

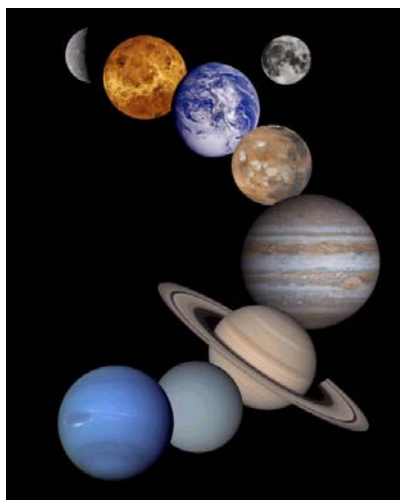
La legge di Titius-Bode

di Michele T. Mazzucato

...l'intimo piacere che accompagna lo studio della Natura.

*Le stelle e le curiosità del cielo (1904)
Nicolas Camille Flammarion (1842-1925)*

Già nel 1741, il filosofo e matematico tedesco CHRISTIAN WOLFF "WOLFIO" (1679-1754) notò qualcosa di strano e di curioso nei valori delle distanze planetarie, queste, infatti, non sono distribuite casualmente, ma sembrano essere regolate da una legge. La prima relazione, nota come legge delle distanze planetarie, venne trovata da un altro tedesco, il matematico, fisico e astronomo JOHANN DANIEL TIETZ VON WITTENBERG latinizzato "TITIUS" (1729-1796) che l'annunciò, per la prima volta, nella propria traduzione tedesca (1766) dell'opera del naturalista svizzero CHARLES BONNET (1720-1793) *Contemplazione della natura* (1764) e dandone una formulazione empirica nel 1772. Relazione che venne riformulata, enunciata matematicamente nella forma attualmente conosciuta e popolarmente diffusa dall'astronomo anch'esso tedesco JOHANN ELERT BODE (1747-1826), il fondatore nel 1774 insieme a JOHANN HEINRICH LAMBERT (1728-1777) del *Berliner Astronomisches Jahrbuch*, e apparsa nell'opera *Anleitung zur Kenntniss des gestirnten Himmels* del 1778. La legge di TITIUS-BODE si esprime in questi termini: "si sommi il numero 4 a ciascuno dei termini della seguente progressione geometrica $n = 0, 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384$ e 768 (a parte lo zero, ogni numero successivo è il doppio del precedente) quindi si divida ogni valore ottenuto per il numero 10", ossia $d = (n+4)/10$ nella sua formulazione originaria. Il risultato permette di esprimere in modo empirico e con buona approssimazione, la distanza di un pianeta dal Sole espressa in Unità Astronomiche (1 UA = 149 600 000 chilometri $\sim 150 \cdot 10^6$ chilometri) e la sua espressione matematica moderna è $d = 0.4 + 0.3 \cdot 2^n$, dove n assume il valore di $-\infty$ (Mercurio), 0 (Venere), 1 (Terra), 2 (Marte), 3 (asteroidi), 4 (Giove), 5 (Saturno), 6 (Urano), - (Nettuno) e 7 (Plutone).



La legge di TITIUS-BODE venne messa subito alla prova dall'evidente vuoto nella lista delle distanze planetarie, corrispondente al valore 2.80 UA dove essa "prevedeva" l'esistenza di un pianeta. Fu proprio questa lacuna ad innescare il progetto di ricerca del barone ungherese FRANZ XAVER VON ZACH (1754-1832) e del primo magistrato a Lilienthal (nei

