

Soluzione del tema di maturità DEL 19 GIUGNO 2014

ITIS: indirizzo ELETTRONICA E TELECOMUNICAZIONE

Tema di ELETTRONICA

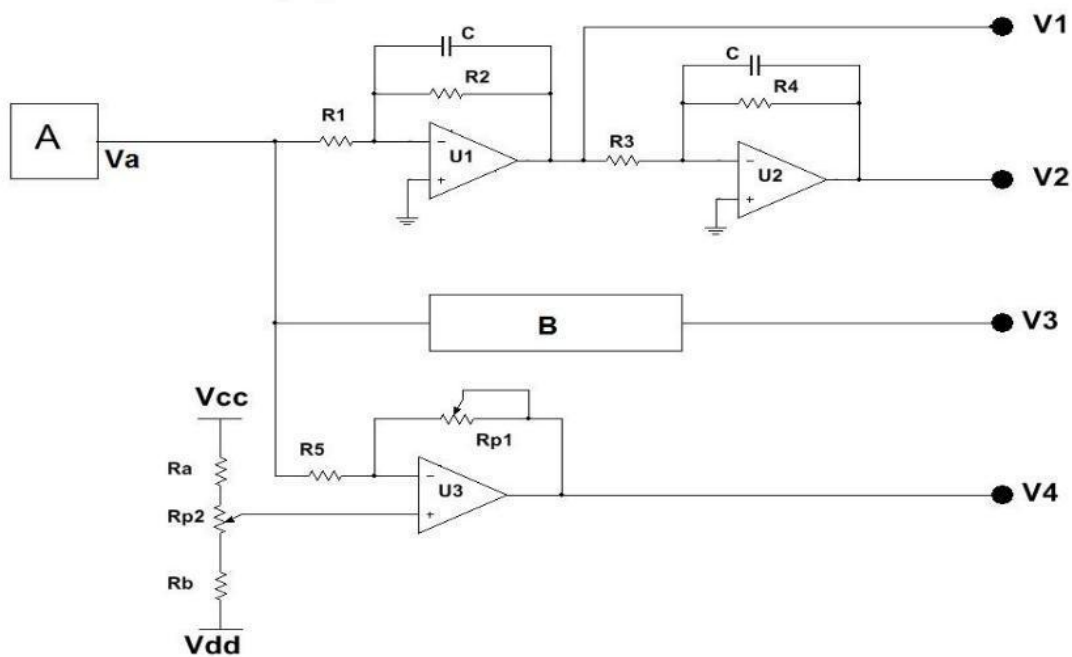
A cura di Prof.ssa Maria Rosa Malizia

Il candidato fatte le ipotesi aggiuntive che ritiene opportune, risponda alle seguenti richieste:

Punto 1:

ricavi la funzione di trasferimento nel dominio della frequenza dei blocchi U1 e U2 (Uscite V1 e V2) ed esponga le motivazioni per cui tali circuiti possono considerarsi come integratori di segnali ideali.

Lo schema elettrico proposto è il seguente:



Il blocco A fornisce un segnale impulsivo di ampiezza ± 10 V con un duty cycle del 50% e periodo di 100 micro secondi. Per definizione il duty cycle è del 50% se :

$$\delta = T_H/T = 0,5$$

$$\delta\% = T_H/T = 50\%$$

essendo il periodo

$$T = 100 \mu s$$

$$T_H = T/2 = 50 \mu s$$

$$f_A = 1/T = 1/100 \mu s = 10 \text{ KHz}$$

Il blocco A invia un'onda quadra di frequenza $f_A = 10 \text{ KHz}$ in ingresso all'integratore invertente U1. Ricaviamo la funzione di trasferimento del primo blocco:

