133. Miti, leggende, racconti, automi e matematica negli scacchi

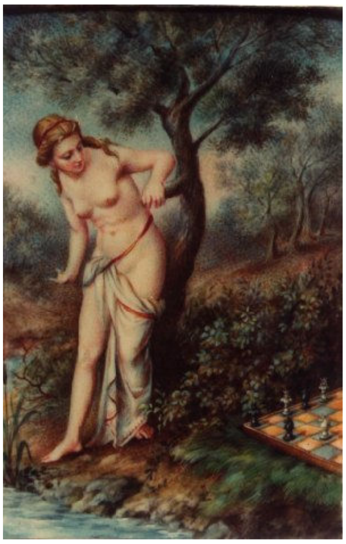
di Michele T. Mazzucato

Il gioco degli scacchi
è l'arte che esprime
la scienza della logica.
Michail [Mischa] Moiseevic Botvinnik (1911-1995)
Campione del Mondo 1948-1957; 1958-1960; 1961-1963

Le origini del gioco degli scacchi, opinione condivisa e indubbia, proviene dal mondo orientale. Risultato di una lenta e progressiva evoluzione di forme di gioco precedenti quali il *chatrang* (scacchi persiani), il *chaturanga* (da *chatur* = quattro e *anga* = parti di un tutto) (scacchi indiani), lo *shatranj* (scacchi arabi) e lo *zatrikion* (scacchi greci) dal cui termine, ripreso nel XII secolo d.C. da Anna Comnena (1083-1148) nell'opera *Alexias* dedicata all'Imperatore d'Oriente Alessio I Comneno (1048-1118), suo padre, è nato il termine *zatrichiologia* per indicare un ramo degli studi scacchistici a indirizzo prevalentemente storico-letterario.
Principalmente introdotto dalle crociate e dai rapporti commerciali con l'oriente, nel X secolo d.C. la sua diffusione nel mondo occidentale era già un fatto compiuto. Nel proseguo dei tempi il gioco si è assestato nella forma oggi a noi nota. La letteratura scacchistica è ricca di miti, leggende, storie e connessioni alla matematica dilettevole. Vediamone qualche notevole esempio.

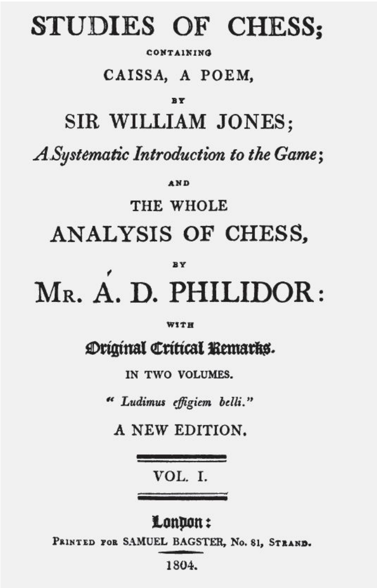
Il mito di Caissa

Il nome Caissa appare per la prima volta nel poema omonimo, scritto nel 1763 e pubblicato a Oxford nel 1772, dell'orientalista inglese William Jones (1746-1794). Un lavoro ispirato dalla lettura dello *Scacchia Ludus* (1559) del poeta e umanista cremonese Marco Antonio "Girolamo" Vida (1485-1566). L'opera del Jones venne inclusa nei *Studies of Chess* (1803) di Peter Pratt (1799-1823) mentre nel *Chess and Chessplayers* (1850) di George Walker (1803-1879) e nei *The Chess Monthly* (1857-1861), editi da Willard Daniel Fiske (1831-1904) e Paul Charles Morphy (1837-1884), contribuirono alla diffusione del nome Caissa e la sua attribuzione quale ninfa protettrice del gioco degli scacchi. Nel poema a versi di Jones il dio Marte è innamorato, ma non ricambiato, della driade tracia Caissa che per conquistarla inventa, con l'aiuto di Eufrone (o Sport) fratello di Amore, il gioco degli scacchi, il cui nome è eponimo della ninfa stessa, e gliene fa dono. Caissa è così descritta:



La driade (custode dei boschi) Caissa

"Una amabile driade corre per le foreste della Tracia, il suo viso è incantevole, il suo aspetto dolce. Il suo passatempo è la caccia del saltante cervo, avversata da Imene e dal figlio di Ciprigna. Per monti e per valli la sua bellezza è famosa, e il nome della vezzosa fanciulla è Caissa."