pressi di Brema) JOHANN HIERONYMUS SCHRÖTER (1745-1816). Essi furono i principali organizzatori della Himmels-Polizey (1800-1815) (Polizia Celeste) fondata appunto per dare la caccia a quel pianeta che sarebbe dovuto esistere fra Marte e Giove. Quando, il 1° gennaio 1801, l'astronomo italiano GIUSEPPE PIAZZI (1746-1826) scoprì il primo pianetino (Cerere) ad una distanza di 2.76 UA dal Sole, sembrò dimostrare la validità della legge, ma ulteriori osservazioni condussero, nei successivi anni, rapidamente alla scoperta di altri numerosi pianetini più o meno alla stessa distanza tanto da far ormai ritenere che quel "vuoto" non era occupato da un pianeta ma bensì da una miriade di oggetti. Oggi sappiamo che la fascia (o cintura) dei pianetini (o asteroidi) orbitano generalmente intorno al Sole a distanze comprese da 2.2 a 3.2 UA, con una distanza centrata proprio sul già ricordato valore di 2.80 UA. Un'ulteriore conferma della legge di TITIUS-BODE venne fornita quando, nella notte del 13 marzo 1781, l'astronomo reale WILLIAM FREDERICK HERSCHEL (1738-1822) individuò un nuovo pianeta. Infatti, la sua distanza dal Sole, 19.18 UA, è in sorprendente accordo con il valore di 19.60 UA previsto da tale legge. HERSCHEL, che per questa scoperta ricevette la prestigiosa Copley Medal dalla Royal Society di Londra, chiamò *Georgium sidus* il nuovo pianeta in onore del re d'Inghilterra GIORGIO III (1738-1820) ma dopo qualche controversia tra gli astronomi il pianeta assunse il nome oggi noto di Urano su suggerimento proprio di BODE. Tuttavia, per i pianeti più esterni Nettuno e Plutone, rispettivamente scoperti da JOHANN GOTTFRIED GALLE (1812-1910) nel 1846 e da CLYDE TOMBAUGH (1906-1997) nel 1930, la discrepanza tra le distanze osservate e quelle previste aumentano considerevolmente e quindi si dovette riconoscere che, nonostante l'utilità dimostrata in passato, la legge di TITIUS-BODE non è in grado di spiegare compiutamente l'architettura del Sistema Solare e si ignorano le cause dell'esistenza di una tale legge e il perché questi ultimi pianeti vi facciano eccezione. E' probabile che tale legge nasconda qualcosa di più importante che ancora non siamo riusciti a scoprire, infatti, una versione leggermente modificata di essa vale anche per i sistemi di satelliti di un pianeta anche se le regolarità più interessanti sono però altre, soprattutto quelle che regolano i periodi di rivoluzione e di rotazione dei vari pianeti. Sulla strada aperta da TITIUS-BODE fecero seguito altre leggi empiriche come quelle degli astronomi francesi GAUSSIN e EMILE BELOT (1857-1944) che proposero, rispettivamente, le relazioni $d=(1/214.45) \cdot 1.7226^n$ (1880) e $d=0.28+(1/214.45) \cdot 1.883^n$ (1905) che vennero pubblicate su *Comptes Rendus*. In Italia l'astronomo GIUSEPPE ARMELLINI (1887-1958) propose $d=1.53^n$ che venne dapprima comunicata all'Accademia dei Lincei nel 1917 e successivamente apparsa in un articolo di *Scientia* nel 1918. Nel 1937 venne pubblicata sull'*Astronomische Nachrichten* la legge di A. STAUCH in cui le distanze approssimate dei pianeti sono $5.2 \cdot (1/7\alpha)$ (Mercurio), $5.2 \cdot (1/4\alpha)$ (Venere), $5.2 \cdot 1/3\alpha$ (Terra), $5.2 \cdot (1/2\alpha)$ (Marte), $5.2 \cdot 1$ (Giove), 5.2α (Saturno), $5.2 \cdot 2\alpha$ (Urano), $5.2 \cdot 3\alpha$ (Nettuno) e $5.2 \cdot 4\alpha$ (Plutone) con costante $\alpha=1.81$. L'anno successivo, sempre sullo stesso periodico, STJEPAN MOHOROVICIC (1890-1980) propose la seguente relazione: $d=3.363 \pm 3.363 \cdot 0.88638^n$. Semplice e col pregio di avere una successione regolare da 1 (Mercurio) a 10 (Plutone) è la relazione $d=(1.672)^n \cdot 0.2315$ (1957) di TITO NICOLINI (1899-1981). Altre relazioni, più o meno simili a quella originaria di TITIUS-BODE, come quella di F.A. BLACK pubblicata sul *Bulletin de la Société Astronomique de France* nel 1923, quelle italiane di PAOLO VOCCA (1896-1954) e di SATURNO CARLOMUSTO, ed altri ancora sono leggi empiriche che possono far pensare a fattori di regolazione dinamica agenti nel Sistema Solare all'epoca della sua formazione. Nella sottostante tabella si riporta il confronto dei risultati delle varie leggi proposte:

	legge di	Titius Bode		Gaussin		Belot		Armellini	
pianeta	dm	n	d	n	d	n	d	n	d
Mercurio	0.387	-∞	0.4	8	0.362	5	0.390	-2	0.427
Venere	0.723	0	0.7	9	0.623	7	0.671	-1	0.654
Terra	1.000	1	1.0	10	1.07	8	1.02	0	1.00
Marte	1.524	2	1.6	11	1.85	9	1.67	1	1.53
asteroidi	2.8	3	2.8	12	3.18	10	2.89	2	2.34
Giove	5.203	4	5.2	13	5.48	11	5.20	4	5.48
Saturno	9.585	5	10.0	14	9.45	12	9.55	5	8.38
Urano	19.142	6	19.6	15	16.3	13	17.7	7	19.6
Nettuno	29.952	-	-	16	28.0	14	33.1	8	30.0
Plutone	39.331	7	38.8	17	48.3	15	62.1	9	45.9

	legge di	Stauch	Mohorovicic		Nicolini	
pianeta	dm	d	n	d	n	d
Mercurio	0.387	0.410	1	0.382	1	0.387
Venere	0.723	0.718	2	0.721	2	0.647
Terra	1.000	0.96	3	1.02	3	1.08
Marte	1.524	1.44	5	1.52	4	1.81
asteroidi	2.8	-	-	-	5	3.03
Giove	5.203	5.20	5	5.20	6	5.06
Saturno	9.585	9.41	-5	9.51	7	8.46
Urano	19.142	18.8	-13	19.5	8	14.1
Nettuno	29.952	28.2	-17	29.5	9	23.6
Plutone	39.331	37.6	-20	40.9	10	39.5

n= numero intero

d= distanza in Unità Astronomiche

dm= distanza media (Almanacco UAI 2003)

Bibliografia

AA.VV., *Enciclopedia Italiana*, Roma (1959)

AA.VV., *Astronomia - alla scoperta del cielo*, Curcio, Roma (1983)

BANFI V., *Sulle leggi empiriche della distribuzione delle distanze medie planetarie*, *Giornale di Astronomia* 20, 4 (1994)

BUTAVAND F., *Les lois empiriques du système solaire*, Gauthier Villars, Paris (1913)

GARNER F. - BUBRULLE B., *Titius-Bode laws in the Solar System*, *Astron. Astrophys.* 282, 262 (1994)

NIETO M., *The Titius-Bode law of planetary distances: its history and theory*, Pergamon Press, Oxford (1972)

PATTON J.M., *On the dynamical derivation of the Titius-Bode law*, *Cel. Mech.* 44, 365 (1988)

SILVA G., *Le leggi empiriche delle distanze planetarie*, AAB Coelum 8, Bologna (1938)