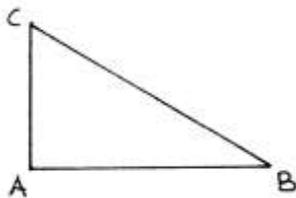


## Luglio 1943 – Problema unico

---

**Di un triangolo rettangolo si conosce la misura  $b$  di un cateto, e la misura  $d$  della differenza fra il triplo dell'ipotenusa e l'altro cateto. Determinare le misure dell'ipotenusa e del cateto incognito.**

**Discussione.**



$$AC = b \quad 3 BC - AB = d$$

Poniamo  $AB = x$  con  $x > 0$

Risulta immediatamente

$$BC = \sqrt{b^2 + x^2}$$

E perciò

$$3\sqrt{b^2 + x^2} - x = d$$

$$\boxed{3\sqrt{b^2 + x^2} = x + d}$$

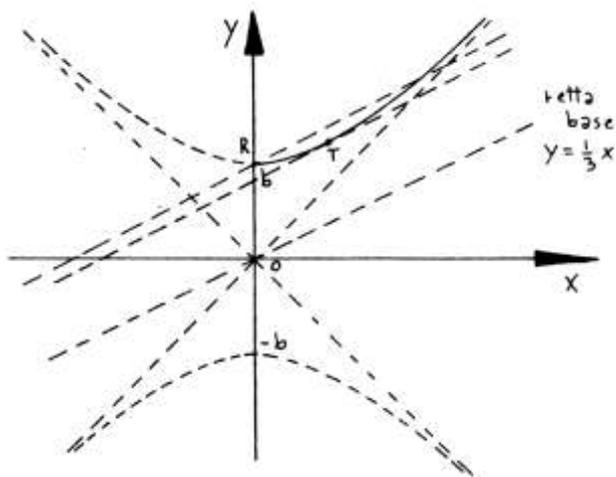
Ponendo

$$\sqrt{b^2 + x^2} = y \quad \text{con } y \geq 0$$

Si ottiene il sistema

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x + \frac{d}{3} \\ -\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \end{cases}$$

Cioè un fascio di rette parallele con coefficiente angolare  $m = 1/3$  e una iperbole equilatera con i fuochi sull'asse  $y$ .



La retta del fascio passa per  $R = (0;b)$  quando  $d = 3b$ .

Inoltre risulta tangente quando

$$8y^2 - 6dy + b^2 + d^2 = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = 9d^2 - 8(b^2 + d^2) = 0 \quad \rightarrow \quad d = \pm 2b\sqrt{2}$$

E si ha la tangenza in T con la soluzione positiva perché, al solito, la retta deve intercettare un segmento positivo sull'asse y.

Quindi le soluzioni sono riepilogate nello schema seguente