STUDIES OF CHESS;
CONTAINING
CAISSA, A POEM,
BY
SIR WILLIAM JONES;
A Systematic Introduction to the Game;
AND
THE WHOLE
ANALYSIS OF CHESS,
BY
MR. A. D. PHILIDOR:
WITH
Original Critical Remarks.
IN TWO VOLUMES.
" Ludimus effigiem belli."
A NEW EDITION.
VOL. I.
London:
PRINTED FOR SAMUEL BAGSTER, No. 81, STRAND.
1804.

L'opera in due volumi *Studies of Chess* (1803) di William Jones, in una nuova edizione del 1804.

La leggenda di Sissa

Sussa ibn Dahir al-Hindi (Sissa) è il saggio che chiese al re di Persia Khusraw II Parwiz, quale premio per l'invenzione del gioco degli scacchi, dei chicchi di grano.
La storia, confermata da molti testi scritti in lingua pahlavica (persiano antico) è ripresa in un altro testo molto antico, il *Vicarisn i catrang ut nihisn i nevartaxser* (Spiegazione del gioco degli scacchi e invenzione del gioco del nard) composto verso il VII secolo d.C. Nel libro si legge: "La spiegazione del principio del Chatrang [degli scacchi] è questa: è cosa mediante intelligenza, in conformità a quanto è stato detto ai saggi, la vittoria su chi è potente è da riportare con la mente."
Alla leggenda, tratta dal libro *Kitab-as-satrang* (oggi proprietà del British Museum di Londra), allude anche Dante Alighieri (1265-1321) nella sua universalmente nota Commedia [il termine Divina venne aggiunto nel 1555 dal poligrafo veneziano Lodovico Dolce (1508-1568)] quando Beatrice spiega a Dante i nove cerchi degli ordini angelici e per dire che il numero degli angeli è infinito, crive (Paradiso, XXVIII, 91-93): *L'incendio suo seguiva ogni scintilla; ed eran tante, che 'l numero loro più che 'l doppiar delli scacchi s'inmilla.*
Dante probabilmente apprese tale leggenda dalle opere di ibn Rushd Averroè (1126-1198) il celebre commentatore di Aristotele, e dal *Liber Abaci* (1202) di Leonardo Fibonacci da Pisa (XII-XIII secolo d.C.) matematico alla corte di Federico II di Svevia (1194-1250) a Palermo.
In definitiva, Sissa chiese semplicemente un numero di chicchi di grano derivante dalla somma così ottenuta: uno sulla prima casa, due sulla seconda, quattro sulla terza, otto sulla quarta, sedici sulla quinta, trentadue sulla sesta e così via sempre raddoppiando sino a raggiungere la sessantaquattresima casa. Il re promise il premio, ma poi si avvide che non aveva grano sufficiente per mantenere tale promessa.
Infatti, la somma è un numero molto grande

$$2^{64}-1 = 18\ 446\ 744\ 073\ 709\ 551\ 615$$

Questo numero deve essere moltiplicato per il peso medio di un chicco di grano (circa 0,0648 grammi), si ottiene il ragguardevole peso di circa 1000 miliardi di tonnellate.
Non si conosce la conclusione della faccenda. Alcuni narrano che il re nomina Sissa suo consigliere e compagno di scacchi altri che il re fece tagliare la testa a Sissa per nascondere la vergogna di non aver potuto tenere fede alla propria parola. Sicuramente Sissa non ebbe quello che chiedeva.

