

221. Sulla determinazione delle coordinate geografiche

Michele T. Mazzucato

Too far East is West
proverbio inglese

Per determinare la latitudine φ si misura l'altezza h del Sole a mezzogiorno di Tempo Vero Locale e si complementa a 90° aggiungendo (in primavera e in estate) o sottraendo (in autunno e in inverno) la declinazione δ del Sole:

$$\varphi = (90^\circ - h) \pm \delta$$

$$\begin{aligned} \varphi &= (90^\circ - h) && \text{equinozi di primavera e d'autunno} \\ \varphi &= (90^\circ - h) + 23^\circ 27' && \text{solstizio d'estate} \\ \varphi &= (90^\circ - h) - 23^\circ 27' && \text{solstizio d'inverno} \end{aligned}$$

L'altezza h del Sole si ricava misurando, nell'istante del mezzogiorno in Tempo Vero Locale, la lunghezza σ dell'ombra prodotta da un'asta perpendicolare al piano orizzontale di lunghezza L nota mediante la seguente relazione:

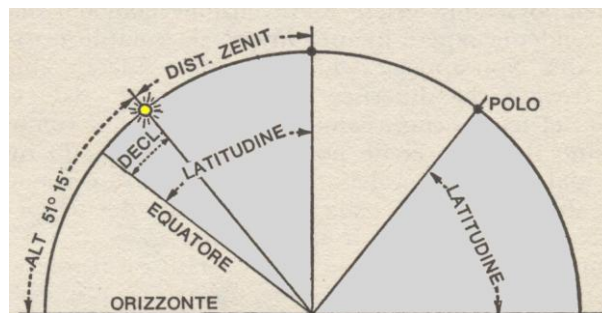
$$\text{tgh} = \frac{\sigma}{L}$$

Per la declinazione δ del Sole si può utilizzare la seguente approssimazione di Cooper

$$\delta = 23.45^\circ \cdot \sin\left[\frac{360(284 + N)}{365}\right]$$

oppure gli sviluppi in serie di Fourier tratti da Ferrari, il cui risultato è espresso in gradi sessadecimali:

$$\begin{aligned} \delta = & + 0.3838 + \\ & + 23.2623 \cdot \cos(0.9856474 \cdot N - 169.883) + 0.3552 \cdot \cos(1.9712947 \cdot N - 175.526) + \\ & + 0.1342 \cdot \cos(2.9569421 \cdot N - 148.378) + 0.0326 \cdot \cos(3.9425894 \cdot N + 2.929) \dots \end{aligned}$$



Rapporto tra latitudine con l'altezza e declinazione del Sole (da Schroeder, 1967).

Mentre il giorno N dell'anno si può ricavare:

per anni ordinari

$$N = \text{int} \left(\frac{275 \cdot M}{9} \right) - 2 \cdot \text{int} \left(\frac{M + 9}{12} \right) + D - 30$$

per anni bisestili

$$N = \text{int} \left(\frac{275 \cdot M}{9} \right) - \text{int} \left(\frac{M + 9}{12} \right) + D - 30$$

Nota: nell'istante di mezzogiorno in Tempo Vero Locale, ossia quando il Sole si trova in culminazione superiore e transita per il meridiano locale, la lunghezza dell'ombra risulta la più corta del giorno.

Per determinare la longitudine λ bisogna:

- determinare l'ora locale osservando la culminazione del Sole;
- conoscere l'ora del meridiano di riferimento internazionale;
- se l'ora locale è maggiore di quella del meridiano di riferimento internazionale ci si trova a EST di questo (sul quale il Sole deve ancora culminare); se minore ci troviamo a OVEST;
- la longitudine del luogo in cui ci si trova si ottiene dividendo la differenza fra l'ora locale e l'ora del meridiano di riferimento internazionale, espressa in minuti, per 4 minuti.

