# Luglio 1972 – Terzo problema

**Si studi la variazione della funzione**

$$y = \operatorname{sen} 2x \cos x \ \mathbf{y}$$

**Nell'intervallo**

$$0 \le x \le 2\pi$$

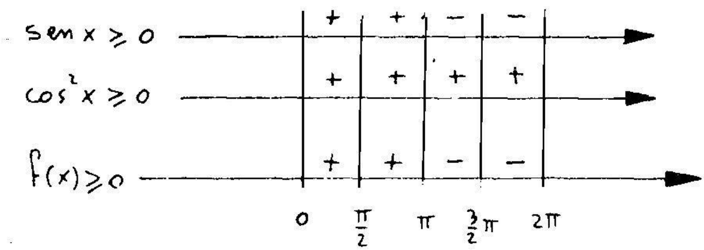
Applicando le formule di duplicazione la funzione diviene

$$y = 2 \operatorname{sen} x \cos^2 x$$

Le intersezioni con gli assi sono

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \dfrac{\pi}{2};\ \pi; \dfrac{3}{2}\pi; 2\pi \\ y = 0 \end{cases}$$

Studiamo il segno di f(x)




Calcoliamo la derivata

$$y' = 2\cos^3 x - 4 \operatorname{sen}^2 x \cos x$$

$$y' = 2\cos x \left(\cos^2 x - 2\operatorname{sen}^2 x\right)$$

$$y' = 2\cos x \left(3\cos^2 x - 2\right)$$

Essa si annulla nei punti

$$\cos x = 0 \quad \rightarrow \quad x = \frac{\pi}{2}; \quad x = \frac{3}{2}\pi$$

$$\cos^2 x = \frac{2}{3} \cong 0,66 \quad \rightarrow \quad \cos x = \pm 0,8124 \quad \rightarrow \quad x \cong 36° = \frac{\pi}{5}$$

E quindi anche nei punti (approssimati)

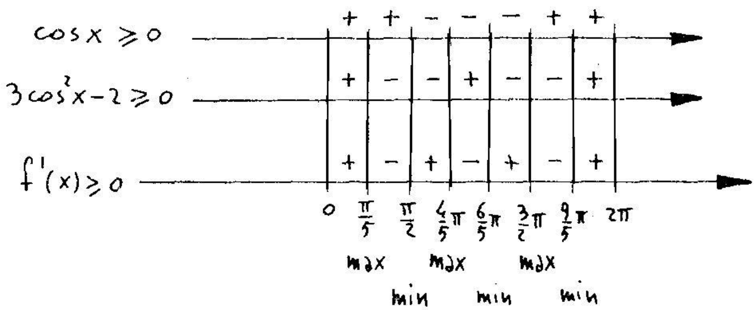
$$x = \frac{\pi}{5}; \quad x = \frac{4}{5}\pi; \quad x = \frac{6}{5}\pi; \quad x = \frac{9}{5}\pi$$

Limitando ovviamente le soluzioni al ciclo fra 0 e 2π.
Le coordinate di questi punti caratteristici sono

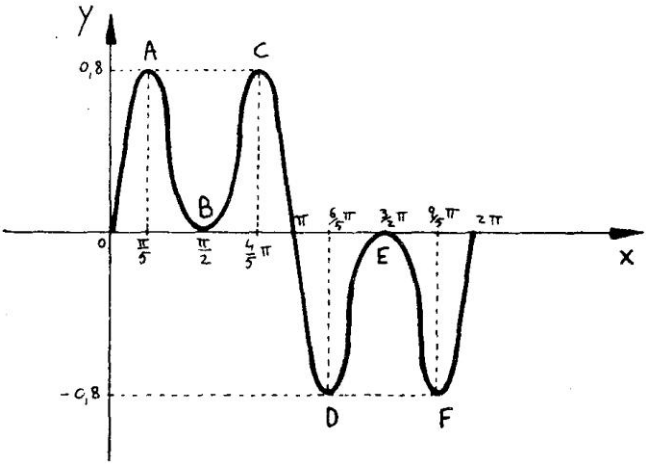
$$A \equiv \left(\frac{\pi}{5}; 0,8\right) \qquad B \equiv \left(\frac{\pi}{2}; 0\right) \qquad C \equiv \left(\frac{4}{5}\pi; 0,8\right)$$

$$D \equiv \left(\frac{6}{5}\pi; -0,8\right) \qquad E \equiv \left(\frac{3}{2}\pi; 0\right) \qquad F \equiv \left(\frac{9}{5}\pi; -0,8\right)$$

Studiando il segno della derivata, si ha




Quindi A, C, E sono punti di massimo, mentre B, D, F sono punti di minimo.
Il grafico della funzione, limitandoci all'intervallo compreso fra 0 e 2π, è


y
A
C
0,8
B
0
π/5
π/2
4/5 π
π
6/5 π
3/2 π
9/5 π
2 π
E
x
-0,8
D
F