2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7
2^8	2^9	2^{10}	2^{11}	2^{12}	2^{13}	2^{14}	2^{15}
2^{16}	2^{17}	2^{18}	2^{19}	2^{20}	2^{21}	2^{22}	2^{23}
2^{24}	2^{25}	2^{26}	2^{27}	2^{28}	2^{29}	2^{30}	2^{31}
2^{32}	2^{33}	2^{34}	2^{35}	2^{36}	2^{37}	2^{38}	2^{39}
2^{40}	2^{41}	2^{42}	2^{43}	2^{44}	2^{45}	2^{46}	2^{47}
2^{48}	2^{49}	2^{50}	2^{51}	2^{52}	2^{53}	2^{54}	2^{55}
2^{56}	2^{57}	2^{58}	2^{59}	2^{60}	2^{61}	2^{62}	2^{63}

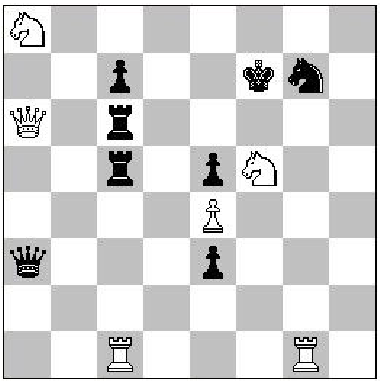
Leonardo Fibonacci nel *Liber Abaci* (1202) per ottenere la somma totale dei chicchi di grano procede con il calcolare dapprima i primi otto numeri della prima riga della scacchiera (ossia 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 e 128) la cui somma 255 è minore di un'unità del numero successivo 256. Moltiplica 256x256 ottenendo 65536 minore di un'unità della somma dei numeri delle prime due righe. Moltiplica 65536x65536 ottiene 4294967296 minore di un'unità della somma dei numeri delle quattro righe. Infine, moltiplica

4294967296 x 4294967296 =
18446744073709551616

che supera di un'unità la somma di tutti i numeri (e quindi i chicchi di grano) della scacchiera.

Racconto di Natale

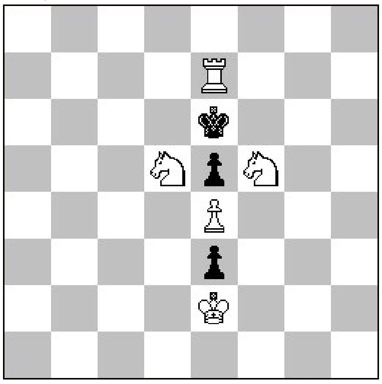
"Al Circolo d'Ixe in val di Zeta venne giocata alcuni anni or sono una memorabile partita di scacchi. Nella notte di Natale 189…, cosa straordinaria, inverosimile, una scacchiera era posata, con tutti i pezzi al loro posto, su di una tavola. Un uomo, avviluppato in un grande mantello, passeggiava per la sala guardando dalla finestra, tutta spalancata malgrado il freddo. Ad un tratto apostrofò un personaggio di fuori:
«Ohè! Volete fare una partita a scacchi?»
«Grazie! – rispose questi- ho da fare la mia distribuzione»
«Oh! Ci avete tempo. Una partita leggera?»
«Va bene, sia pure: ma una sola»
Il personaggio interpellato dall'uomo dal mantello altri non era che il buon vecchio Natale, facilmente riconoscibile per la lunga barba bianca e per la gerla ancora tutta piena. I due giocatori si sedettero davanti alla scacchiera ed a domanda dell'uomo dal mantello fissarono una posta per la partita. Quella del buon vecchio Natale fu la sua gerla con il contenuto. La partita, giocata rapidamente da ambedue, presentava dopo un quarto d'ora la posizione:



L'uomo dal mantello, che aveva il Bianco, annunciò matto in sette mosse e giocò:
1. T:g7+ Il vecchio Natale rispose Rf6. Seguirono

2. D:c6+, T:c6 3 T:c6+, Dd6
4. T:d6+, c:d6 5. Cc7, d5
6. C:d5+, Re6.

L'uomo dal mantello prese in mano la Torre, ma al momento in cui la posava in e7 pronunciando «scacco matto!», disparve, non lasciando dietro di sé che un caratteristico odore di zolfo, mentre il pezzo, leggermente abbruciato, cadeva sulla scacchiera.