$$G_1(j\omega) = V_{u1}/V_A = - \frac{Z_2}{Z_1} \quad \text{ove}$$

$$Z_2 = \frac{R_2 * \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C}$$

Da cui

$$G_1(j\omega) = - \frac{Z_2}{Z_1} = - \frac{R_2}{R_1(1 + j\omega R_2 C)}$$

con

$$Z_1 = R_1 = 5K\Omega$$

$$R_2 = 20K\Omega$$

$$C = 10nF$$

Ricaviamo la funzione di trasferimento del secondo blocco:

$$G_2(j\omega) = V_{u2}/V_{u1} = - \frac{Z_4}{Z_3} \quad \text{dove}$$

$$Z_4 = \frac{R_4 * \frac{1}{j\omega C}}{R_4 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_4}{1 + j\omega R_4 C} \quad \text{e } Z_3 = R_3 = 1K\Omega$$

Da cui

$$G_2(j\omega) = - \frac{Z_4}{Z_3} = - \frac{R_4}{R_3(1 + j\omega R_4 C)}$$

con

$$R_4 = 20K\Omega$$

$$C = 10nF$$

La funzione di trasferimento totale dei due blocchi, essendo i blocchi in cascata è:

$$G(j\omega) = G_1(j\omega) * G_2(j\omega) = \left(- \frac{R_2}{R_1(1 + j\omega R_2 C)} \right) * \left(- \frac{R_4}{R_3(1 + j\omega R_4 C)} \right)$$

Dato che $R_2 = R_4 = 20K\Omega$, le due $G(j\omega)$ hanno lo stesso polo nel punto

$$\omega_p = 1/R_2 C = 1/R_4 C = 1/(20 \cdot 10^3 * 10 \cdot 10^{-9}) = 5000 \text{ rad/s}$$

La frequenza di taglio di entrambi i blocchi sarà:

$$f_t = \omega_p / 2\pi = 5000 / 6,28 = 795,77 \text{ Hz.}$$

Dato che $f_A \gg f_t$ il circuito si comporta da integratore ideale.

Questo vuol dire che il segnale che esce dal primo blocco sarà una rampa decrescente quando il segnale di ingresso è positivo (nel tempo T_H), mentre sarà una rampa crescente quando il segnale di ingresso è negativo (tempo T_L).

Punto 2: Calcolare il valore del modulo della funzione di trasferimento per i blocchi in corrispondenza della frequenza del segnale applicato e determinare la variazione di V_1 e di V_2 .

Per calcolare il valore del modulo di $G_1(j\omega)$ alla frequenza di 10KHz si ha:

$$\omega_A = 2\pi \cdot f_A = 2\pi \cdot 10 \cdot 10^3 = 62831 \text{ rad/s}$$

$$|G_1(j\omega)| = \left(\frac{R_2}{R_1}\right) * \frac{1}{\sqrt{1+(\omega R_2 C)^2}} = (20K/5K) * 1/\sqrt{1+(62831 * 20K * 10 \cdot 10^{-9})^2} = 0,317$$

Procedendo allo stesso modo, il valore del modulo di $G_2(j\omega)$ alla frequenza di 10KHz si ha:

$$|G_2(j\omega)| = \left(\frac{R_4}{R_3}\right) * \frac{1}{\sqrt{1+(\omega R_4 C)^2}} = (20K/1K) * 1/\sqrt{1+(62831 * 20K * 10 \cdot 10^{-9})^2} = 1,586$$

Punto 3: rappresenti graficamente le tensioni ai morsetti V1 e V2 in funzione del tempo motivandone l'andamento.

I due amplificatori U1 e U2, sono assimilabili a due integratori in cascata con la stessa frequenza di taglio in quanto $R_2=R_4$; la loro frequenza di taglio è

$$f_t = 1/(2 * 3,14 * R_2 * C) = 795,77 \text{ Hz}$$

dato che $f_A \gg 10 * f_t$ possiamo considerare i due integratori reali come degli integratori ideali:

$$\text{Infatti dal modulo di } |G_1(j\omega)| = \left(\frac{R_2}{R_1}\right) * \frac{1}{\sqrt{1+(\omega R_2 C)^2}}$$