Nota: il Sole impiega 1 ora per passare sopra 15 meridiani ($360 \text{ meridiani} / 24 \text{ ore} = 15 \text{ meridiani}$) e 4 minuti per passare da un meridiano all'altro ($60 \text{ minuti} / 15 \text{ meridiani} = 4 \text{ minuti}$), ossia per coprire la distanza corrispondente a 1° di longitudine e 4 secondi per $1'$ di longitudine, in tabella:

360° di longitudine =	24 ore
15° di longitudine =	1 ora
1° di longitudine =	4 minuti
$15'$ di longitudine =	1 minuto
$1'$ di longitudine =	4 secondi
$15''$ di longitudine =	1 secondo

Esempio:

ora di Gw	ora locale	Differenza	longitudine
12h	9h	-3h	$180m:4 = 45^\circ$ OVEST
15h	18h 15m	+3h 15m	$195m:4 = 48^\circ 45'$ EST

L'istante di Tempo Medio del Fuso (quello segnato dagli orologi) in cui bisogna effettuare la misura in Tempo Vero Locale (in ore):

$$\text{TMF} = 12h + (\text{TZ} \cdot 15^\circ - \lambda) / 15^\circ + \text{Eq} / 60'$$

$$12h = \text{TMF} - (\text{TZ} \cdot 15^\circ - \lambda) / 15^\circ - \text{Eq} / 60'$$

L'equazione del tempo Eq in minuti può essere ottenuta mediante gli sviluppi in serie di Fourier tratti da Ferrari:

$$\begin{aligned} \text{Eq} = & + 7.3670 \cdot \cos(0.9856474 \cdot N + 85.837) + \\ & + 9.9182 \cdot \cos(1.9712947 \cdot N + 109.984) + 0.3060 \cdot \cos(2.9569421 \cdot N + 103.642) + \\ & + 0.2027 \cdot \cos(3.9425894 \cdot N + 128.678) \dots \end{aligned}$$

legenda

φ = latitudine
h = altezza del Sole
 δ = declinazione del Sole
 σ = lunghezza dell'asta
L = lunghezza dell'ombra
N = numero dei giorni dall'inizio dell'anno
M = numero del mese
D = numero del giorno
 λ = longitudine
TZ = Time Zone = per l'Italia +1 (+2 quando è in vigore l'ora legale)
Eq = equazione del tempo in minuti

Nota: le coordinate geografiche, latitudine e longitudine, si possono ricavare mediante l'utilizzo di un ricevitore GPS mediando misure effettuate ad intervalli di tempo di 10-15 minuti. Dal 2 maggio 2000 è stato rimosso il degrado artificialmente introdotto nel segnale radio trasmesso dai satelliti del sistema pertanto la precisione della misura dipende principalmente dal numero e dalla posizione dei satelliti in visibilità in quel momento e dagli effetti ionosferici. L'apparato fornisce anche l'istante del sorgere e del tramonto con i quali è possibile determinare l'istante del mezzogiorno vero locale (alba + tramonto)/2 e la durata del giorno (tramonto – alba).

Bibliografia

Cooper, P.I., *The absorption of radiation in solar stills*, Solar Energy, Vol. 12, 1969, pp. 333-345
Ferrari, G., *Relazioni e formule per lo studio delle meridiane piane*, Modena 1998
Mazzucato, M.T., *Determinazione approssimata delle coordinate geografiche terrestri*, Matematicamente.it Magazine, n. 16/2011, pp. 25-29
Mazzucato, M.T., *Elementi di Orientamento*, Maggioli Editore, Santarcangelo di Romagna RN 2007
Meeus, J., *Astronomical Algorithms*, Willmann-Bell, USA 1991
Tadini, G., *Geografia astronomica applicata*, Hoepli, Milano 1960
Vanin, G., *Misurare la latitudine*, Astronomia UAI, n. 2/1999, pp. 33-39
Vanin, G., *Misurare la longitudine*, Astronomia UAI, n. 3/1999, pp. 44-48