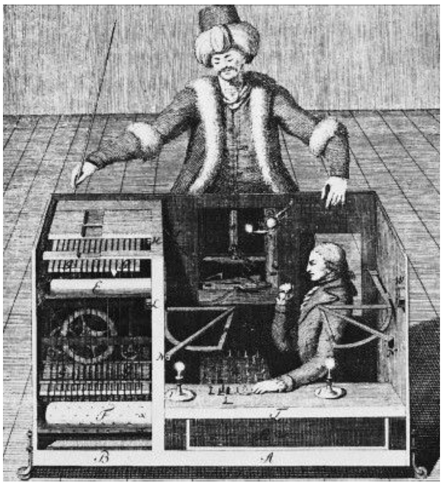
L'uomo dal mantello era Satana, che aveva progettato di impedire al buon vecchio Natale di fare la sua solita distribuzione. Il buon vecchio era stato molto imprudente ed anche colpevole; ma la Provvidenza vegliava. Nei suoi disegni imperscrutabili, ai quali noi prestiamo la parola di «caso», essa aveva voluto che, per il matto, i pezzi raffigurassero una Croce, e l'apparizione di questo segno aveva ricacciato Satana in fondo all'inferno.
Perché questa storia potesse illustrare una teoria della giustizia umana, sarebbe stato sufficiente che la sua autenticità fosse

indiscutibile. Ora al Circolo d'Ixe in val di Zeta vi mostreranno la Torre leggermente carbonizzata. E' certo in ogni caso, però, che in quell'anno, come negli altri, i fanciulli trovarono nelle loro piccole scarpe i regali incantatori, fra i quali si mescola qualche pezzo di carbone, come per insegnarci fin dai nostri primi anni che non vi è vita di piacere o di gioia, in cui non si infiltri un pò di dolore."

Il racconto è tratto da *Il libro completo degli scacchi* (Mursia, 5^ ed. 1973, pp.453-454) dei maestri internazionali Adriano Chicco (1907-1990) e Giorgio Porreca (1927-1988). Il problema scacchistico fu ideato da Godfrey Charles Gumpel (1835-1921) mentre la novella, scritta da L. Bonet, fu pubblicata per la prima volta sul bollettino francese del *Cercle Philidor* a Parigi nel dicembre 1905.

Automi scacchistici

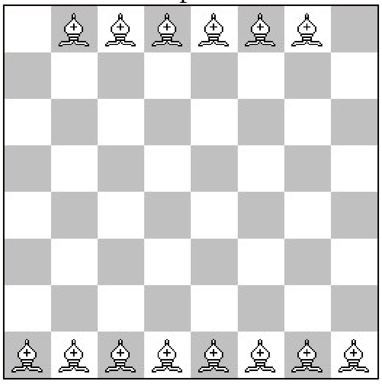
Il fisco ungherese Wolfgang von Kempelen (1734-1804) costruì l'automa giocatore di scacchi, denominato *Il Turco*, nel 1769. Nel 1836 Edgar Allan Poe (1809-1849) pubblica un articolo sul *Southern Literaty Messenger*, che diventerà racconto nel 1850, dove spiega il falso meccanismo. La macchina verrà distrutta in un incendio a Philadelphia nel 1854. Il grande successo di pubblico e curiosità portarono alla realizzazione di altri marchingegni simili. Quello dell'italiano Giuseppe Morosi (1772-1840) del 1797 per il duca di Toscana Ferdinando III d'Asburgo-Lorena (1769-1824) e di Daniel Walker del 1827 denominato *The American Chessplayer automaton*. Seguì quello costruito dall'inglese Charles Arthur Hooper (1825-1900) del 1865: una copia del Il Turco che chiamo *Ajeeb* che andò distrutto, anch'esso in un incendio, a Coney Island nel 1929. Nel 1876 l'alsaziano Godfrey Charles Gumpel (1835-1921), l'autore del problema di Natale, creò l'automa scacchistico *Mephisto* che a differenza dei precedenti, azionati da un giocatore posto nel loro interno, veniva manovrato, tramite un collegamento elettro-meccanico, da un giocatore situato in una stanza vicina. Siamo nel 1912 quando Leonardo Torres y Quevedo (1852-1936) realizza *El Ajedrecista*, ancora oggi possibile vederla (nella versione migliorata dal figlio Gonzalo nel 1920) in azione al Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos di Madrid. Usa elettromagneti e riesce a giocare autonomamente alcuni finali. Dopo questi primordi si arriva nell'era degli elaboratori elettronici con *Maniac 1* (1950) e, dagli anni Sessanta del XX secolo, ai sempre più potenti programmi scacchistici (*Fritz*, *Deep Blue*, *Deep Junior*, etc.). Deep Blue fu il primo computer a vincere una partita a scacchi contro l'allora Campione del Mondo l'azerbaigiano Garry Kasparov: era il 10 febbraio 1996.


