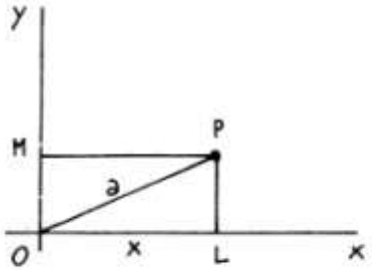
Luglio 1932

Dato l'angolo retto xOy **e dati due segmenti di misura a ed m, determinare nell'interno dell'angolo un punto P tale che OP sia uguale al primo segmento e la somma della terza parte della distanza di P da Ox con la quarta parte della distanza di P da Oy, sia uguale al secondo segmento. Discussione.**



Poniamo

$$OL = x \quad \text{con} \quad x>0$$

Si ha

$$PL = \sqrt{a^2 - x^2}$$

Imponiamo la relazione del problema

$$\frac{PL}{3} + \frac{PM}{4} = m$$

$$\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{3} + \frac{x}{4} = m$$

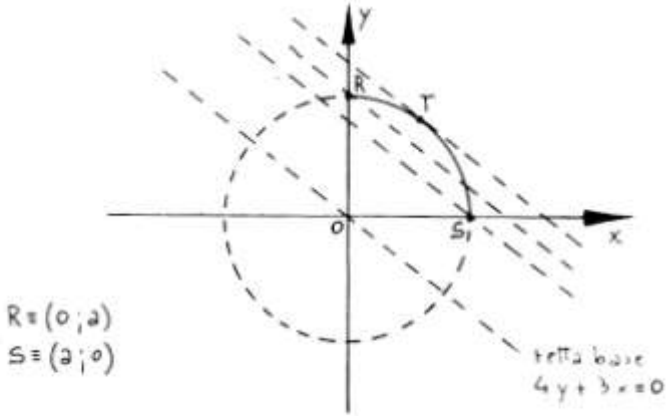
$$\boxed{4\sqrt{a^2 - x^2} + 3x = 12m}$$

Che è l'equazione parametrica da discutere. Poniamo

$$\sqrt{a^2 - x^2} = y \qquad \text{con } y > 0$$

Si ha il sistema

$$\begin{cases} 4y + 3x = 12m \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$



Imponiamo al fascio di rette il passaggio per R ed S

$$R \quad \rightarrow \quad 4a + 0 = 12m \quad \rightarrow \quad m = \frac{a}{3}$$

$$S \quad \rightarrow \quad 0 + 3a = 12m \quad \rightarrow \quad m = \frac{a}{4}$$

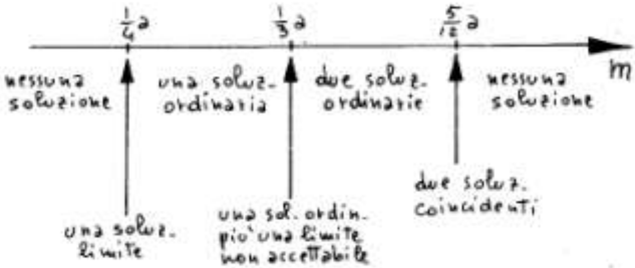
Per il punto T basta invece imporre la condizione di tangenza fra circonferenza e retta

$$\begin{cases} 4y + 3x = 12m \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad 25x^2 - 72mx + 144m^2 - 16a^2 = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = 1296m^2 - 25\left(144m^2 - 16a^2\right) = 0$$

$$m^2 = \frac{25}{144}a^2 \quad \rightarrow \quad m = \frac{5}{12}a$$

La soluzione negativa va scartata. Si ottiene quindi la situazione seguente


$\frac{1}{4}a$
$\frac{1}{3}a$
$\frac{5}{12}a$
m
nessuna soluzione
una soluz. ordinaria
due soluz. ordinarie
nessuna soluzione
una soluz. limite
una sol. ordin. piu' una limite non accettabile
due soluz. coincidenti