Si vede che se

$$\omega R_2 C \gg 1$$

si può trascurare il numero 1 del denominatore e questo si ha per $\omega \gg 1/R_2 C$, cioè per frequenze

$f \gg 1/(2\pi R_2 C)$ che nel nostro caso risulta

$$f \gg 1/(2\pi * 20 * 10^3 * 10 * 10^{-9}) = 795,77 \text{ Hz che è la nostra frequenza di taglio .}$$

Per queste frequenze quindi la nostra $G_1(j\omega)$ (trascurando l'1 al denominatore) diventa quella dell'integratore ideale cioè

$$|G_1(j\omega)| = (R_2/R_1) * 1/(\omega R_2 C) = 1/\omega R_1 C$$

Da cui antitrasformando

$$V_1(t) = -(1/R_1 C) \int_0^{T/2} V_A * dt = -(1/R_1 C) * 10 * t + K_1$$

in quando il valore massimo del segnale di ingresso è di 10 Volt e K_1 è la costante di integrazione.

$V_1(t)$ è quindi una rampa decrescente se l'onda quadra di ingresso vale 10 Volt (nel tempo T_H) mentre la $V_1(t)$ è una rampa crescente se l'onda quadra di ingresso vale -10 Volt (nel tempo T_L).

Inoltre, se $t = T/2$

il valore massimo negativo di $V_1(t)$ diventa

$$V_1(T/2) = -(1/R_1 C) * 10 * T/2 = -(10 * 50 * 10^{-6} / (5 * 10^{-3} * 10 * 10^{-9})) = -10V$$

Mentre, se $t=0$

$$V_1(0) = 0 V$$

E il valore massimo positivo di $V_1(t) = 10V$

Procedendo allo stesso modo si ha che, anche il secondo blocco, per

$$f \gg 1/2\pi R_4 C = 795,77 \text{ Hz},$$

che è la frequenza di taglio dell'amplificatore U_2 , è un integratore ideale ed ha una

$$|G_2(j\omega)| = (1/\omega R_3 C)$$

Da cui antitrasformando si ha:

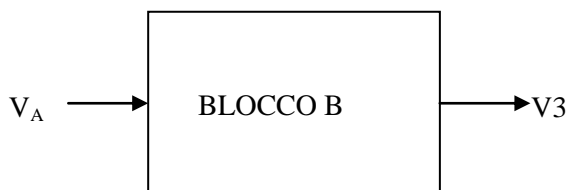
$$V_2(t) = -(1/R_3 C) \int_0^{T/2} V_1(t) * dt = -(1/R_3 C) * \int_0^{T/2} -\left(\frac{1}{R_1 C}\right) 10t + K_1 * dt = V_{2\max} * t^2/2 + K_1 * t + K_2$$

Dove $V_{2\max} = 10/(R_3 C * R_1 C)$ e K_2 è la nuova costante di integrazione.

L'integrale di una rampa, è quindi, matematicamente, un segnale di tipo parabolico, che può essere approssimato nella pratica, ad una sinusoide, se consideriamo le concavità verso l'alto o verso il basso della due parabole come la parte alta o bassa della sinusoide.

Punto 4: Progetta il circuito del blocco B affinché il segnale in uscita al morsetto V3 sia un segnale impulsivo TTL compatibile e di frequenza pari a quella del segnale V_A

Il segnale V_A è un'onda quadra alternata con duty cycle del 50% di ampiezza $\pm 10V$ e frequenza $f_A = 10KHz$. Affinché il blocco B sia compatibile con un dispositivo TTL deve avere una tensione di uscita di +5V.