L'automa scacchistico *Il Turco* (1769)


L'automa scacchistico Ajeeb (1865)

Problema degli alfieri pacifici

Il numero massimo di alfieri che si possono porre su di una normale scacchiera 8x8 senza minacciarsi reciprocamente è 14.

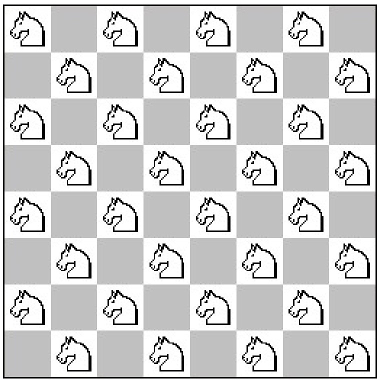


La soluzione del problema degli alfieri:
a1 b1 b8 c1 c8 d1 d8 e1 e8 f1 f8 g1 g8 h1

Per una generica scacchiera di n x n case la soluzione è data da 2n-2 alfieri. Il numero massimo delle distinte combinazioni per n = 1, 2, 3, 4… alfieri è rispettivamente 1, 4, 26, 260, 3368, 53744, 1022320, 22522960, …

Problema dei cavalli pacifici

il numero massimo di cavalli che si possono porre su di una normale scacchiera 8x8 senza minacciarsi reciprocamente è 32. Basta piazzarli tutti sulle case del medesimo colore.

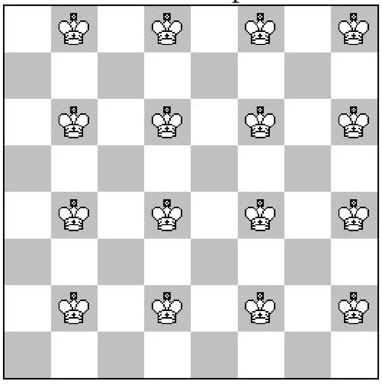


La soluzione del problema dei cavalli:
a2 a4 a6 a8 c2 c4 c6 c8 e2 e4 e6 e8 g2 g4 g6 g8
b1 b3 b5 b7 d1 d3 d5 f7 f1 f3 f5 f7 h1 h3 h5 h7

Per una generica scacchiera di n x n case la soluzione è data da $\frac{1}{2}n^2$ (se n>2 pari) oppure $\frac{1}{2}(n^2+1)$ (se n>1 dispari) cavalli.

Problema dei re pacifici

Per i re, il numero massimo di re che si possono porre su di una normale scacchiera 8x8 senza minacciarsi reciprocamente è 16.



La soluzione del problema dei re:
b2 b4 b6 b8 d2 d4 d6 d8 f2 f4 f6 f8 h2 h4 h6 h8

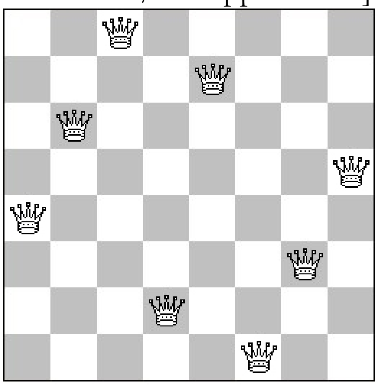
Per una generica scacchiera di nxn case la soluzione è data da $\frac{1}{4}n^2$ (se n pari) oppure $\frac{1}{4}(n+1)^2$ (se n dispari) re.

