

Luglio 1973 – Terzo problema

Si studi la variazione della funzione

$$y = 3 \cos 2x - 4 \cos x$$

Nell'intervallo

$$0 \leq x \leq 2\pi$$

Calcoliamo le intersezioni con gli assi cartesiani

$$\left. \begin{array}{l} \{ x = 0 \\ y = 1 \end{array} \right\} \begin{cases} y = 0 \\ x \cong \frac{3}{2}\pi; \frac{4}{3}\pi \quad \text{infatti} \quad 3 \cos 2x - 4 \cos x = 0 \\ 3(2 \cos^2 - 1) - 4 \cos x = 0 \\ 6 \cos^2 - 4 \cos x - 3 = 0 \\ \cos x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{6} \cong \begin{cases} 1,01 \\ -0,45 \end{cases} \end{cases}$$

Usando le tavole o il calcolatore, risulta

$$x \cong 116^\circ = \frac{29}{45} \pi \cong \frac{2}{3} \pi$$

$$x \cong 244^\circ = \frac{61}{45} \pi \cong \frac{4}{3} \pi$$

Calcoliamo la derivata prima e uguagliamola a zero

$$y' = -6 \sin 2x + 4 \sin x = 0$$

$$3 \sin x \cos x - \sin x = 0$$

$$\sin x (3 \cos x - 1) = 0$$

Le soluzioni sono

$$\begin{cases} \sin x = 0 & \rightarrow x = 0, x = \pi, x = 2\pi \\ 3 \cos x - 1 = 0 & \rightarrow \cos x = \frac{1}{3} \rightarrow x \cong \frac{7}{18}\pi, x \cong \frac{29}{18}\pi \end{cases}$$

E ancora, con l'aiuto delle tavole o del calcolatore,

$$x \cong 20^\circ = \frac{7}{18}\pi \quad x \cong 290^\circ = \frac{29}{18}\pi$$

Quindi i punti estremanti della funzione sono i seguenti

$$A \equiv (0; -1) \quad B \equiv \left(\frac{7}{18}\pi; -\frac{11}{3}\right) \quad C \equiv (\pi; 1)$$

$$D \equiv \left(\frac{29}{18}\pi; -\frac{11}{3}\right) \quad E \equiv (2\pi; -1)$$

E il grafico è

