

Luglio 1972 – Sessione suppletiva (terzo problema)

Si studi la variazione della funzione

$$y = \tan x - 2 \sin x$$

Nell'intervallo

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$$

La funzione data può essere scritta

$$y = \frac{\sin x}{\cos x} - 2 \sin x$$

$$y = \sin x \left(\frac{1}{\cos x} - 2 \right)$$

$$y = \frac{\sin x (1 - 2 \cos x)}{\cos x}$$

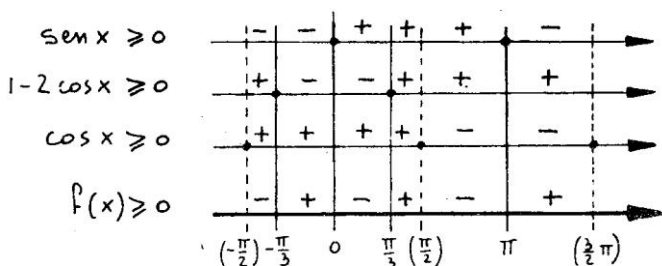
E si annulla per

$$\begin{cases} \sin x = 0 & \rightarrow & x = 0; \quad x = \pi \\ \cos x = \frac{1}{2} & \rightarrow & x = \frac{\pi}{3}; \quad x = -\frac{\pi}{3} \end{cases}$$

Vi sono tre asintoti verticali

$$\cos x = 0 \quad \rightarrow \quad x = \pm \frac{\pi}{2}; \quad x = \frac{3}{2}\pi$$

Studiando il segno della funzione si ricava



Calcoliamo la derivata e troviamo per quali punti si annulla

$$y' = \frac{1}{\cos^2 x} - 2 \cos x$$

$$y' = \frac{1 - 2 \cos^3 x}{\cos^2 x} = 0$$

$$1 - 2 \cos^3 x = 0 \rightarrow \cos^3 x = \frac{1}{2}$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{4}}{2} \cong \frac{1,5874}{2} = 0,7937$$

E, usando le tavole o la calcolatrice, si ottiene

$$x \cong \pm 37^\circ 30' \cong \pm 36^\circ = \pm \frac{\pi}{5}$$

Le corrispondenti ordinate della funzione sono

$$f\left(\frac{\pi}{5}\right) \cong 0,7673 - 2 \cdot 0,6088 = -0,4503 \cong -0,45$$

$$f\left(-\frac{\pi}{5}\right) \cong -0,7673 + 2 \cdot 0,6088 = 0,4503 \cong 0,45$$

Il grafico risultante, nell'intervallo $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$ è perciò il seguente