Problema delle regine pacifiche

Qual è in numero massimo di regine che si possono porre su di una normale scacchiera 8x8 senza minacciarsi reciprocamente? La risposta è 8. Il quesito venne posto per la prima volta nel 1848 allorquando la rivista tedesca *Scachzeitung* pubblicò la richiesta del filologo classico tedesco August Nauck (1822-1892) che propose anche a Karl Friedrich Gauss (1777-1855). Gauss, in collaborazione con l'astronomo Heinrich Christian Schumacher (1780-1850), impiegò un paio d'anni di lavoro. Servendosi della teoria dei gruppi trovarono le seguenti 12 posizioni base che risolvono il problema:

a4 b1 c5 d8 e2 f7 g3 h6
a4 b1 c5 d8 e6 f3 g7 h2
a4 b2 c5 d8 e6 f1 g3 h7
a4 b2 c7 d3 e6 f8 g1 h5
a4 b2 c7 d3 e6 f8 g5 h1
a4 b2 c7 d5 e1 f8 g6 h3
a4 b2 c8 d5 e7 f1 g3 h6
a4 b2 c8 d6 e1 f3 g5 h7
a4 b6 c1 d5 e2 f8 g3 h7
a4 b7 c5 d2 e6 f1 g3 h8
a4 b8 c1 d5 e7 f2 g6 h3
a4 b6 c8 d2 e7 f1 g3 h5

Ad eccezione della dodicesima soluzione base simmetrica che origina altre tre sole soluzioni derivate, ciascuna soluzione base ne fornisce altre tre per rotazione della scacchiera e altre quattro per riflessione su uno dei quattro lati portando il totale delle possibili soluzioni differenti a 92. Il problema venne studiato anche dall'inglese James Whitbread Lee Glaisher (1848-1928) dell'università di Cambridge e il tedesco Gunther dell'università di Lipsia che fornirono, nel 1874, una dimostrazione basata sulla teoria dei determinanti. Dimostrando così che queste 92 soluzioni sono le uniche possibili. Del problema si occuparono anche gli italiani Libero Puccio [*Le permutazioni condizionate ed il gioco delle otto regine*, Periodico delle Matematiche n. 5/1925 pp.31-39] e Giuseppe Sforza [*Una regola pel gioco delle n regine quando n è primo*, Periodico delle Matematiche n. 18/1925 pp.107-109].

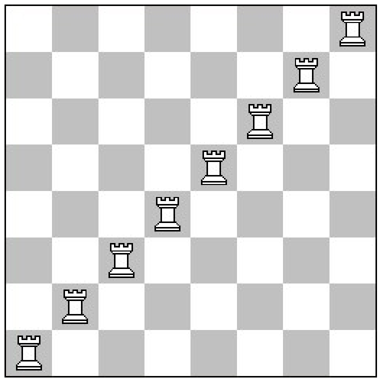


Una delle soluzioni del problema della Regina. La soluzione base a4 b6 c8 d2 e7 f1 g3 h5.

Per una generica scacchiera di n x n case la soluzione è data da n regine (con $n \geq 4$). Il numero dei differenti modi con i quali possono essere posizionate le regine è data dalla sequenza: 1, 0, 0, 2, 10, 4, 40, 92, 352, 724, 2680, 14200, … mentre il numero delle distinte rotazioni e riflessioni è dato dalla sequenza: 1, 0, 0, 1, 2, 1, 6, 12, 46, 92, 341, 1787, …

Problema delle torri pacifiche

Per le torri, il numero massimo di torri che si possono porre su di una normale scacchiera 8x8 senza minacciarsi reciprocamente è 8 e le possibili soluzioni sono 8! ossia 40320.



Una soluzione del problema delle torri:
a1 b2 c3 d4 e5 f6 g7 h8

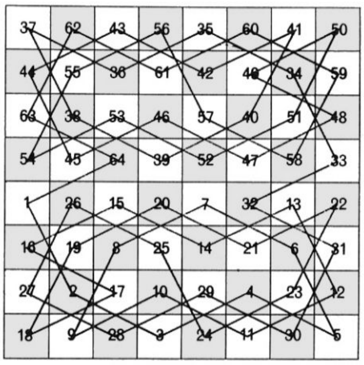
Per una generica scacchiera di n x n case la soluzione è data da n torri. Il numero totale di combinazioni è dato da n!. Il numero di rotazioni e riflessioni è dato dalla sequenza 1, 1, 2, 7, 23, 115, 694, 5282, 46066, 456454, 4999004, 59916028, …