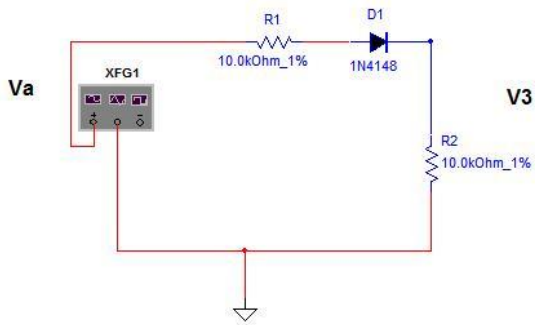


Il blocco B deve quindi raddrizzare il segnale per avere solo la parte positiva e dimezzare il segnale V_A

$$V_3 \max = +5V \rightarrow$$

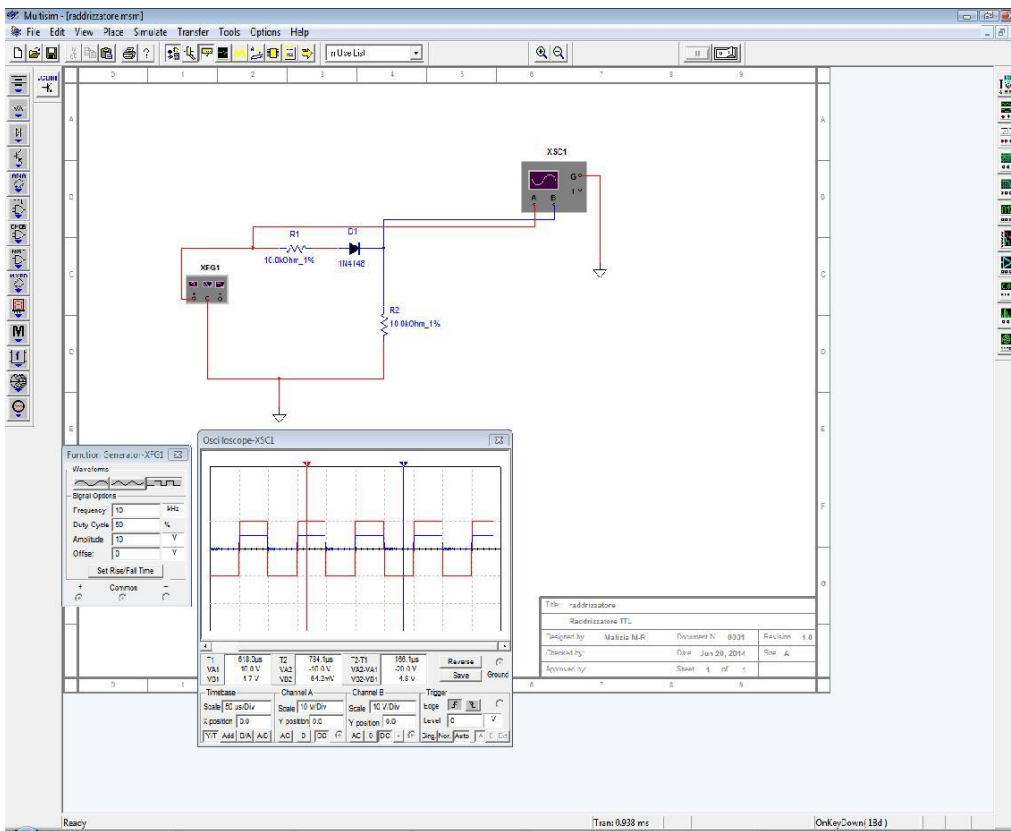
$$V_3 \max = +V_A/2$$

Per far ciò si può utilizzare un semplice circuito raddrizzatore con diodo. Supponendo il diodo ideale con $V_s = 0V$ si ha il seguente circuito .



schema elettrico del blocco B

La simulazione dei segnali elettrici con il software Multisim è la seguente:



Punto 5: Descriva la funzione del blocco circuitale U3 definendo le conseguenze della variazione di valore dei due potenziometri sulla tensione V4.

