo Sharfman, che sarà vicino a lui anche poco prima della sua morte. Il suo percorso di laurea lascia la madre molto delusa, visto che non si è laureato con il massimo possibile, mentre il padre guarda oltre, invitandolo a valutare con attenzione le offerte di lavoro: comincia ad insegnare ad Harvard, ma il rapporto con gli studenti non è certo facile.
Poco più che ventenne, proprio grazie ai suoi ideali socialisti, incontra Martha Foley e scopre l'amore: insieme partecipano alla manifestazione del primo maggio, che si conclude in mezzo ai disordini, con il ferimento e l'arresto di molti manifestanti, tra cui William.
Quando comincia il processo che lo vede imputato, i genitori, per salvarlo dal carcere, lo fanno dichiarare mentalmente instabile e lo rinchiudono nel sanatorio che gestiscono. Quando riesce di nuovo a contattare Martha, questa si è ormai costruita una vita, senza di lui.
Dopo un'infanzia piena di promesse e una giovinezza durante la quale si respira solo tristezza, la vita adulta sembra non avere alcuno sbocco: passa da un lavoro a un altro, perché non vuole che si accorgano delle sue doti e, quando gli propongono delle mansioni più adeguate alle sue capacità, si licenzia e cerca altro.
Persino all'ufficio collocamento è costretto a mentire: la sua abilità nel risolvere il test di Stanford-Binet gli guadagna il rimprovero dell'addetto che pensa che abbia copiato, visto che non è possibile che l'abbia fatto tutto giusto.

Sharfman cerca di offrigli un po' di normalità e lo porta in un bordello, per offrirgli una serata da uomo, ma William cerca quello che gli è stato portato via a vent'anni, cerca l'amore di Martha. Poco dopo, William si sente male per strada e viene ricoverato, per un'emorragia cerebrale: solo Sharfman entra a salutarlo, mentre la madre, fuori con i giornalisti, non osa entrare, dopo che si sono evitati per anni.
William muore solo, a quarantasei anni.
Brask ci guida nell'incontro con William, un incontro che disorienta e lascia molte domande dietro di sé: è davvero impossibile conciliare la genialità con la socialità? Forse non sbagliano gli amici dei genitori quando li invitano a farlo giocare con gli altri bambini, ma come è possibile per William avere un rapporto normale con gli altri bambini quando non ha strumenti per comunicare con loro, visto che non parla la loro lingua? Lui conosce argomenti che a loro non dicono assolutamente nulla e lui non conosce niente della vita di un bambino della sua età.
I suoi genitori sono convinti di avergli offerto il meglio: "Gli ho insegnato a osservare le cose con attenzione, ad analizzare, combinare e trarre conclusioni logiche. […] È questo che ho dato a nostro figlio: un'educazione volta a stimolare le comuni e naturali attitudini all'attività intellettuale che tutti i bambini hanno. Tutti i bambini. Mio figlio non è un genio." Per quanto William Sidis ci colpisca per la sua genialità, al lettore resta l'impressione che la sua genialità sia stata coltivata più degli affetti: William è cresciuto sproporzionato, con un grande cervello ma un cuore impreparato ad affrontare la vita.
Brask ricostruisce per noi i dialoghi che danno ritmo alla narrazione, traendo ispirazione e attingendo materiale dagli scritti del protagonista, dai giornali dell'epoca, da tutto ciò che è stato scritto su di lui, ma ci ricorda che i ritratti che vengono tratteggiati sono frutto della sua immaginazione.

Daniela Molinari

MAGAZINE
MATEMATICAMENTE.IT
Rivista trimestrale di matematica per curiosi e appassionati distribuita gratuitamente sul sito

Anno 8 Numero 22 MAGGIO 2014
Registrazione n. 953 del 19.12.2006 – Tribunale di Lecce
ISIN ISSN 2035-0449
Direttore responsabile Antonio Bernardo
antoniobernardo@matematicamente.it