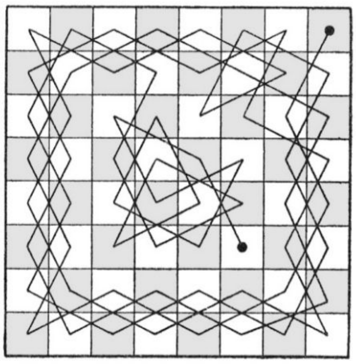
Per il numero minimo del pezzo in esame necessario ad attaccare od occupare tutte la case di una scacchiera 8x8 abbiamo invece:

	numero massimo	numero minimo
alfieri	14	8
cavalli	32	12
re	16	9
regine	8	5
torri	8	8

Giro completo del cavallo

L'antichissimo problema del giro del cavallo consistente nel far percorrere al cavallo tutte le 64 case della scacchiera transitandovi una sola volta fu proposto per la prima volta dal matematico indiano Brahmagupta (VI-VII secolo d.C.). Il giro viene detto chiuso se la casa di arrivo è a distanza di salto di cavallo da quella di partenza, aperto nel caso contrario. Molte soluzioni originano figure geometriche altre dei quadrati semimagici. Ricordando che un quadrato magico si ha quando la somma dei numeri in ogni linea (orizzontale, verticale e nelle due diagonali principali) è sempre la stessa e corrisponde alla costante magica $\frac{1}{2}n(n^2+1)$ con n l'ordine del quadrato in considerazione, ancora oggi non si è ottenuto un quadrato magico completo per una scacchiera 8x8 la cui costante è 260.





Esempio di figure geometriche generate dal giro completo del cavallo.

Il giro completo del cavallo ammette un numero elevato di soluzioni il cui valore ancora oggi non è noto. Tuttavia, viene calcolato che il numero di soluzioni possibili sia inferiore al numero delle combinazioni di 168 oggetti presi 63 a 63, ma è superiore al numero 122802512.
Molti matematici e scacchisti si sono cimentati nello studio del problema del giro di cavallo. Tra i più rilevanti si menzionano Leonhard Euler (1707-1783) [*Solution d'une question curieuse qui ne paroit soumise à aucune analyse* (1766) su lavori del 1759], Alexandre Theophile Vandermonde (1735-1796) [*Problems of Situation* (1774) su lavori del 1771], H.C. Warnsdorff [*Des Rösselsprungs einfachste und allgemeinste Lösung* (1823)], Karl Andreevic Friedrich von Jänisch (1813-1872) [*Traité des Applications de l'Analyse mathematique au jeu des echecs* (1862)], De Hijo, Peter Mark Roget (1779-1869) nel 1840, Parmentier, Teodoro Ciccolini [*Del cavallo degli scacchi per opera di Teodoro Ciccolini marchese di Guardiagrele* (1836)], Cosimo Alessandro Collini (1727-1806) [*Solution du Problème du Cavalier au Jeu des Echecs* (1773)], Paolo Volpicelli (1804-1879) [*Soluzione completa e generale mediante la geometria di situazione del problema relativo alle corse del cavallo sopra qualunque scacchiera* (1872)], Ugo Papa [*Il problema del cavallo degli scacchi* (1920)], Maurice Kraitchik (1882-1957) [*La mathématique des jeux ou récréations mathématiques* (1930)] e del farmacista G. D'Hooghe [*Les secrets du Cavalier* (1962)].

Per finire: il numero dei quadrati che si possono vedere su una scacchiera n x n è data dalla somma di quadrati degli n numeri naturali, ossia

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

che per una scacchiera 8x8 equivale a
$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 = 204$.

Bibliografia

AA.VV. *L'Italia Scacchistica* Rivista fondata nel 1911 a Milano

Alighieri D., *La Divina Commedia,* Testo critico della Società Dantesca Italiana, Hoepli, Milano XXI ediz. 1979

Chicco A.; Porreca G., *Il libro completo degli scacchi*, Mursia, Milano 1973

De Toffoli D. – Colovini L., *Il grande libro degli scacchi*, Sperling & Kupfer, Milano 2009

Ghersi I., *Matematica dilettevole e curiosa*, Hoepli, Milano 1986

Shenk D., *Il gioco immortale. Storia degli scacchi*, Oscar Mondadori, Milano 2009

Weisstein Eric
http://mathworld.wolfram.com/Chess.html

White A.C., *Sam Loyd e i suoi scacchi*, Messaggerie Scacchistiche, Brescia 2000.