- Il potenziometro Rp2 serve a bilanciare l'ingresso V+ ed avere una tensione di offset=0;
 infatti se $R_{p2}=10\text{K}\Omega$ la tensione $V+=5\text{V}$
 mentre se $R_{p2}=0\ \Omega$ la tensione $V+$ risulta essere $V+=-5\text{V}$;

Autore Prof.ssa Maria Rosa Malizia

affinché il ponte sia bilanciato si deve posizionare il cursore a metà corsa, cioè avere una resistenza del 50% sia nel ramo a monte di V_+ che nel ramo a valle di V_+ ; in questo modo la tensione entrante nel morsetto positivo è $V_+=0V$.

Lo spostamento di R_{p2} serve quindi ad introdurre una tensione continua positiva, negativa o nulla che si aggiungerà al segnale proveniente dal morsetto negativo e sposterà, per il principio di sovrapposizione degli effetti, il segnale risultante di uscita in alto o in basso e inoltre se $V_+=0V$ darà un offset nullo.

- Invece il cambiamento del potenziometro R_{p1} cambia l'ampiezza della tensione dell'onda quadra uscente, quando dal morsetto invertente, inviamo l'onda quadra V_a .

Facciamo adesso le seguenti considerazioni: Chiamiamo V_{u1} il segnale uscente dall'amplificatore $U3$, ponendo nullo il segnale entrante dal morsetto positivo, e chiamiamo V_{u2} il segnale uscente dall'amplificatore $U3$, tenendo nullo il segnale entrante dal morsetto negativo.

Caso a:

supponiamo **$R_{p1}=10\text{ K}\Omega$ e $R_{p2}=50\%$** ;

avremo: **$V_{u1}=0V$** (cioè il segnale $V_+=0V$)

L'amplificatore $U3$ è in configurazione invertente;

$$V_{u2} = -(R_{p1}/R_5) * V_a = -(10K/20K) * V_a = -(1/20) * V_a$$

$$V_u = V_{u1} - V_{u2} = 0V - V_a$$

Il segnale di uscita è un'onda quadra alternata con ampiezza $(1/20)$ di V_a e periodo uguale a quello di V_a .

$$V_{a\text{ max}} = 10\text{ V} \rightarrow V_{u2\text{ max}} = 500\text{ mV} = 0,5\text{ V}$$

Il segnale oscilla in modo simmetrico rispetto all'asse temporale.

Caso b:

supponiamo **$R_{p1}=10\text{ K}\Omega$ $R_{p2}=0$**

avremo: **$V_{u1} = -5V$** (cioè il segnale $V_+ = -5V$)

$$V_{u2} = (R_{p1}/R_5) * V_a = (10K/20K) * V_a = (1/20) * V_a = (1/20) * 10 = 0,5V$$

$V_u = V_{u1} - V_{u2}$, essendo in configurazione differenziale

$V_u = V_{u1} - V_{u2} = -5V \pm 0,5V$ oscilla tra $-4,5V$ se consideriamo il valore massimo e $-5,5V$ se consideriamo il valore minimo dell'onda quadra. Cioè:

Il segnale di uscita è un'onda quadra alternata che oscilla attorno all'asse temporale traslato di $-5V$

Caso c:

supponiamo **$R_{p1}=10\text{ K}\Omega$ e $R_{p2}=10K\Omega$** ,

avremo: **$V_{u1}=+5V$** (cioè il segnale $V_+=+5V$)

e ripetendo gli stessi ragionamenti del caso b, il segnale di uscita oscilla attorno all'asse temporale traslato di $+5V$ e con ampiezza

$$V_u = V_{u1} - V_{u2} = 5V \pm 0,5 \text{ cioè oscilla tra } 5,5V \text{ e } 4,5V.$$

Caso d:

se **$R_{p1}=0$**

$$\rightarrow V_{u2} = -(R_{p1}/R_5) = 0 \quad \text{cioè,}$$

V_{u2} è sempre nullo qualunque sia la resistenza R_5

quindi l'onda quadra si annulla definitivamente ed avremo solo l'offset di $0,5V$ positivo, o di $-0,5$ negativo o nullo a secondo della posizione del potenziometro R_{p2} .